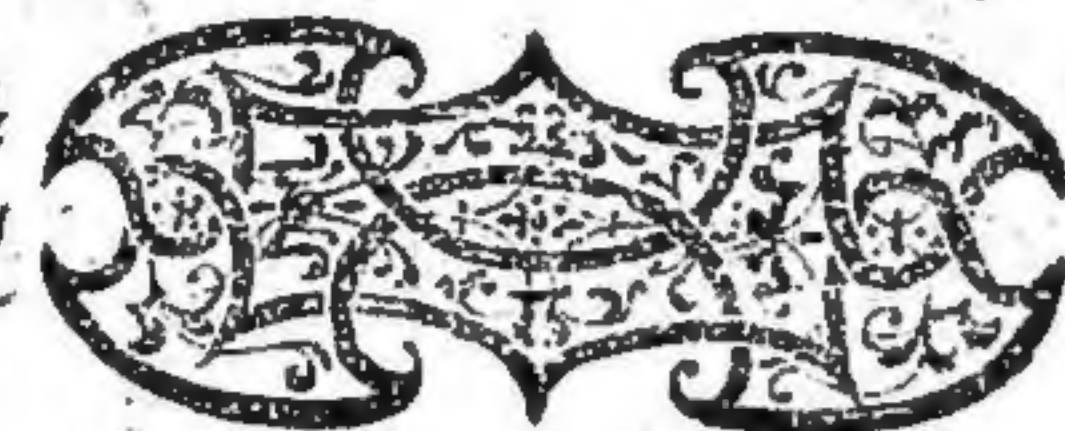


هذا الكتاب بصلاح اولياد من لا يلهي كماله عن الله في سطره اشكال الناس  
وليس تحرير اصول اولياد من نصير الدين الطوسي وهو غير هذا الكتاب وهذا الكتاب بطول منته

تغ

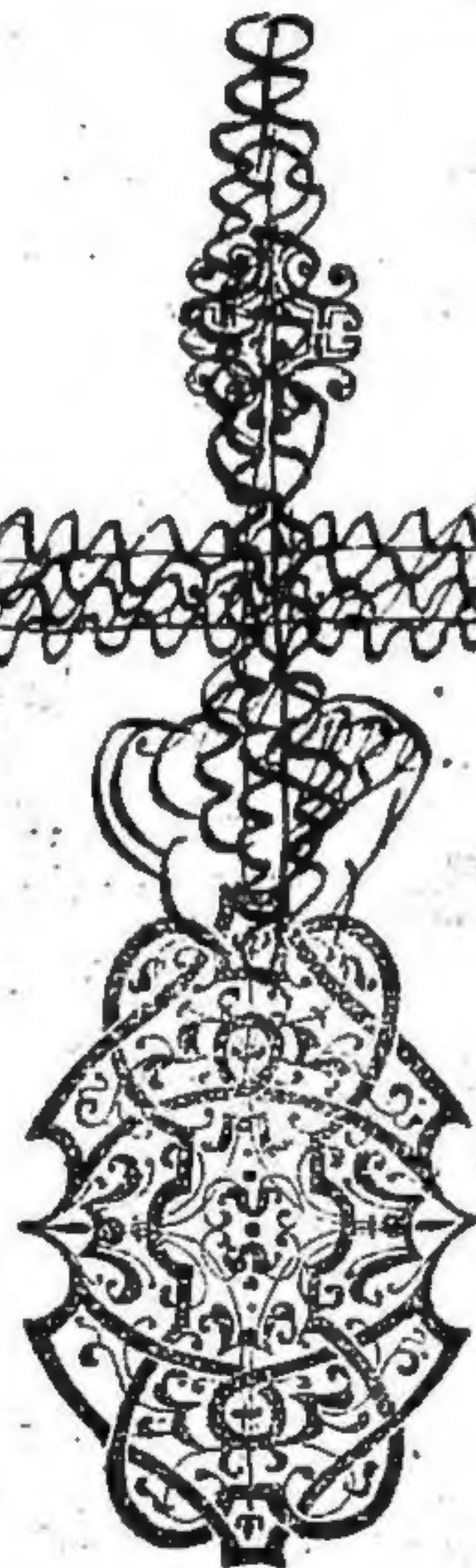
والله اعلم  
بما في  
الكتاب  
والله اعلم  
بما في  
الكتاب



كتاب تحرير اصول اولياد من لا يلهي كماله عن الله

من تاليف خوجه

نصير الدين الطوسي



1204

MILLET GENEL KÜTÜPHANESİ

KİSİ

Carullah ef.

ESKİ KAYIT

7453

YENİ KAYIT NO.

TASNİF NO.





وبه نشق ونستعين.

وبعد فان العلوم الرياضية التي هي واسطة عقد الحكمة النظرية تنقسم الى اربعة اقسام الهندسة والامرثاطيقي والموسيقى والمجسطي وهو غايتها وكان كتاب الاصول الذي يقال له الاستقص لتحليل ساير العلوم الرياضية اليه في سالف الايام مرتبا على خمس عشرة مقالة قال بعض ملوك اليونان الي حله فاستعصي عليه فاخذ يتنسم اخبار الكتاب من كل وارد من اهل العلم عليه فاشار بعضهم الي رجل في بلد الصور يقال له اقليدس انه مبرز في علمي الهندسة والحساب فطلبه الملك وامره بتهديب الكتاب وترتيبه فهذبه ورتبه على ثلث عشرة مقالة و اشتهر الكتاب باسمه وحذف المقالتين الاخيرتين لان مسائلهما كانت من المقدمات التي يتوقف عليها براهين نسب المجسمات المذكورة في المقالة الثالثة عشر وكيفية رسم الاشكال المذكورة فيها بعضها في بعض وكانت كلها تستبين منا ومن غيرها ومن مقالات المقدمة عليها وكان الكتاب موضوعا لان يوضع فيه الاصول دون الفروع اذ في غير متناهيته ولذلك عدت قضايا لم تتبين الا في هذا العلم من الاصول الموضوعه لما كانت ظاهرة الببان من مسایل الكتاب ثم نشأ بعد زمان بعسقلان رجل يقال له انسقلاوس برز في العلوم الرياضية والحق المقالتين بالكتاب بعد تهذيبهما فصار الكتاب بهما خمس عشرة مقالة ثم نقل الي العربية مرتبا على خمس عشرة مقالة واشتهر من النسخ المنقولة نسختان بين علما هذه الصناعة احديهما هي التي اصاحها ثابت بن قرة الحراني والاخري هي التي نقلها واصاحها حجاج بن مطر ثم اخذ في تهذيب الكتاب جماعة كثيرة من المتأخرين طلبا للايجاز والايضاح فحذف بعضهم دعاوي اشكال الكتاب وقنع بالمثال وبعضهم حذف بعض مسائله اعتقادا منه بانه معلوم من باقي الكتاب وبعضهم جمع اشكالا عدة في شكل واحد وبعضهم استخرج من القوة الي الفعل بعض ما امله اقليدس

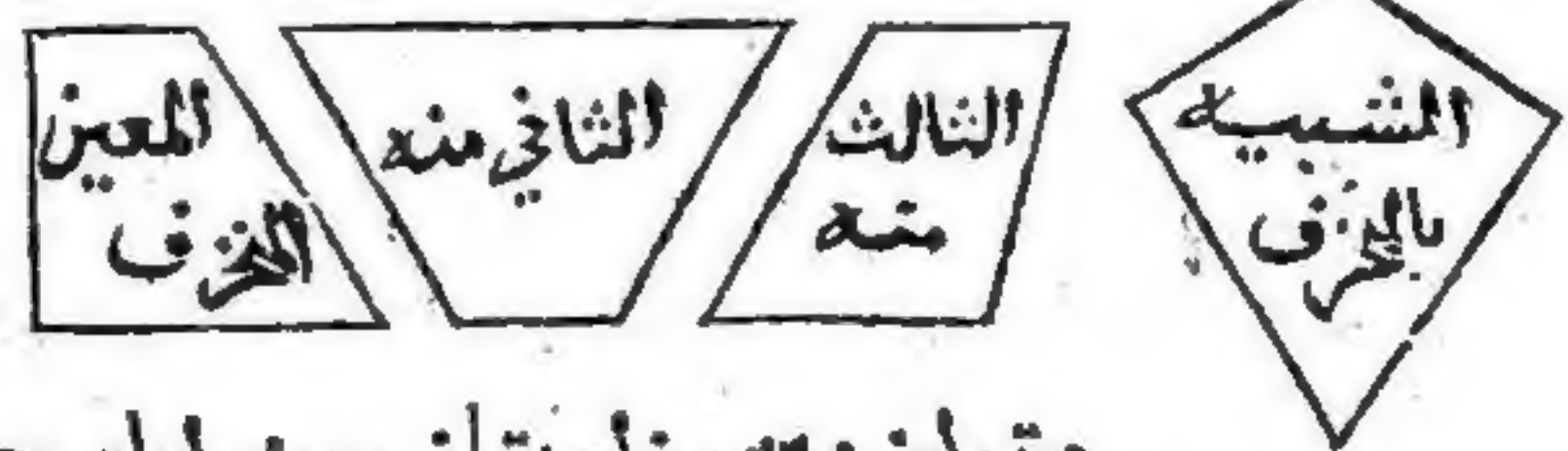
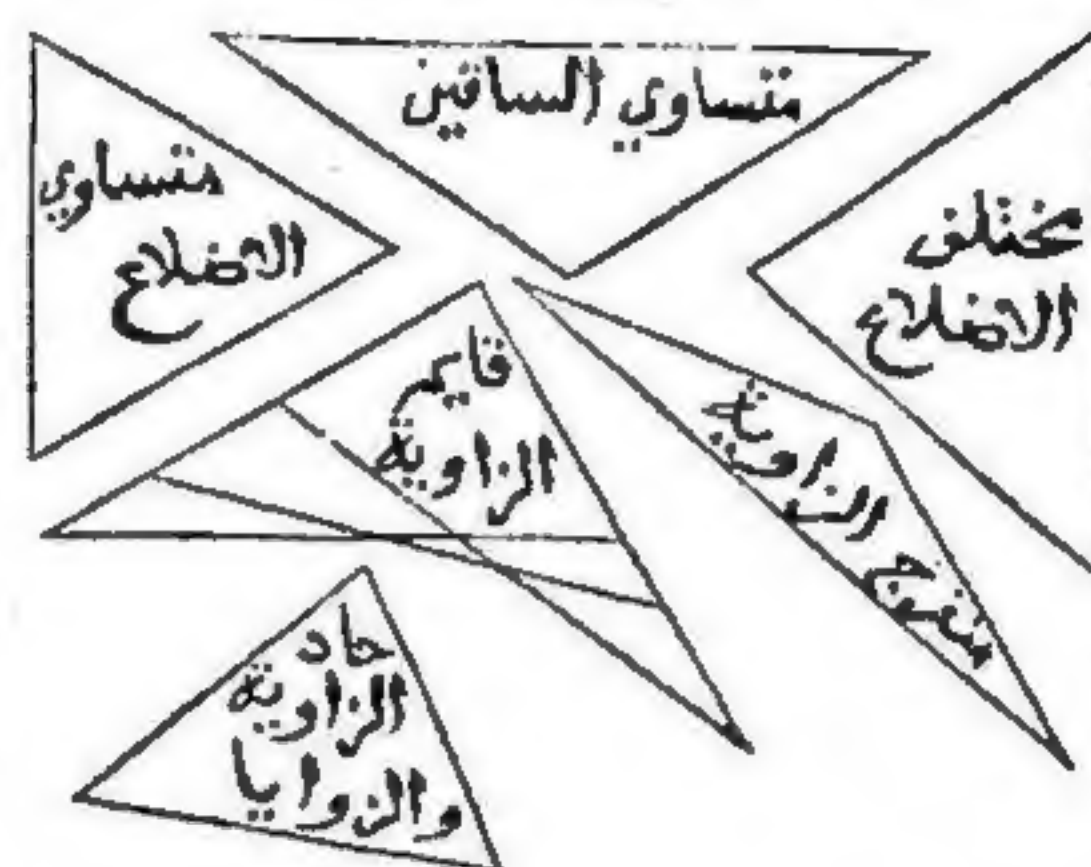
اقليدس مما يتوقف عليه براهين اشكال الكتاب اعتمادا على اذهان من يحاول حله ومراعاة لطريقته في هذا الكتاب وبعضهم مع ذلك اشار الي عدد الاشكال المتقدمة مما يتوقف عليه براهين الاشكال المتأخرة بالرقوم من حروف ابجد فجعل بعضهم الحروف في متن الكتاب وبعضهم كتبها على الحواشي وفي اثنا السطور فلما تداولته الايدي صحت الحروف التي كانت في المتن وتركت التي كانت على الحواشي وفي اثنا السطور وكان الكتاب من الكتب المحتاجة الي التفسير والايضاح ليسهل بذلك علي الطلبة الانتفاع به ثم اني لما تأملت فيما حكته قوي عزمي علي ان ارتب الكتاب علي ثلث عشرة مقالة كما فعله اقليدس واسلك فيه طريقة جامعة بين المتن والشرح واستخرج جميع ما هو بالقوة الي الفعل مما يتوقف عليه براهين اشكاله وافصل مقدماتها بعضها عن البعض علي ترتيب صناعي وانبه علي اختلاف وقوع كل شكل له اختلاف وقوع وعلي الاستبانة ان كانت واميز عنها مسایل المقالتين الاخيرتين بالاشارة اليها واحيل علي كل شكل يقع مقدمة لبراهين بعض اشكال الكتاب بالكتابة لا بالرقوم واذكر عدده فقط ان كانت المقدمة والنتيجة من مقالة واحدة وعدد المقالة مع ذلك ان كانتا من مقالتين واكرر شكلا واحدا مرارا كثيرة في مسألة واحدة اذا وقع الاحتياج اليه ليكون الكتاب بذلك كاملا في نصابه وجامعا لمقاصد طلابه واسأل الله تعالى في جميع ذلك العصمة عن العوايه في الرواية والصون عن طغيان العلم في الكتابة انه علي كل ذلك قدير وبالإجابة جدير وها انا شرعت فيما حكته

## المقالة الاولى في البنية والبناء

لكل علم موضوع ومباد ومسایل وموضوع كل علم ما يبحث فيه عن اعراضه الذاتية وهي المحولات التي يحقق الشي لذاته او لجزوه او لما يساويه من المحولات الخارجة عنه والمبادي اما حدود موضوعاته او قضايا هي مقدمات براهين مسائله اما مبنيه في ذلك العلم من غير ان يستلزم الدور او في علم اخر ويقدم في او ايل الكتب مجردة عن البراهين وقد يقدم معها لاعلي انها من براهين ذلك العلم ويسمي مصادرات واصولا موضوعه واما مبنيه بذواتها ويسمي علومها متعارفه والمسایل هي قضايا يبرهن فيه علي اثبات محولاتها لموضوعاتها او سلبها عنها وموضوع هذا العلم الكم المتصل والمنفصل من حيث يعرض لجزياتها بعضها الي بعض نسب وضافة واما الحدود والنقطة شي ما ذو وضع لا ينقسم في الخارج والمعني بالوضع كون الشي قابلا للاشارة اليه



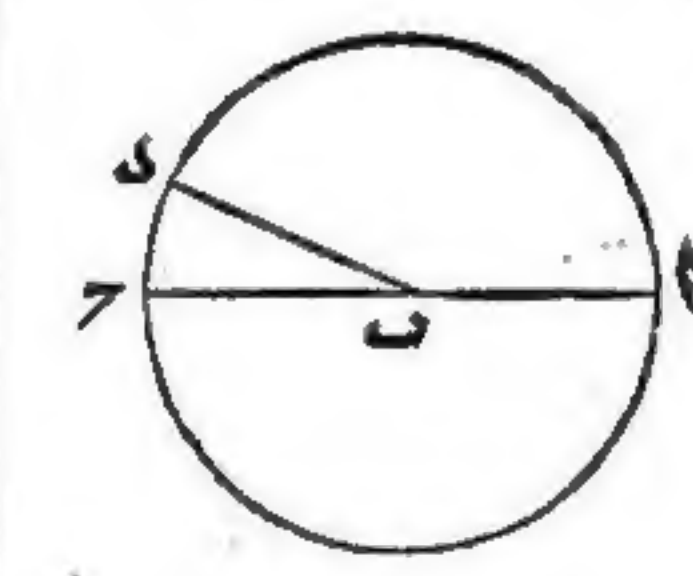
بالاستنباطه فالجز يساوي كله هذا خلف وذلك ما اردنا ان نبين  
 واول الاشكال المستقيمة الخطوط  
 المثلث وهو ما يحيط به ثلثة خطوط  
 مستقيمة ثم ذو الاربعة الاضلاع  
 وهو الذي يحيط به اربعة خطوط  
 مستقيمة ثم ذو الاضلاع الخمسة  
 ويقال له الخمس ثم المسدس ثم المسبع  
 وهلم جرا اما المثلث فينقسم الي  
 ستة اقسام بحسب الاضلاع والزوايا اما بحسب الاضلاع فان كانت  
 اضلاعه متساوية يسمى متساوي الاضلاع وان كان اثنين منها فقط  
 متساويين يسمى متساوي الساقين والا يسمى مختلف الاضلاع  
 واما بحسب الزوايا فيسمى قائم الزاوية ان كانت زاوية من زواياه  
 فقط قائمة ويسمى منفرجة الزاوية ان كانت زاوية من زواياه فقط  
 منفرجة ويسمى حاد الزوايا ان كانت كل واحدة من زواياه حادة  
 واما ذو الاربعة الاضلاع فينقسم الي قسمين احدهما ان كل متقابلين  
 من اضلاعه متوازيين والثاني ان لا يكون كذلك اما القسم الاول فانه  
 المربع وهو الذي كل واحد من زواياه قائمة وجميع اضلاعه متساوية  
 ومنه المستطيل وهو كل شكل ذي اربعة اضلاع كل من زواياه قائمة وكل  
 ضلعين من اضلاعه المتقابلين متساويان ومنه المعين وهو كل شكل  
 ذي اربعة اضلاع متساوية ولبيست زاوية من زواياه قائمة وكل متقابلين  
 من اضلاعه متساويان وكل من زواياه  
 المتقابلة متساوية ومنه الشبيه  
 بالمعين وهو كل شكل ذي اربعة  
 اضلاع كل متقابلين منها متساويان  
 ولبيست زاوية من زواياه قائمة  
 والمتقابلتين منها متساويتان وهذه صورتها  
 فينقسم الي قسمين احدهما ان يكون ضلعان من اضلاعه المتقابلة  
 متوازيين والضلعان الباقيان متلاقبان بالقوة والثاني ان لا يوجد  
 ضلعان من اضلاعه متوازيين اما الاول فهو المعين ويقال له المنحرف  
 وهو علي ثلثة اقسام احدها ان يكون ضلعان من اضلاعه متوازيين  
 وضلعان غير متوازيين وزاويتان من زواياه قائمتان وزاوية منفرجة  
 والاخرى حادة  
 والثاني ان يكون  
 ضلعان من اضلاعه  
 متوازيين وزاويتان من زواياه حادتان متساويتان  
 والباقيتان



والباقيتان منفرجتان متساويتان والثالث ان يكون ضلعان من  
 اضلاعه متوازيين والباقيين غير متوازيين وزاويتان من زواياه  
 منفرجتان مختلفتان والباقيتان حادتان مختلفتان وهذه صورتها  
 واما الثاني فيسمى الشبيه بالمنحرف وهذه صورتها

### الاصول الموضوعية

واما الاصول الموضوعية فقد تبين في العلم الالهي ان كل واحد من النقطة  
 والخط المستقيم والمستدير والسطح المستوي والمستدير موجود لاستلزام  
 وجود الكرة المتحركة اياها وهو محدد الجهات وجودها والفصل المشترك  
 من كل خطين نقطة لانها نهاية كل منهما وبين كل سطحين خط لانها  
 نهاية كل منهما لنا ان نفرض علي كل خط وسطا كان نقطة لانه  
 منتهي الاشارة الحسية لنا ان نصل بين كل نقطتين بخط  
 مستقيم كان او غيره كل نقطتين لنا ان نفرض بينهما نقطة علي  
 سمتهما ونفرض ان ينطبق علي احد النقطتين نقطة ونسيرها الي النقطة  
 الاخرى بحيث تجتاز علي النقطة المفروضة عليهما مسامتة اياها في  
 جميع زمان حركتها الي ان تنتهي الي النقطة الاخرى فسير كل نقطة خط  
 مستقيم لانه طول ولا عرض له والنقطة التي تفرض عليه بعضها علي  
 مقابلة بعض واستبان منه ان لنا ان نفرض خطا مارا باي نقطة  
 تفرض ولا يمكن ان يتصل خطان مستقيمان بخط مستقيم في جهة  
 واحدة من احدي نهايتيه كل منهما علي استقامته بحيث يكون  
 كل واحد معه خطا مستقيما والا فليكن الخط المستقيم اب



والمتمصل به علي استقامته خط بـ ونرسم علي نقطة  
 بـ وببعد اقصر خط من الخطوط اب بـ بـ  
 دائرة اـ د وكل واحد من خطي اب بـ بـ خط  
 مستقيم مار بمركز الدائرة منته في جهته الي  
 المحيط وكل منهما قطر دائرة اـ د فلدائرة واحدة  
 نصفان احدهما اعظم من الاخر هذا خلف وذلك ما اردنا ان نبين  
 لنا ان نخرج خطا مستقيما ذا نهاية علي استقامته الي اي حد شينا  
 في جهته لانا لو فرضنا نقطة علي الخط كانت مع نقطة النهاية علي سمت  
 واحد ثم نفرض نقطة كم شينا علي سمت النقطتين المفروضتين ونفرض  
 انطباق نقطة علي النقطة المفروضة اولا ونسيرها بحيث تجتاز علي  
 النقطة المفروضة فسيرها خط مستقيم والخطوط المستقيمة والسطوح  
 المستوية ينطبق كل علي مثله كل زاوية قائمة مستقيمة الخطين فهي  
 متساوية لكل زاوية قائمة مستقيمة الخطين غيرها ليكن كل من  
 زاويتي اب بـ د ه قائمة ونفرض انطباق ه علي نقطة بـ بحيث ينطبق



خط ده علي خط اب فان انطبفت خط ه ر علي خط ب ح فقد حذف  
الخبر والافل يقع فيما بين خطي اب ب ح كخط  
ب ح ونخرج اب علي استقامته في جهة ب الي  
نقطة ط فلان خط ب ح المستقيم وقع علي خط  
اب ط وزاوية اب ح قائمة فزاوية ح ب ط ايضا  
قائمة اذ لا مبدل لخط ب ح الي احدي جهتي آ ط



ولان خط ب ح وقع علي خط آ ط وحدث عن احدي جانبيه زاوية  
اب ح القائمة فلا مبدل له الي احدي جهتي آ ط والا لكانت زاوية اب ح  
حاددة او منفرجة وهي قائمة هذا خلف فزاوية اب ح تساوي زاوية  
ح ب ط لكن زاوية اب ح اصغر من زاوية اب ح فهي اصغر من زاوية ح ب ط  
المساوية لزاوية اب ح فزاوية ح ب ط المساوية لزاوية اب ح اصغر من  
زاوية ح ب ط فبصير كل الشئ اصغر من جزءه هذا خلف فالحكم ثابت  
وذلك ما اردنا ان نبين  $\text{كل واحد من المقادير يزداد بازدياد اجزائه}$   
فلو كانت اجزاء مقدار واحد غير متناهية العدد وهي متساوية  
المقدار فذلك المقدار غير متناه فلا شئ من المقادير المتناهية يمكن ان  
ينقسم الي اقسام متساوية المقدار غير متناهية العدد فكل مقدارين  
محددوين من جنس واحد مختلفين بالعظم والصغر فاعظيم اما مثل  
الصغير ومثل فضلة هي اصغر من الصغير واما ضعف الصغير او ضعفه  
مع فضلة هي اصغر من الصغير واما اضعاف الصغير او اضعافه مع  
فضلة هي اصغر من الصغير وكل مقدارين محدودين مختلفين بالعظم  
والصغر فالصغير يصير اعظم من العظيم بالتضعيف مرة بعد اخرى  
والا لا يمكن جود مقدار محدود ان ينقسم الي اجزاء متساوية المقدار  
غير متناهية العدد وذلك محال لما مر  $\text{كل خطين مستقيمين وقع}$   
 $\text{عليهما خط مستقيم وصير الزاويتين الداخلتين في جهة واحدة من}$   
 $\text{الخط اقل من قائمتين فان الخطين اذا اخرجا في تلك الجهة الي غير النهاية}$   
 $\text{فهما يتلاقيان}$  وهذه القضية لبست من العلوم المتعارفة بل هي من  
القضايا التي تحتاج الي اقامة البرهان علي صحتها ببعض مسايل الكتاب  
من غير دور وقد استنبطت لا ثباتها برهاننا اذ كره في موضع يلبي  
ايراده به ان شا الله تعالى

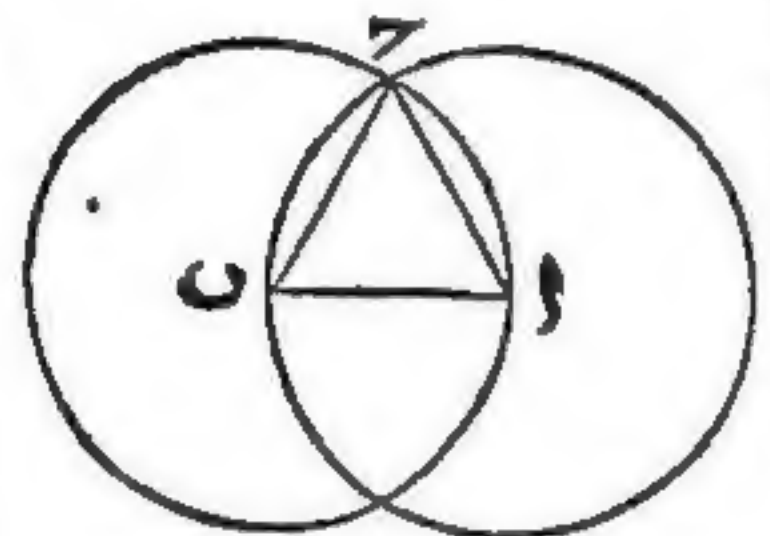
### العلوم المتعارفة

واما العلوم المتعارفة  $\text{الاشياء المساوية لشيء واحد متساوية}$   
واذا مزيد علي المتساوية حصلت متساوية  $\text{واذا نقص من المتساوية}$   
متساوية بقيت متساوية  $\text{واذا مزيدت علي غير المتساوية او نقص}$   
عنه المتساوية حصلت او بقيت غير متساوية  $\text{الاشياء التي في اضعاف}$   
بعده

بعدة واحدة لشيء بعينه او اجزاء له بعدة واحدة فهي متساوية  
والاشياء التي لا يتصل بعضها بالتطيف علي بعض مع اتحاد احد  
اطرافها فهي متساوية  $\text{والكل اعظم من جزءه}$  الاشكال

لنا ان نعمل علي اي خط مستقيم محدود مفروض  
مثلثا متساوي الاضلاع

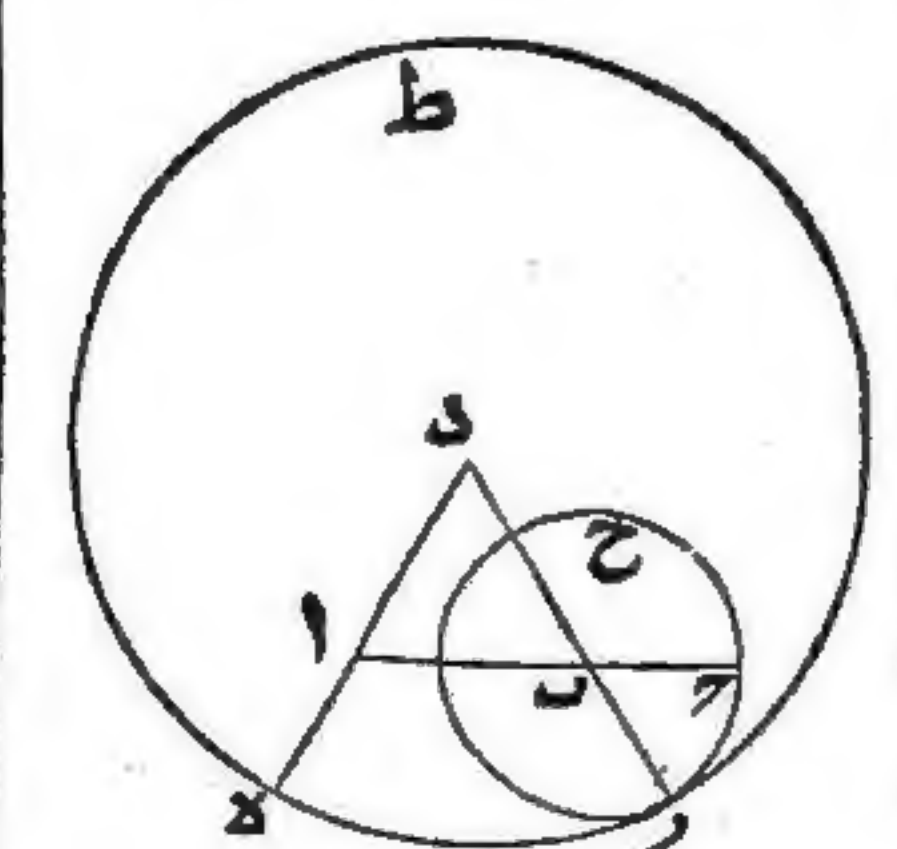
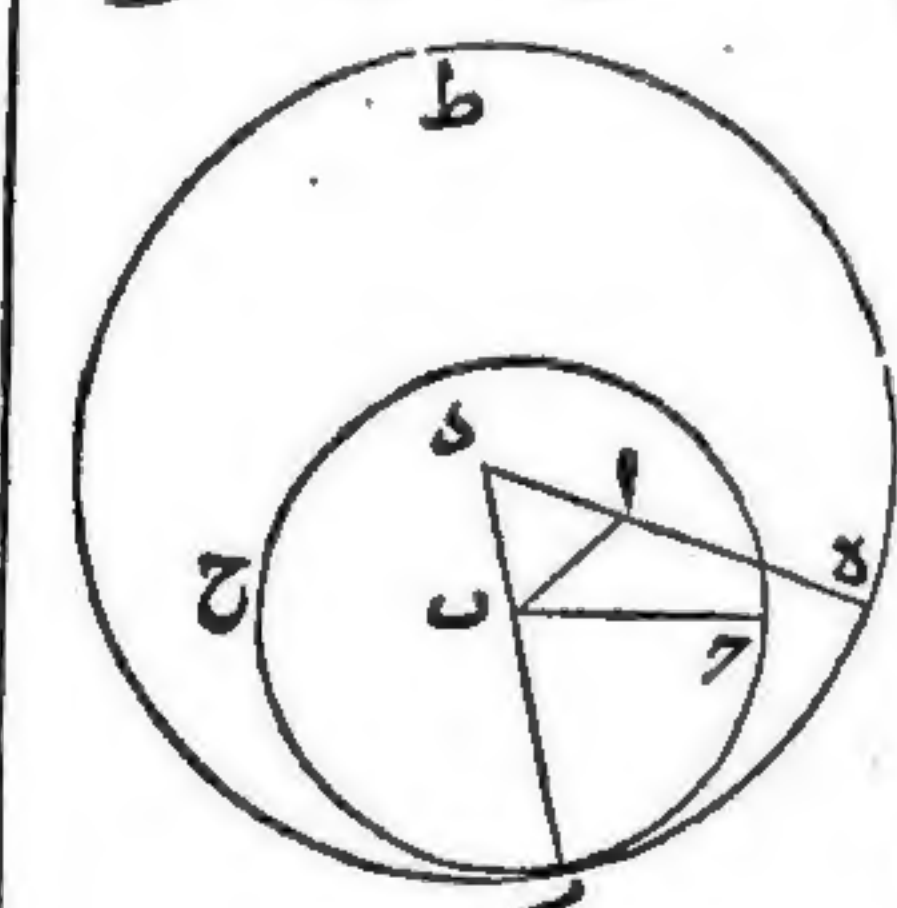
فليكن الخط اب فنرسم علي نقطة آ وببعد اب دائرة ب ح وعلي نقطة  
ب وببعد ب آ دائرة آ ح فليقطع محيط اب ح  
ها محيط الاخرى والا لوقع مركز دائرة آ ح  
مثلا علي محيطها او خارجا عنه هذا خلف  
فليكن الفصل المشترك نقطة ح ونصل بينها  
وبين كل واحد من نقطتي آ ب بخط مستقيم



فاقول ان مثلث اب ح متساوي الاضلاع برهانه فلان الخطوط  
المستقيمة الخارجة من المركز الي المحيط متساوية فخطا آ ح ب ح يساويان  
خط آ ب لان الاشياء المساوية لشيء واحد متساوية فاضلاع مثلث اب ح  
متساوية وذلك ما اردنا ان نبين

لنا ان نضيف الي اي نقطة مفروضة كانت خطا  
مستقيما مساويا لخط مستقيم محدود من شرط

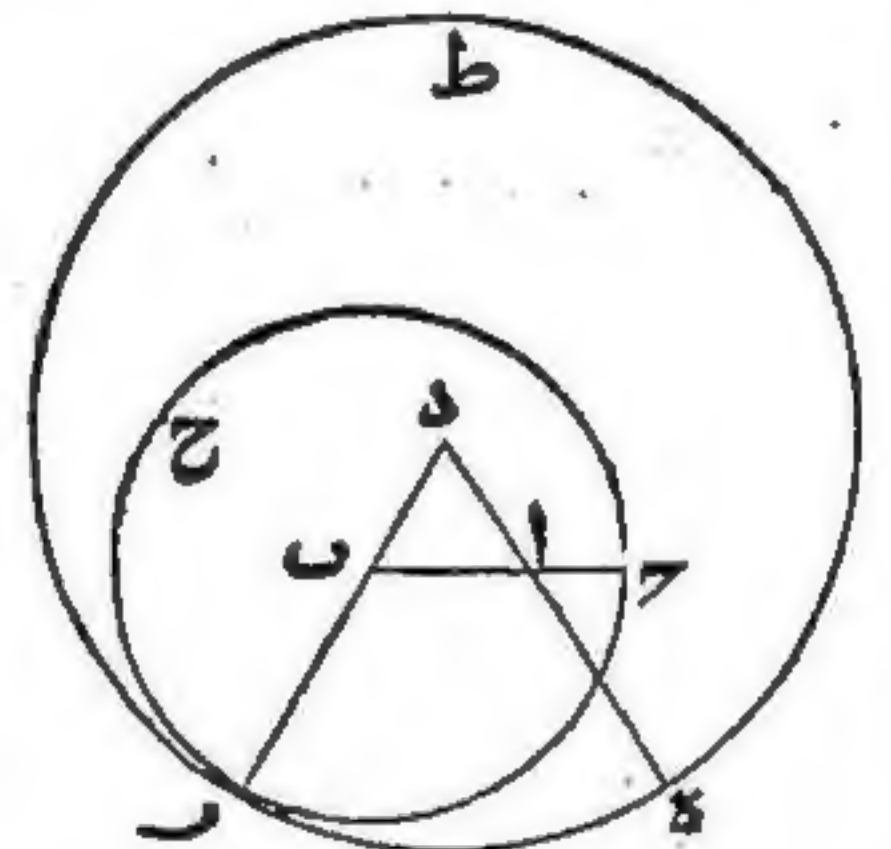
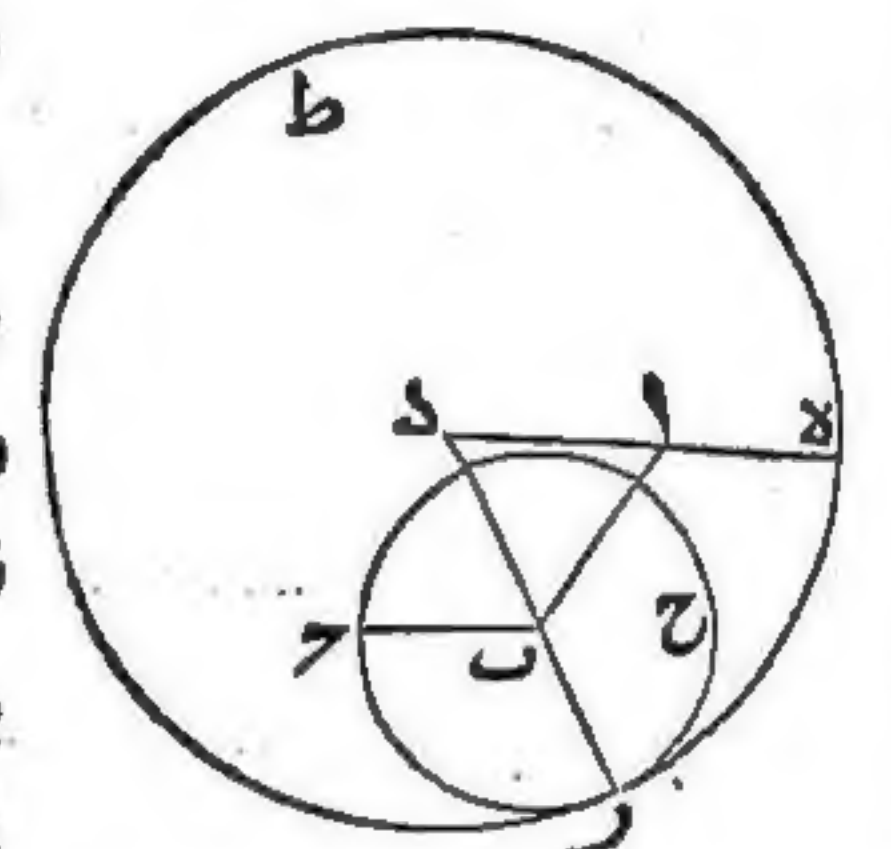
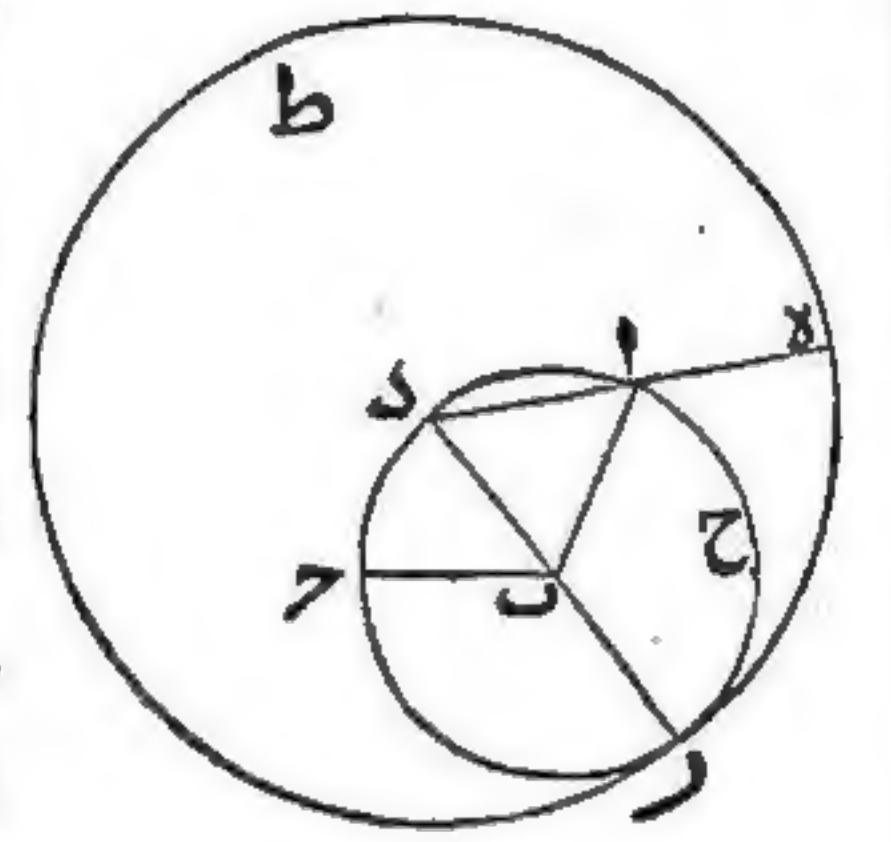
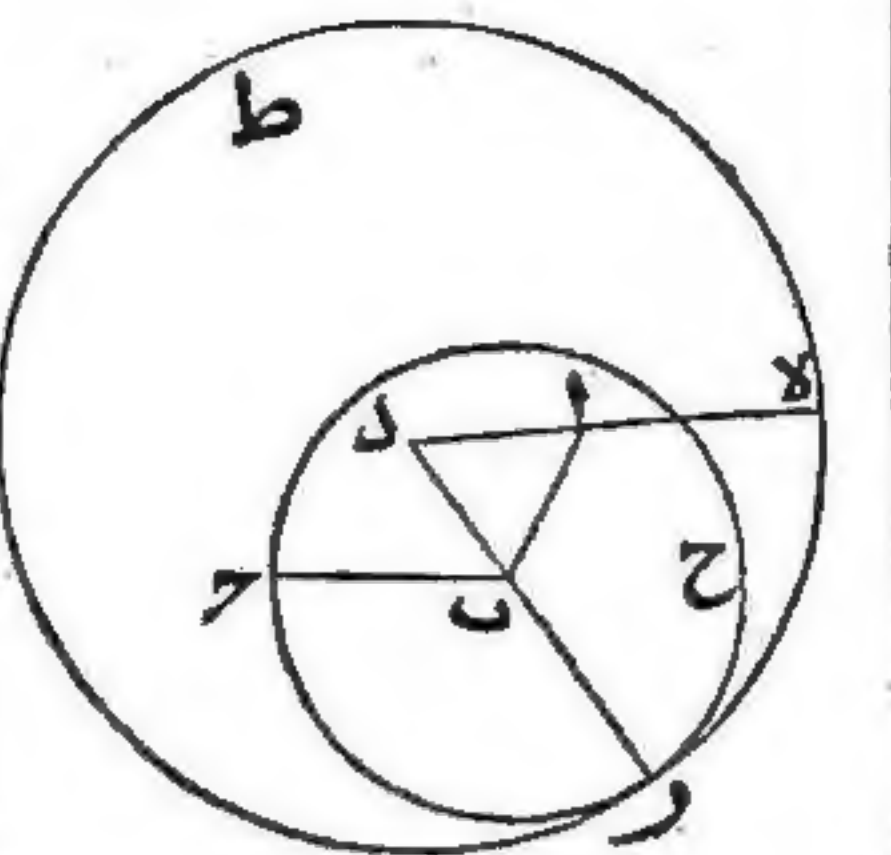
كونهما في سطح واحد



ليكن النقطة آ والخط ب ح فنصل بين نقطتي  
آ ب بخط مستقيم ونرسم عليه مثلثا  
متساوي الاضلاع وهو آ د ب بالشكل المتقدم  
ونخرج ضلعي د آ د ب في جهتي آ ب علي  
استقامتهما الي غير النهاية ونرسم علي ب  
وبعد ب ح دائرة ح د ح فليقطع لا محالة  
ضلع د ب المخرج علي نقطة وليكن نقطة ر  
وضلع د ر المخرج من نقطة ر ونرسم علي  
نقطة د وببعد د ر دائرة ر ه د فهي تقطع  
ضلع آ د المخرج علي نقطة وليكن النقطة ه  
فاقول ان خط آ ه يساوي ب ح برهانـه



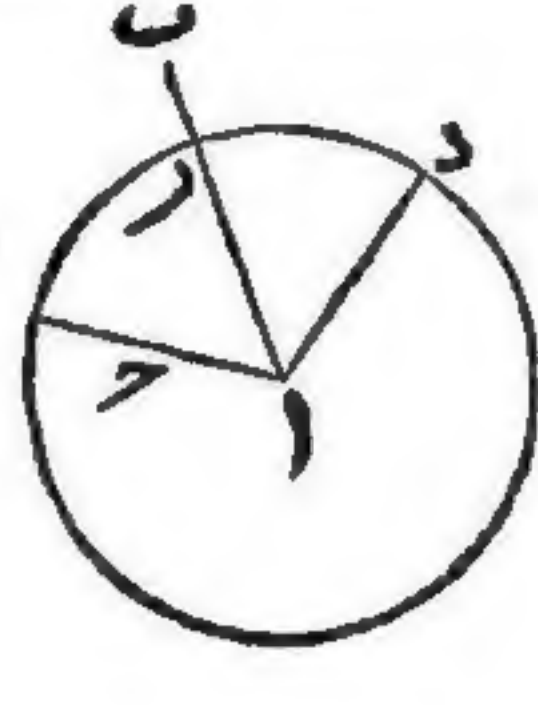
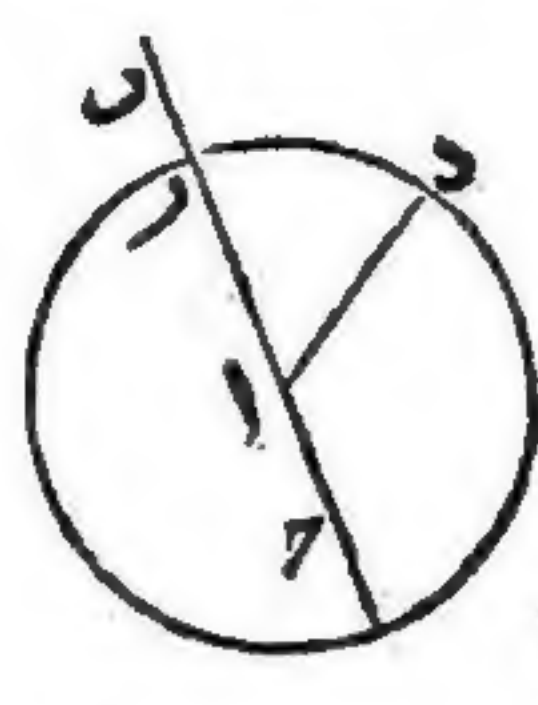
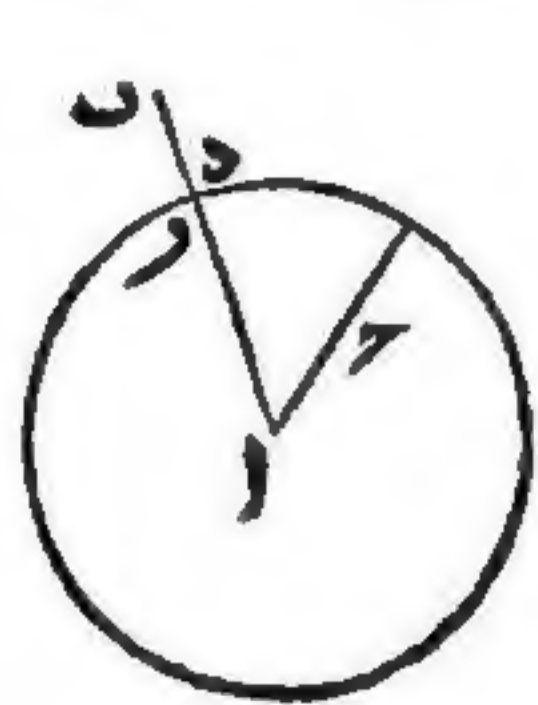
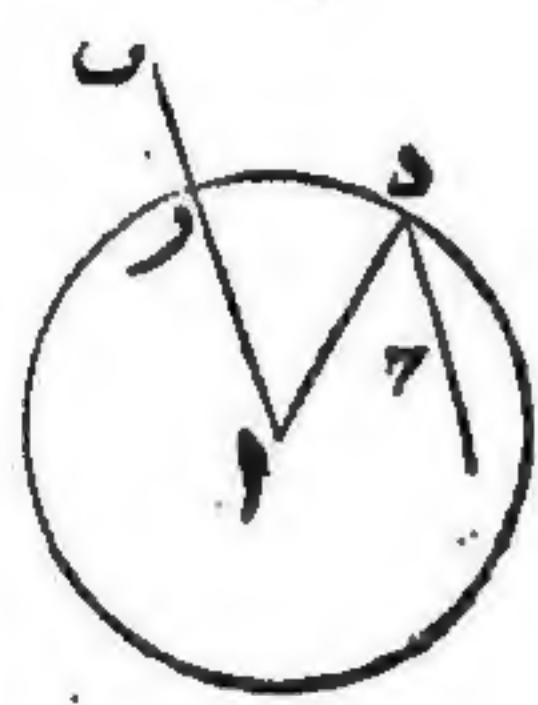
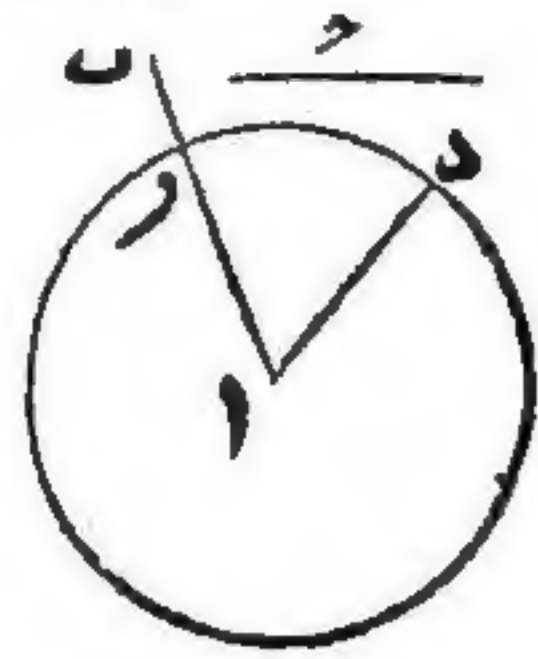
فلان ب مركز دائرة حـ حـ خط بـ حـ خط  
 بـ ر ولان د مركز دائرة رـ ط خط دـ حـ خط  
 در فاذا القينا منها خطي د ا د ب المتساويين  
 كل من نظيره يبق خط آه خط بـ ر وكان  
 بـ حـ خط بـ ر خط آه خط بـ حـ خط وذلك ما  
 اردنا ان نبين  
 ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة آ اما  
 ان تقع مبانبه لبـ حـ او غير مبانبه والمبانبه  
 اما غير مسامتة لبـ حـ او مسامتة له وغير  
 المبانبه اما على الخط او على طرفه فعلى  
 تقديرى الاول والثاني خط آ ب ان كان اصغر  
 من خط بـ حـ فحيط الدائرة حـ حـ يحوى  
 نقطة آ كما مثلنا وان كان مساويا له فيمى على  
 نقطة آ وان كان اعظم منه فيقطع خط آ ب  
 وعلى تقدير الثالث فلا يحتاج الى ان نصل  
 بين نقطتي آ ب بخط مستقيم والعمل  
 والبرهان في الكل واحد وعلى التقدير الرابع  
 نرسم على نقطة آ وببعد آ د دائرة حـ ر ونصل  
 بين نقطتي آ ب و ر بخط مستقيم فهو مساو  
 لخط بـ حـ وهذه صورتها



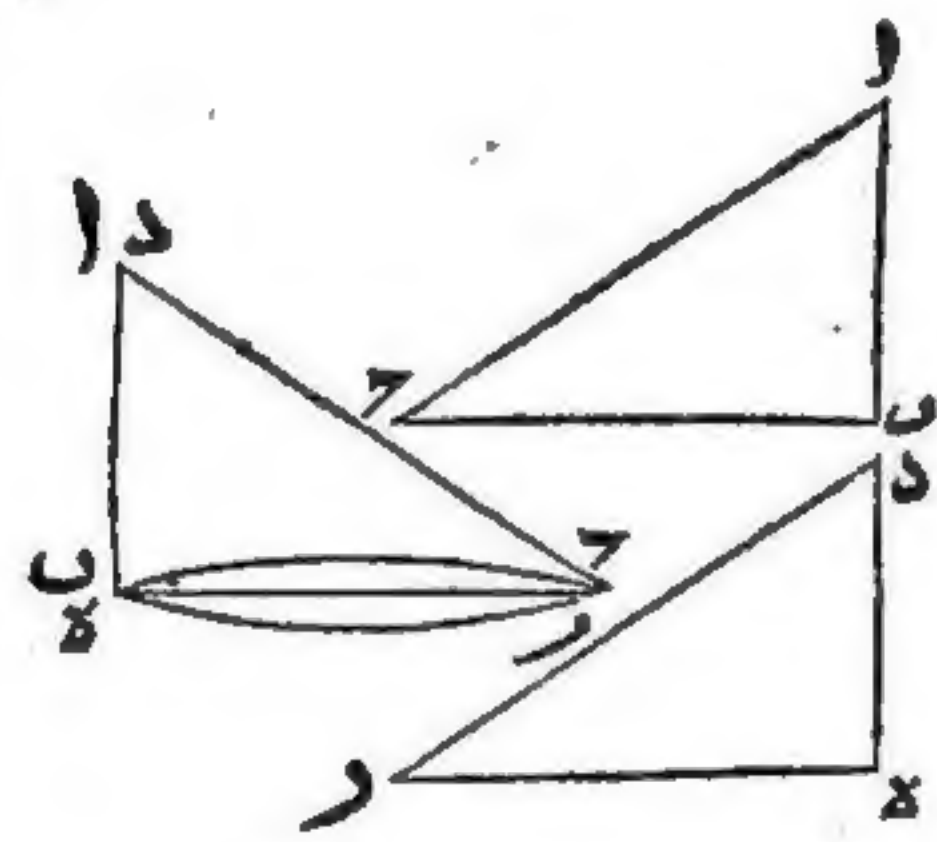
كل خطين مستقيمين مختلفين في الطول  
 فلنا ان نفصل من اطولهما مثل اقصرهما

ولكن الاطول آ ب والاقصر حـ فنضرب الى نقطة آ خط آ د يساوي  
 خط حـ بالشكل المتقدم ونرسم على نقطة آ وببعد آ د دائرة حـ ر ونصل  
 محيطها خط آ ب على نقطة وليكن نقطة ر فيمى محيطها على خط آ ب  
 فليمر على نقطة ر فاقول ان خط آ ر خط حـ برهانه فلان آ مركز  
 دائرة

دائرة رـ د خط آ ر خط آ د وكان خط حـ خط آ د خط  
 آ ر خط حـ وذلك ما اردنا ان نبين  
 ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان من الجايران ينطبق  
 خط آ د على خط آ ب الا ان البرهان واحد  
 ولو ضوحه لم نورد له شكلا



كل مثلثين تساوي ضلعان وزاوية بينهما  
 ضلعين وزاوية بينهما من الاخرى كل لنظيره  
 فالضلعين الباقيين والزوايا الباقية المتناظرة  
 متساوية والمثلث كالمثلث



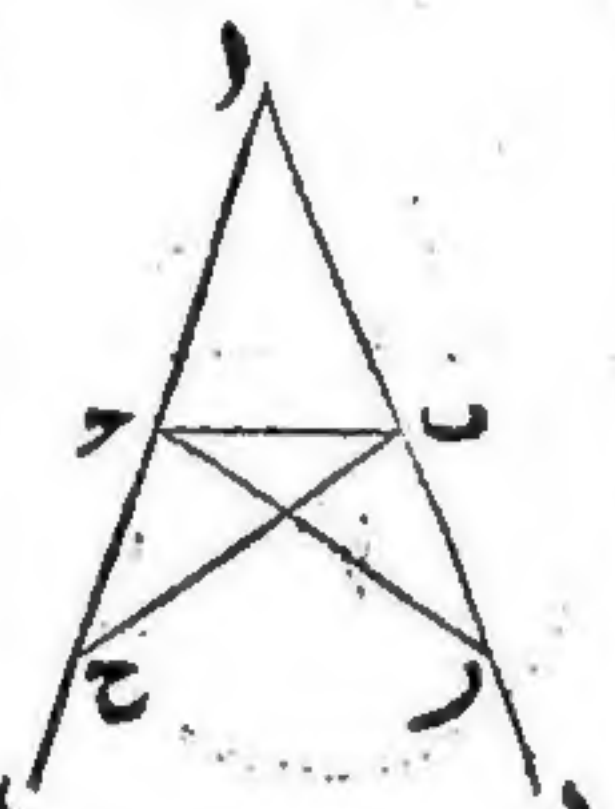
ولكن ضلعا آ ب آ ح وزاوية بـ آ ح من  
 مثلث آ ب ح يساوي ضلعي دـ ر د ح  
 زاوية دـ ر د من مثلث دـ ر د ح كل لنظيره  
 فاقول ان ضلع بـ ح كضلع رـ د وزاوية  
 آ ب ح كزاوية دـ ر د وزاوية آ ب ح كزاوية

دـ ر د ومثلث آ ب ح كمثلث دـ ر د برهانه فلانا اذا ركبنا مثلث  
 آ ب ح على مثلث دـ ر د بحيث يماس بحيث يقع نقطة بـ على نقطة دـ  
 وضلع آ ب على ضلع دـ ر فيقع نقطة آ على نقطة دـ لتساوي ضلعي  
 آ ب دـ ر فينطبق ضلع آ ح على ضلع دـ ر لتساوي زاوية بـ آ ح دـ ر  
 تقع نقطة حـ على نقطة رـ لتساوي آ ح دـ ر فينطبق بـ ح على رـ د  
 لوقع داخل المثلث او خارجه وايا ما كان يلزم احاطة خطين  
 مستقيمين بسطح هذا خلف فاضلاع مثلث آ ب ح وزواياه انطبقت  
 على اضلاع مثلث دـ ر د وزواياه كل على نظيره فالحكم ثابت وذلك ما  
 اردنا ان نبين

كل زاويتين فوق القاعدة من كل مثلث



متساوي الساقين متساويتان وكذلك اللتان  
تحدثان تحتها ان اخرج الساقان علي استقامتهما  
في جهة القاعد



فلين المثلث  $ABC$  متساوي ساق  $AB$  و  $AC$  واخرج  
في جهة القاعدة  $BC$  الى  $D$  و  $E$  الى  $F$  بغير نهايه  
فاقول ان زاويتي  $ABC$  و  $ACB$  متساويتان وكذلك  
زاويتا  $ABD$  و  $ACE$  برهانهم نرسم علي خط  $BC$   
نقطة  $R$  كيف ما اتفق ونصل من  $A$  الى  $R$  خط  $AR$   
بالشكل الثالث ونصل  $BC$  بخطين مستقيمين فلان ضلعي  $AR$  و  $AC$   
من مثلث  $ARC$  يساويان ضلعي  $AB$  و  $AC$  من مثلث  $ABC$  كل لنظيره  
وزاوية  $ACB$  مشتركة بين المثلثين فبالشكل الرابع قاعدة  $AR$  قاعدة  
 $BC$  وزاوية  $ABC$  كزاوية  $ACB$  وزاوية  $ABD$  كزاوية  $ACE$  فاذا القينا  
 $AB$  و  $AC$  المتساويين من  $AR$  و  $AC$  المتساويين يبق  $BR$  و  $CE$  و  $BC$   
ضلعي  $BR$  و  $CE$  وزاوية  $BR$  و  $CE$  من مثلث  $BR$  و  $CE$  يساوي ضلعي  $BC$   
و  $CE$  وزاوية  $BR$  و  $CE$  من مثلث  $BR$  و  $CE$  فبالشكل المتقدم زوايا مثلث  
 $BR$  و  $CE$  و  $BC$  يساوي زوايا مثلث  $BR$  و  $CE$  فاذا القينا زاويتي  $BR$  و  $CE$   
ب  $BR$  و  $CE$  المتساويتين من زاويتي  $ABC$  و  $ACB$  المتساويتين يبق زاوية  $AB$   
متساوية لزاوية  $ACB$  وكانت زاوية  $BR$  و  $CE$  كزاوية  $BC$  فالحكم  
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين وهذا الشكل يلعب بالماموني

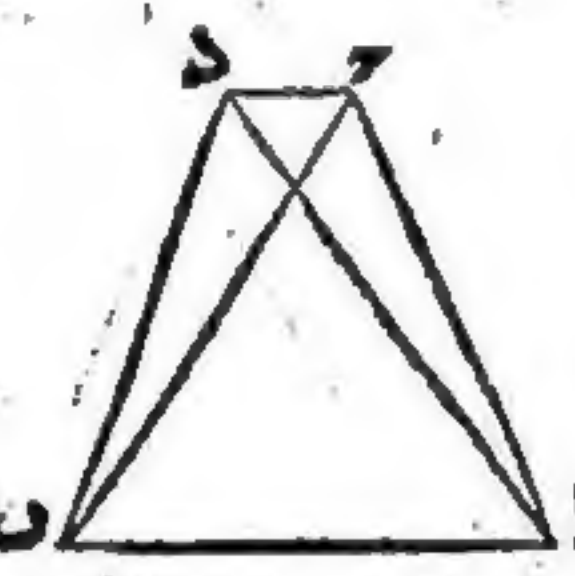


كل مثلث تساوت الزاويتان اللتان فوق  
القاعدة منه فوتراهما متساويان

وليبكن زاويتا  $ABC$  و  $ACB$  متساويتين فاقول ان  
ضلع  $AB$  كضلع  $AC$  برهانهم والا لكان احدهما  
اعظم من الاخر فليكن الاعظم  $AB$  ونصل منه  $BC$   
كضلع  $AB$  بالشكل الثالث ونصل  $BC$  بخط  
مستقيم فلان ضلع  $BA$  من مثلث  $ABC$  كضلع  $BC$   
من مثلث  $BC$  و ضلع  $BC$  مشترك بينهما وزاوية  $ABC$  كزاوية  
د  $BC$  فبالشكل الرابع مثلث  $ABC$  يساوي مثلث  $BC$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين واذا  
اخرجنا

اخرجنا  $AB$  علي استقامته في جهة  $A$  الى غير النهاية وفصلنا منه  $BD$   
مساويا لخط  $AC$  بالشكل الثالث ووصلنا بين نقطتي  $D$  و  $C$  بخط مستقيم  
ينتظم عليه البرهان المذكور

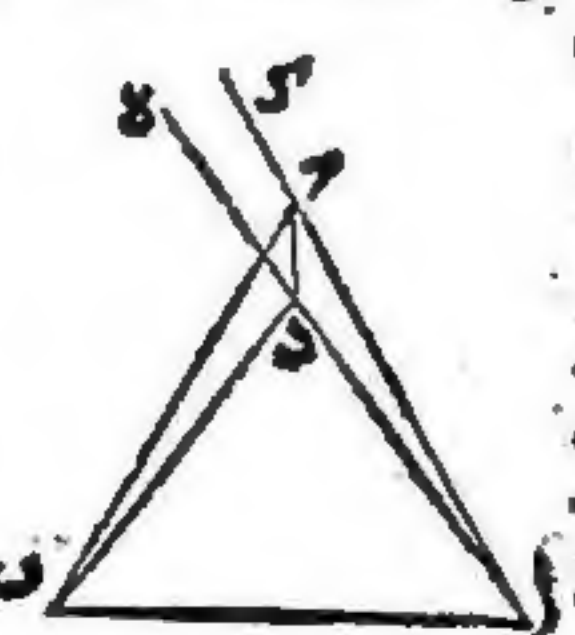
كل خطين مستقيمين خرجا من طرف خط  
مستقيم وتلاقيا علي نقطة في احدي جهتيه فلا  
يمكن ان يخرج من تلك النقطتين خطان اخران  
مستقيمان في تلك الجهة بعينها يساوي كل منهما  
نظيره من الخطين الاولين ويتلاقيان علي غير  
ملتقي الخطين الاولين



فلنخرج من نقطتي  $A$  و  $B$  علي خط  $AB$  المستقيم خطا  
 $AC$  و  $BC$  المستقيمان الملتقيان علي نقطة  $C$  وخرج من  
نقطتي  $A$  و  $B$  ايضا في جهة  $C$  خطا  $AD$  و  $BE$  خطا  $AD$  و  $BE$  خطا  
 $BC$  فاقول ان خطي  $AD$  و  $BE$  لا يمكن ان يلتقيا علي غير نقطة  $C$  برهانهم  
فان امكن ذلك فليلتقيا علي نقطة  $D$  ونصل بين  $D$  و  $C$  بخط مستقيم  
فلتساوي ضلعي  $AD$  و  $BE$  تساوي زاوية  $ADC$  التي هي اعظم من زاوية  $BC$   
زاوية  $ADC$  بالشكل الخامس فزاوية  $ADC$  اعظم من زاوية  $BC$  وايضا  
فلتساوي ضلعي  $AD$  و  $BE$  تساوي زاوية  $ADC$  التي هي اصغر من زاوية  
 $ADC$  زاوية  $ADC$  بالشكل الخامس فزاوية  $ADC$  اصغر من زاوية  $ADC$   
وهي اعظم منها هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

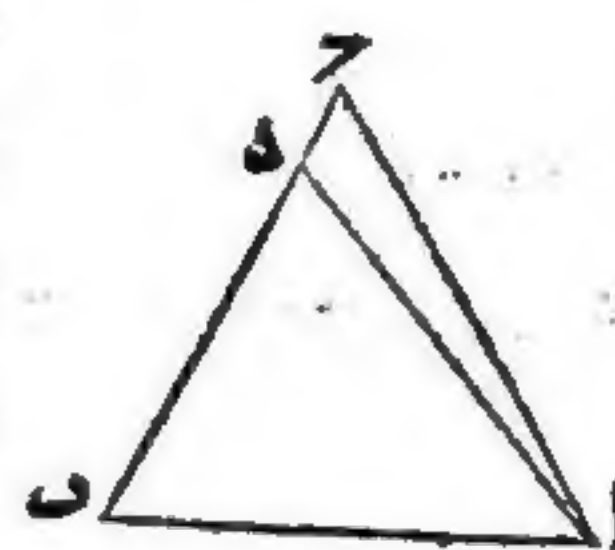


ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة  $D$  اما ان تقع  
خارج مثلث  $ABC$  ويقطع احد ضلعي  $DA$  و  $DB$  احد  
ضلعي  $CA$  و  $CB$  او لا واما ان تقع داخل مثلث  $ABC$   
واما ان تقع علي احد ضلعي  $CA$  و  $CB$  اما الاول فقد  
بيننا استحالة واما الثاني فنخرج فيه خطي  $AD$  و  $BE$  علي  
استقامتهما في جهة  $D$  الى نقطتي  $R$  و  $E$  واما في الثالث  
فالي نقطتي  $R$  و  $E$  ونصل بين نقطتي  $R$  و  $E$  بخط مستقيم  
فلان في الثاني زاويتا  $BC$  و  $CE$  من مثلث  $BC$   
متساويتان بالشكل الخامس وزاويتا  $BC$  و  $CE$



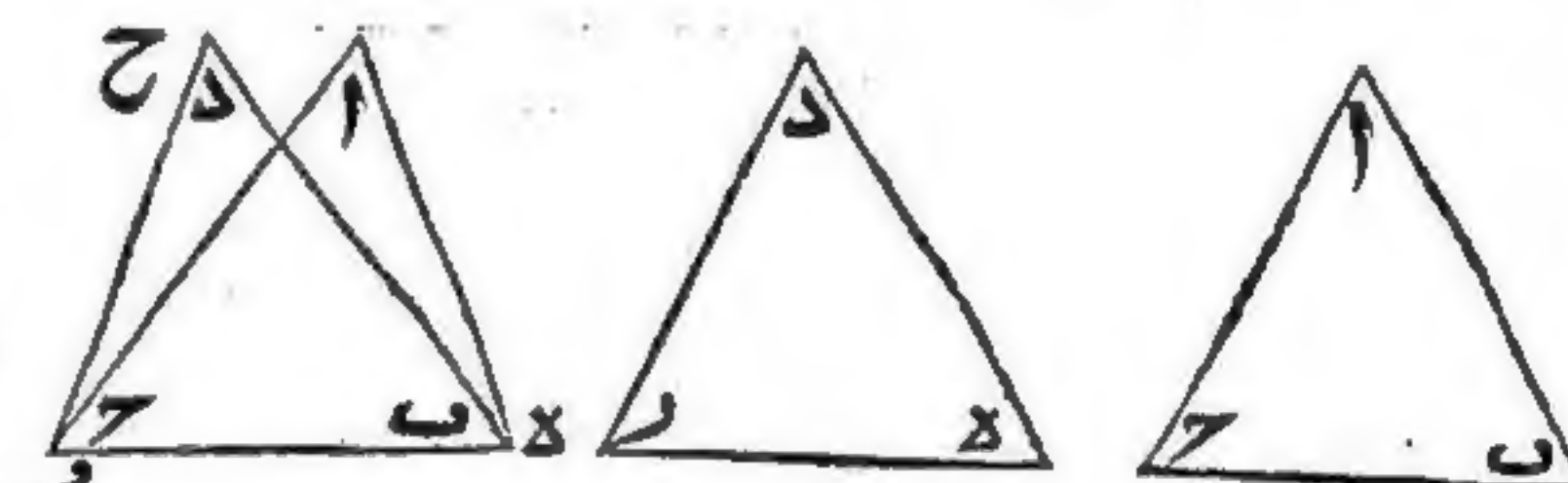


متساويتان بالشكل الخامس ايضا فيكون زاوية  $\text{ر د د}$   
 المساوية لزاوية  $\text{د د د}$  التي اعظم من زاوية  $\text{ب د د}$   
 المساوية لزاوية  $\text{ب د د}$  اعظم من زاوية  $\text{ب د د}$  وهي  
 اصغر منها هذا خلف ومثله تبين الخلف في الثالث  
 واما الرابع فليقع نقطة  $\text{د}$  على خط  $\text{ب د}$  قبل  
 اخراجه او بعده فيكون احد الخطين المتساويين اعظم او اصغر من  
 الاخر هذا خلف  $\text{ح}$



كل مثلثين تساوت اضلاعهما المتناظرة  
فهما متساويان وزواياهما المتناظرة متساوية

لیکن اضلاع  $\overline{AB}$   $\overline{AC}$   $\overline{BC}$  من مثلث  $\overline{ABC}$  تساوی اضلاع  $\overline{DE}$   $\overline{DF}$   $\overline{EF}$  من مثلث  $\overline{DEF}$  فاقول ان المثلثین متساویان وان زوایا  $\overline{ABC}$   $\overline{DEF}$  کزوایا  $\overline{D}$   $\overline{E}$   $\overline{F}$  متساویة علی التناظر برهانہ فلانا

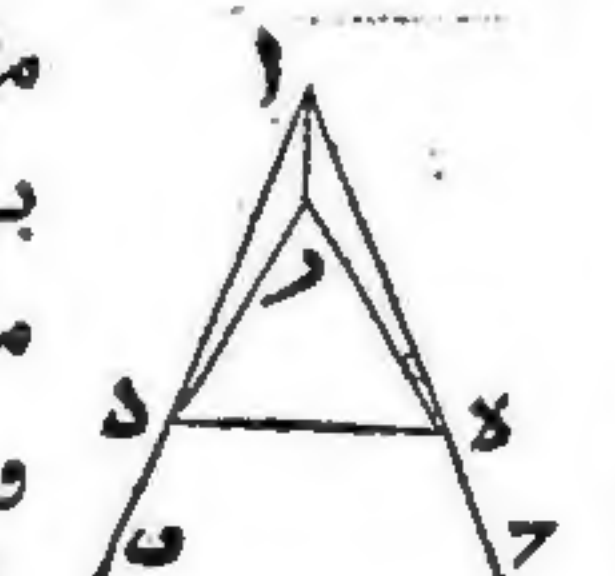


اذا ركبنا مثلث ا ب ج  
ع في مثلث د ه ر  
ب ج ينطبق ضلع  
ب ج ع في ضلع د ر  
ونقطتا ب ج ع

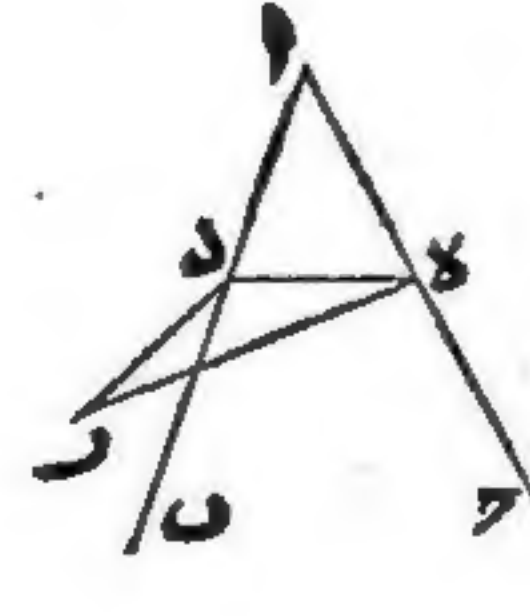
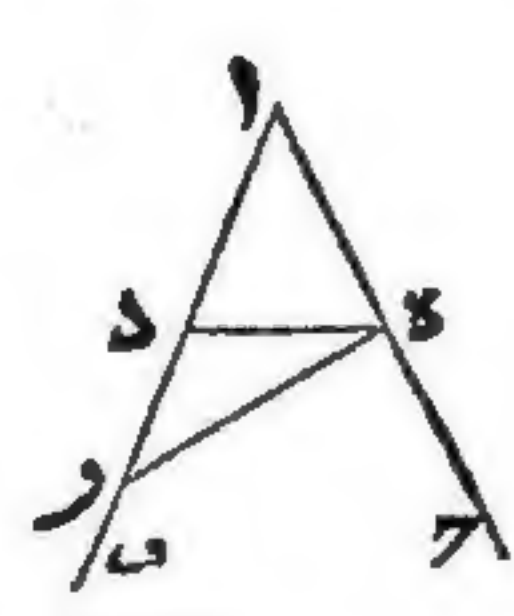
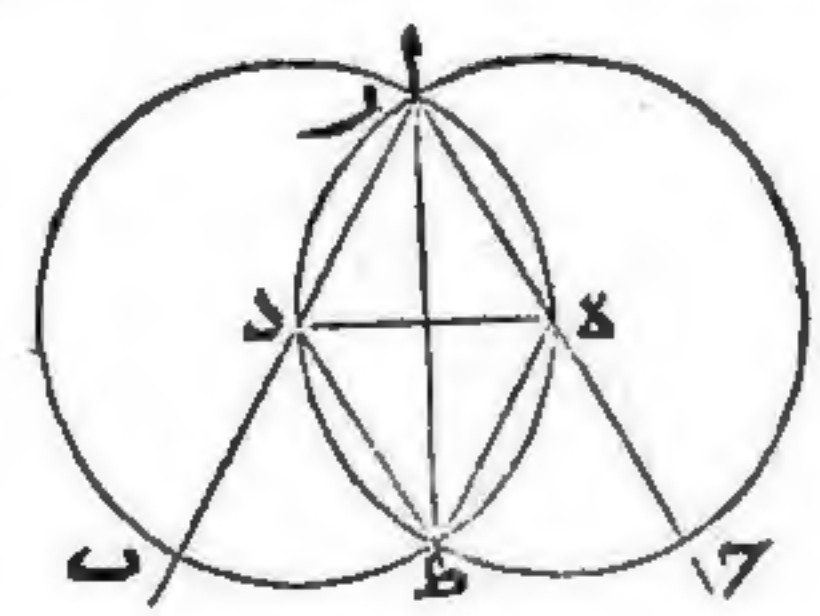
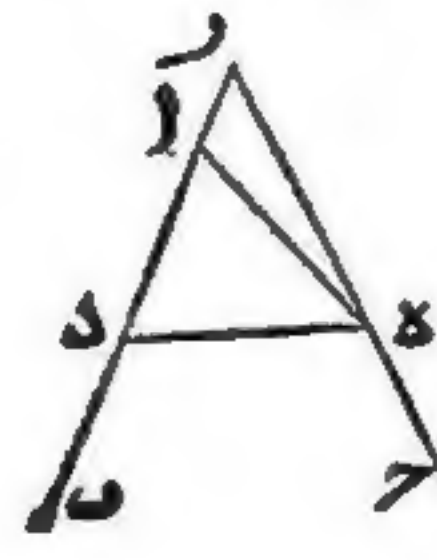
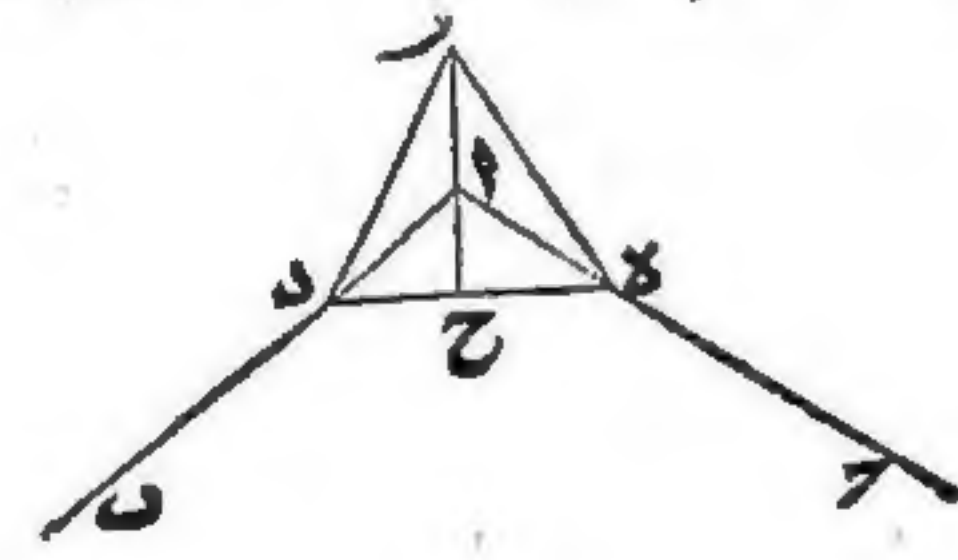
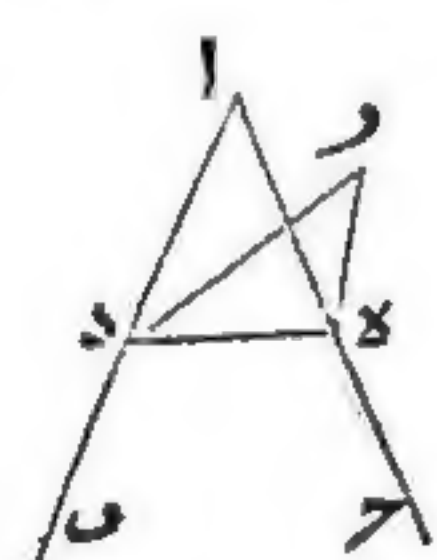
نقطتي  $\bar{e}$   $\bar{r}$  فلا بد وان يقع نقطة  $\bar{a}$  علي نقطة  $\bar{d}$  والا فليقع علي نقطة  
اخرى كنقطة  $\bar{c}$  مثلاً فيلزم خروج خطي  $\bar{e}$   $\bar{r}$   $\bar{d}$  المستقيمين في جهة  $\bar{d}$   
من نقطتي  $\bar{e}$   $\bar{r}$  مع خروج  $\bar{c}$   $\bar{h}$   $\bar{r}$  المستقيمين من تنبك المساويين لهما  
في تلك الجهة لعبئها مع اختلاف المبلعي هذا خلف بالشكل المتقدم  
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لنا ان ننصف كل زاوية مستقيمة الخطين

ولیکن زاویه  $\widehat{BAC}$  مستقیمه الخطین فاقول لنا ان نصفها برهانہ  
نرسم علی ضلع  $\widehat{AB}$  نقطه کيف اتقف وليکن  $\widehat{D}$  ونصل من ضلع  $\widehat{AC}$   $\widehat{AD}$   
کاد بالشکل الثالث ونصل بين نقطتي  $\widehat{D}$   $\widehat{E}$  بخط مستقيم ونرسم علی  $\widehat{DE}$   
مثلت  $\widehat{D}$   $\widehat{E}$  متساوي الاضلاع بالشکل الاول ونصل  
بين نقطتي  $\widehat{A}$   $\widehat{R}$  بخط مستقيم فلان ضلعي  $\widehat{AD}$   $\widehat{AE}$  من  
مثلت  $\widehat{A}$   $\widehat{R}$  يساويان ضلعي  $\widehat{AD}$   $\widehat{AE}$  من مثلت  $\widehat{D}$   $\widehat{E}$   
وضلع  $\widehat{AR}$  مشترك بينهما فزاويتا  $\widehat{DAR}$   $\widehat{EAR}$  متساويتان  
بالشکل المتقدم فالحکم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  
ولهذا

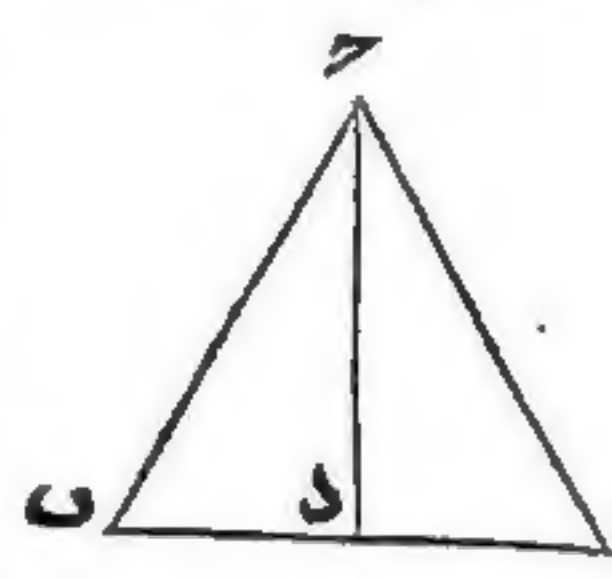


ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة راما ان تقع في جهة مثلث اده  
من حط ده او في مقابلها فعلي تقدير القسم الاول اما ان يقع نقطة ر  
داخل مثلث اده او خارجه مع قطع احد ضلعي دره ر احد ضلعي  
اد اه او مع انطباق احد ضلعي دره ر علي احد ضلعي اد اه او لا مع  
قطعه احدهما واما ان يقع علي احد ضلعي اد اه او علي نقطة آ فعلي  
الاول نصل بين نقطتي آ ر بخط مستقيم ونبين بمثل ما بينا تنصيف  
زاوية باح وعلي الثاني والثالث يلزم ان يكون احدي زاويتي رده  
رده المتساويتين اعظم من احدي زاويتي اده اده المتساويتين والاخري  
اصغر من الاخري هذا خلف وعلي الرابع نصل بين نقطتي آ ر بخط  
مستقيم ونخرجه علي استقامته الي ضلع ده فبنتهي اليه علي نقطة ح  
ويبين بالشكل المتقدم ان زاويتي دراه ر من مثلثي ادر اه ر متساويان  
ثم تبين بالشكل الرابع ان قاعدة ه ح من مثلث رحه كقاعدة ح د من  
مثلث رح د ثم تبين بالشكل المتقدم زاوية داح من مثلث ادح كزاوية  
داح وعلي الخامس تبين الخلف بمثل ما بينا في القسم الثاني وعلي  
السادس يكون نقطة ر علي تقاطع الدائرتين رسمنا لهما مثلث دطه  
ولبكن نقطة ط علي تقاطعهما الاخر ونصل بينهما وبين كل واحدة  
من نقطة رده بخط مستقيم ثم تبين بالشكل المتقدم ان زاوية درط  
من مثلث درط كزاوية درط من مثلث رطه واما

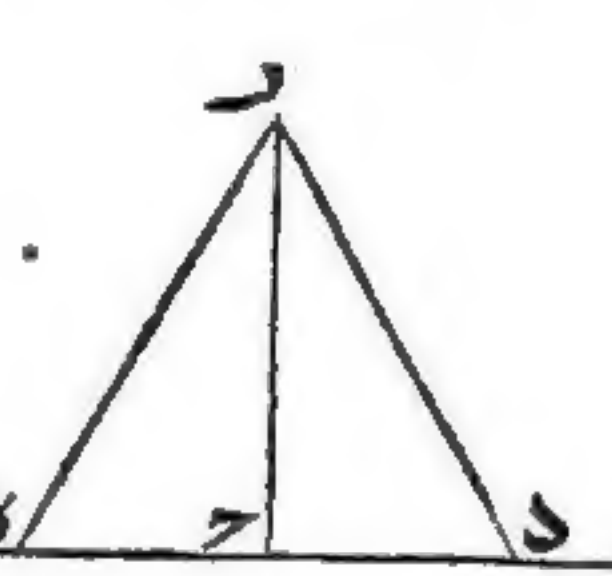


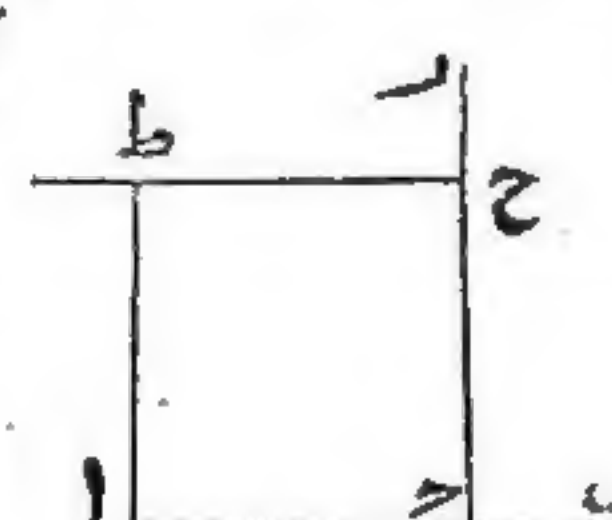
کل خط مستقیم محدود مفروض لنا ان نصفه  
لیکن اب خط مستقیم محدود نرسم علیہ مثلث  $ABC$  متساوی



الاضلاع بالشكل الاول ونصف زاوية  $\alpha$  ب بالشكل المتقدم بخط  $\alpha$  المستقيم ونخرجه الى ان ينتهي الى خط  $\alpha\beta$  فليبتنه على نقطة  $\delta$  فاقول ان خطي  $\alpha\delta$  و  $\beta\delta$  متساويان برهانه فلان ضلعي  $\alpha\delta$  و  $\beta\delta$  زاوية  $\alpha$  من مثلث  $\alpha\delta\beta$  تساوي ضلعي  $\alpha\delta$  و  $\beta\delta$  زاوية  $\beta$  ب  $\delta$  فبالشكل الرابع قاعدة  $\alpha\delta$  كقاعدة  $\beta\delta$  وذلك ما اردنا ان نبين  

واسبتبان منه ان متي نصفت زاوية مستقيمة الخطين يحيط بها ضلعان متساويان من اي مثلث فان الخط المنصف للزاوية ينصف قاعدتها و هي تنصف قاعدة زاوية مستقيمة الخطين يحيط بها ضلعان متساويان و وصل بين نقطتي الزاوية والقسمه بخط مستقيم فذلك الخط ينصف الزاوية

كل نقطة على اي خط مستقيم مفروض غير متناه في طرفيه او في احدها لنا ان نخرج من تلك النقطة عمودا على ذلك الخط

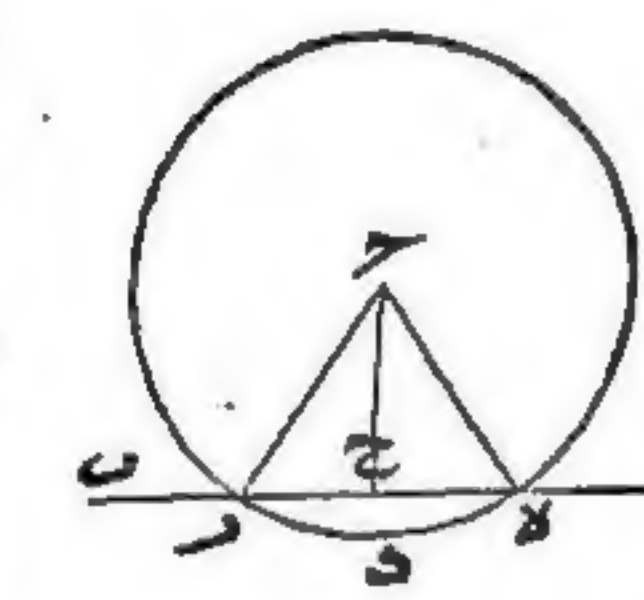
ليكن الخط  $\alpha\beta$  والنقطة  $\gamma$  ونرسم على خط  $\alpha\beta$  نقطة  $\delta$  كيف اتفق ونفصل من خط  $\alpha\beta$  خط  $\gamma\delta$  مثل  $\delta\gamma$  بالشكل الثالث ونرسم على خط  $\delta\gamma$  مثلث  $\delta\gamma\epsilon$  مثلث  $\delta\gamma\epsilon$  متساوي الاضلاع بالشكل الاول ونصل  $\gamma\epsilon$  بخط مستقيم فاقول ان خط  $\gamma\epsilon$  عمود على خط  $\alpha\beta$  برهانه فلان اضلاع مثلثي  $\delta\gamma\epsilon$  و  $\delta\gamma\epsilon$  متساوية على التناظر فبالشكل الثامن وزاوية  $\delta\gamma\epsilon$  و  $\delta\gamma\epsilon$  حركزاوية  $\delta\gamma\epsilon$  حركزاوية  $\delta\gamma\epsilon$  وذلك ما اردنا ان نبين  

ولنا ان نبين هذا الشكل بوجه اخر فلان ضلعي  $\delta\gamma\epsilon$  و  $\delta\gamma\epsilon$  يكون زاويتا  $\delta\gamma\epsilon$  و  $\delta\gamma\epsilon$  متساويين بالشكل الخامس فيكون ضلعا  $\delta\gamma\epsilon$  و  $\delta\gamma\epsilon$  يساويان ضلعي  $\delta\gamma\epsilon$  و  $\delta\gamma\epsilon$  وزاوية  $\delta\gamma\epsilon$  و  $\delta\gamma\epsilon$  حركزاوية  $\delta\gamma\epsilon$  فبالشكل الرابع وزاويتا  $\delta\gamma\epsilon$  و  $\delta\gamma\epsilon$  متساويتان فخط  $\gamma\epsilon$  عمود على  $\alpha\beta$  و اقول ان كانت قاعدة على طرف خط  $\alpha\beta$  و اردنا ان نخرج منها عمودا على خط  $\alpha\beta$  من غير اخراج خط  $\alpha\beta$  في جهة آ لنا ذلك فنخرج من نقطة على خط  $\alpha\beta$  عمودا عليه كما مثلنا وليكن هو عمود  $\gamma\epsilon$  ونخرج من نقطة ما على عمود  $\gamma\epsilon$  عمودا عليه كما مثلنا وليكن عمود



عمود  $\gamma\epsilon$  ونخرجه على استقامة في جهة  $\alpha$  الى غير النهايه ونفصل منه خط  $\alpha\delta$  مساويا لخط  $\alpha\beta$  بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي  $\alpha\delta$  و  $\beta\delta$  بخط مستقيم فاقول ان زاوية  $\alpha\delta\beta$  قائمة والا لكانت حادة او منفرجة فان كانت حادة كان خط  $\alpha\delta$  حرك موضوعان على التقارب في جهة  $\alpha$  لان زاوية  $\alpha\delta\beta$  قائمة فيكون خط  $\alpha\delta$  اعظم من عمود  $\gamma\epsilon$  و هما متساويان هذا خلف وان كانت منفرجة وزاوية  $\alpha\delta\beta$  قائمة كان خط  $\alpha\delta$  حرك موضوعان على التباعد في جهة  $\alpha$  فيكون خط  $\alpha\delta$  اصغر من عمود  $\gamma\epsilon$  و هما متساويان هذا خلف فزاوية  $\alpha\delta\beta$  قائمة فخط  $\gamma\epsilon$  عمود على  $\alpha\beta$  وهو المطلوب وهذه صورتها

ب

كل نقطة مفروضة على سطح مفروض فيه خط مستقيم غير محدود في طرفيه ولا تكون النقطة على الخط المفروض لنا ان نخرج من تلك النقطة الى الخط عمودا



ليكن الخط  $\alpha\beta$  والنقطة  $\gamma$  فنرسم نقطة  $\delta$  في الجهة المقابلة لجهة  $\gamma$  من خط  $\alpha\beta$  ونرسم على  $\gamma$  و  $\delta$  و  $\beta$  دائرة  $\delta\gamma\epsilon$  فيمحيطها على نقطتي  $\gamma$  و  $\delta$  من خط  $\alpha\beta$  ونصل بين  $\gamma$  و  $\delta$  و  $\beta$  و  $\delta$  ونقطتي  $\gamma$  و  $\delta$  بخط مستقيم وننصف خط  $\gamma\delta$  على نقطة  $\epsilon$  ونصل بينها وبين نقطة  $\gamma$  بخط مستقيم فاقول ان خط  $\gamma\epsilon$  عمود على  $\alpha\beta$  برهانه فلان اضلاع مثلثي  $\delta\gamma\epsilon$  و  $\delta\gamma\epsilon$  متساوية على التناظر فبالشكل الثامن وزاويتا  $\delta\gamma\epsilon$  و  $\delta\gamma\epsilon$  متساويتان فخط  $\gamma\epsilon$  عمود على خط  $\alpha\beta$  وتبين بوجه ابسط فننصف زاوية  $\delta\gamma\epsilon$  بخط مستقيم بالشكل التاسع ونخرجه الى ان ينتهي الى خط  $\alpha\beta$  بنقطة  $\epsilon$  فنقول ان خط  $\gamma\epsilon$  عمود على  $\alpha\beta$  برهانه فلان ضلعي  $\delta\gamma\epsilon$  و  $\delta\gamma\epsilon$  من مثلث  $\delta\gamma\epsilon$  يساوي ضلعي  $\delta\gamma\epsilon$  و  $\delta\gamma\epsilon$  من مثلث  $\delta\gamma\epsilon$  وزاوية  $\delta\gamma\epsilon$  و  $\delta\gamma\epsilon$  حركزاوية  $\delta\gamma\epsilon$  فبالشكل الرابع وزاويتا  $\delta\gamma\epsilon$  و  $\delta\gamma\epsilon$  متساويتان فخط  $\gamma\epsilon$  عمود على  $\alpha\beta$  وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم وقع على خط مستقيم فان



الزاويتين الحادثتين عن جنبي الخط الواقع  
قايمتان او مساويتان لقائمتين

فلنقع خط  $آب$  المستقيم على  $آد$  المستقيم فليحدث  
زاويتي  $آب د$   $آد ب$  فاقول انهما اما قايمتان او مساويتان  
لقائمتين برهانه فلان خط  $آب$  اما ان يكون عمودا على خط  $آد$  او لم  
يكن فان كان عمودا عليه كانت زاويتا  $آب د$   $آد ب$  قايمتين وان لم يكن  
عمودا فيخرج من نقطة  $ب$  عمود  $ب هـ$  على خط  $آد$  بالشكل الحادي عشر  
فتقسم زاوية  $آب د$  المنفرجة الى زاويتي  $آب هـ$  القائمة وزاوية  $هـ ب د$   
الحادة فاذا اضفنا الحادة الى زاوية  $آد ب$  صارتا قائمة وزاوية  $آد ب$   
الباقية من زاوية  $آب د$  قائمة فزاويتا  $آب د$   $آد ب$  معا قائمتين فالحكم  
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين مستقيمين يتصلان عن جنبي  
اي خط مستقيم بنقطة عليه وكانت الزاويتان  
الحادثتان قائمتين او مساويتين لهما فكل من  
الخطين على استقامة الاخر

فلينصل بنقطة  $ب$  من خط  $آب$  عن جنبيه خطا  
 $ب د$   $ب هـ$  واحاطا معه بزاويتي  $آب د$   $آب هـ$  فاقول ان  
خط  $ب د$  ويصير معه خطا مستقيما برهانه والا فليكن مع  $ب هـ$   
خطا مستقيما فزاويتا  $آب د$   $آب هـ$  اما قايمتان او مساويتان لهما بالشكل  
المتقدم وكانت زاويتا  $آب د$   $آد ب$  قايمتين او مساويتين لهما فاذا القينا  
زاوية  $آب د$  المشتركة بقبت  $آب هـ$  كزاوية  $آد ب$  فالجزء مساو لكله  
هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين وهذا الشكل  
اختلاف وقوع فان خط  $ب هـ$  يمكن ان يقع بين خطي  $آب$   $ب د$  او تحتهما

كل زاويتين متقابلتين من اربع زوايا الحادثة  
عن تقاطع كل خطين مستقيمين متساويان  
والزوايا

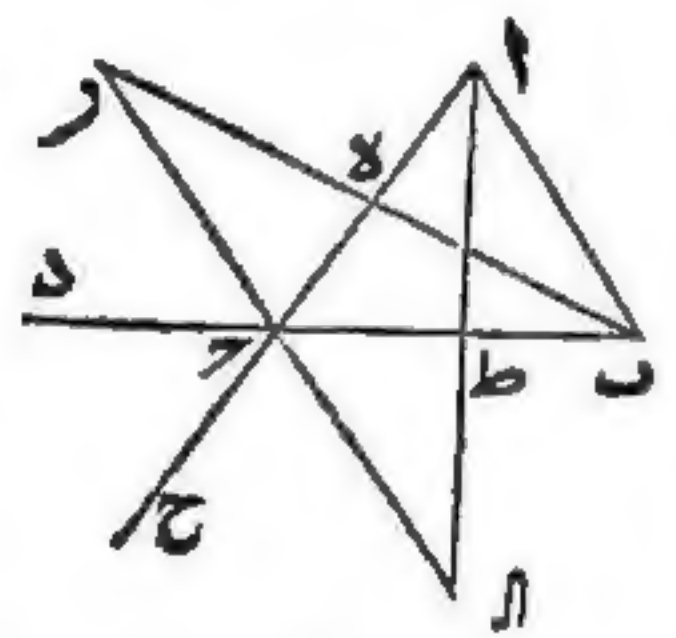
والزوايا الاربع الحادثة كاربعة قوايما

فلينقاطع خطا  $آب$   $آد$  على نقطة  $آ$  فاقول ان زاوية  
 $آد ب$  كزاوية  $آد ب$  المقابلة لها برهانه فلان كل  
واحدة من زاويتي  $آد ب$   $آد ب$  مع زاوية  $آد ب$  كقائمتين

بالشكل الحادي عشر فاذا القينا زاوية  $آد ب$  المشتركة تبقي زاوية  $آد ب$   
مساوية لزاوية  $آد ب$  وبمثله تبين ان زاوية  $آد ب$  كزاوية  $آد ب$  المقابلة  
لها وقد ظهر مما ذكرنا ان الزوايا الاربع كاربعة قوايما وذلك ما اردنا ان نبين  
وقد استبان من هذا ان الخطوط المتقاطعة لو كانت اكثر من اربع فان  
الزوايا الحادثة من تقاطع الجميع جميعها مساوية لاربعة قوايما وان جميع  
الزوايا الحادثة من خروج ثلاثة خطوط واكثر في سطح من اي نقطة كايه  
فيه تساوي اربع قوايما ولا يكون شي من السطح خارجا من تلك الزوايا  
التي تساوي اربع قوايما

كل واحدة من الزوايا الحادثة من اخراج اي  
ضلع من اضلاع اي مثلث مستقيم الاضلاع على  
استقامته اعظم من كل واحدة من الزاويتين

الداخلتين المتقابلتين لهما



ولنخرج ضلع  $ب د$  من اضلاع مثلث  $آب د$  على  
استقامته الى  $د$  فاقول ان زاوية  $آد ب$  اعظم من كل  
واحدة من زاويتي  $آب د$   $آد ب$  برهانه ننصف

ضلع  $آ د$  على نقطة  $هـ$  بالشكل العاشر ونصل بين نقطتي  $ب هـ$  بخط  
مستقيم ونخرج على استقامته في جهة  $هـ$  الى غير النهاية ونفصل من  
خط  $ب هـ$  خط  $ب د$  بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي  $ر هـ$  بخط  
مستقيم فلان زاويتي  $آد ب$   $آد ب$  متساويتان بالشكل المتقدم فضلعا  $ر هـ$   
 $هـ د$  وزاوية  $ر هـ د$  من مثلث  $ر هـ د$  تساوي ضلعي  $ر هـ$   $هـ د$  وزاوية  $آد ب$   
من مثلث  $آد ب$  فزاوية  $ر هـ د$  مساوية لزاوية  $آد ب$  بالشكل الرابع  
وزاوية  $آد ب$  اعظم من زاوية  $ر هـ د$  فهي اعظم من زاوية  $آد ب$  فاذا اخرج  
ضلع  $آ د$  الى نقطة  $ح$  في جهة  $ر$  يحدث زاوية  $ح د ب$  وننصف ضلع  
 $ب د$  على نقطة  $ط$  بالشكل العاشر ونصل بين نقطتي  $آ ط$  بخط مستقيم  
ونخرج في جهة  $ط$  الى غير النهاية ونفصل منه خط  $ط آ$  مثل  $آ ط$



بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي  $\alpha$  و  $\beta$  بخط مستقيم وتبين بمثل ما  
بيننا ان زاوية  $\alpha$  كزاوية  $\beta$  و زاوية  $\beta$  ح  $\alpha$  اعظم من زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$   
المساوية لزاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  فزاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  المساوية لزاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  بالشكل  
المتقدم اعظم من زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  وبمثل ما بينا تبين المطلوب اذا اخرجنا  
ضلعي  $\alpha$  و  $\beta$  وذلك ما اردنا ان نبين  $\alpha$  واستبان منه انه لا يمكن  
ان يوجد زاويتان متساويتان في جهة واحدة الحادثتان من خروج  
خطين مستقيمين من نقطة في سطح الى خط مستقيم في ذلك السطح  $\alpha$

كل زاويتين من اي مثلث مستقيم الاضلاع  
اي زاويتين كانتا فانهما معا اقل من قائمتين

ولكن مثلث  $\alpha$  ح  $\beta$  مستقيم الاضلاع فاقول ان كل  
واحدة من زاويتي  $\alpha$  ح  $\beta$  و  $\beta$  ح  $\alpha$  معا و زاويتي  $\alpha$  ح  $\beta$   
 $\beta$  ح  $\alpha$  معا و زاويتي  $\alpha$  ح  $\beta$  و  $\beta$  ح  $\alpha$  معا اقل من قائمتين  
برهانه نخرج ضلع  $\beta$  الى  $\alpha$  في جهة  $\alpha$  فلان زاويتي  $\alpha$  ح  $\beta$  و  $\beta$  ح  $\alpha$   
متساويتان لقائمتين بالشكل الثالث عشر و زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  اعظم من كل  
واحدة من زاويتي  $\alpha$  ح  $\beta$  و  $\beta$  ح  $\alpha$  بالشكل المتقدم فكل من زاويتي  $\alpha$  ح  $\beta$   
 $\alpha$  ح  $\beta$  و  $\beta$  ح  $\alpha$  معا اقل من قائمتين وبمثل ما تبين  
البواقي وذلك ما اردنا ان نبين  $\alpha$

كل اطول ضلع من اضلاع اي مثلث مستقيم  
الاضلاع فانه يوتر الزاوية العظمي من زواياه

ليكن ضلع  $\alpha$  ح  $\beta$  من مثلث  $\alpha$  ح  $\beta$  المستقيم الاضلاع  
اطول من ضلع  $\alpha$  ح  $\beta$  فاقول ان زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  اعظم من  
زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  برهانه نفصل من ضلع  $\alpha$  ح  $\beta$   $\alpha$   
يساوي ضلع  $\alpha$  ح  $\beta$  بالشكل الثالث ونصل  $\alpha$  ح  $\beta$  بخط مستقيم فلان زاوية  
 $\alpha$  ح  $\beta$  التي هي اصغر من زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  كزاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  بالشكل الخامس و زاوية  
 $\alpha$  ح  $\beta$  اعظم من زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  بالشكل السادس عشر فزاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  اعظم  
كثيرا من زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  وذلك ما اردنا ان نبين وبمثل ما تبين لو كان الاعظم غيره  $\alpha$

كل زاوية عظمي من زوايا كل مثلث مستقيم  
الاضلاع

الاضلاع فوترها الضلع الاطول من باقي اضلاعه

فليكن زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  اعظم من زوايا مثلث  $\alpha$  ح  $\beta$   
المستقيم الاضلاع فاقول ان ضلع  $\alpha$  ح  $\beta$  اعظم اضلاعه  
برهانه والا لكان مساويا لضلع  $\alpha$  ح  $\beta$  مثلا فيكون  
زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  كزاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  بالشكل الخامس وهي اعظم منها هذا خلف  
او كان اصغر منه فيكون زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  اعظم من زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  بالشكل  
المتقدم وهي اصغر منها هذا خلف وبمثل ما تبين كونه اعظم البواقي  
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  $\alpha$

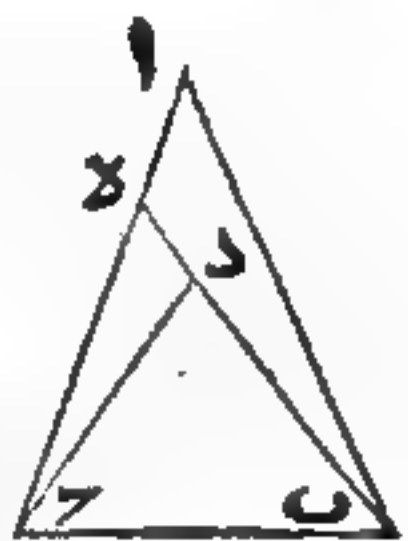
كل ضلعين من اضلاع اي مثلث كان فيها  
معا اطول من الثالث

ليكن المثلث  $\alpha$  ح  $\beta$  فاقول ان ضلعي  $\alpha$  ح  $\beta$  معا  
اعظم من  $\beta$  ح  $\alpha$  برهانه نخرج  $\beta$  الى  $\alpha$  في جهة  $\alpha$  علي استقامته الى غير  
النهاية ونفصل منه  $\alpha$  ح  $\beta$  بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي  $\alpha$  ح  $\beta$   
بخط مستقيم فلان  $\alpha$  ح  $\beta$  يكون زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  التي هي اصغر من زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$   
كزاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  بالشكل الخامس فزاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  اعظم من زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  فضلع  
 $\beta$  ح  $\alpha$  المساوي لضلي  $\alpha$  ح  $\beta$  اعظم من ضلع  $\beta$  ح  $\alpha$  وبمثل ما تبين البواقي  
وذلك ما اردنا ان نبين  $\alpha$

كل خطين مستقيمين خرجا من طرفي اي  
ضلع من اضلاع اي مثلث مستقيم الاضلاع  
والتقيا داخله فانهما معا اصغر من الضلعين  
الباقين معا والزاوية التي يحيط بها الخطان اعظم  
من الزاوية التي يحيط بها الضلعان الباقيان

فلنخرج خطا  $\alpha$  ح  $\beta$  من طرفي ضلع  $\alpha$  ح  $\beta$  من اضلاع  
مثلث  $\alpha$  ح  $\beta$  والتقيا علي نقطة  $\alpha$  داخله فاقول ان  
خطي  $\alpha$  ح  $\beta$  معا اصغر من  $\alpha$  ح  $\beta$  معا وان زاوية  
 $\alpha$  ح  $\beta$  اعظم من زاوية  $\alpha$  ح  $\beta$  برهانه نخرج خط  $\alpha$  ح  $\beta$

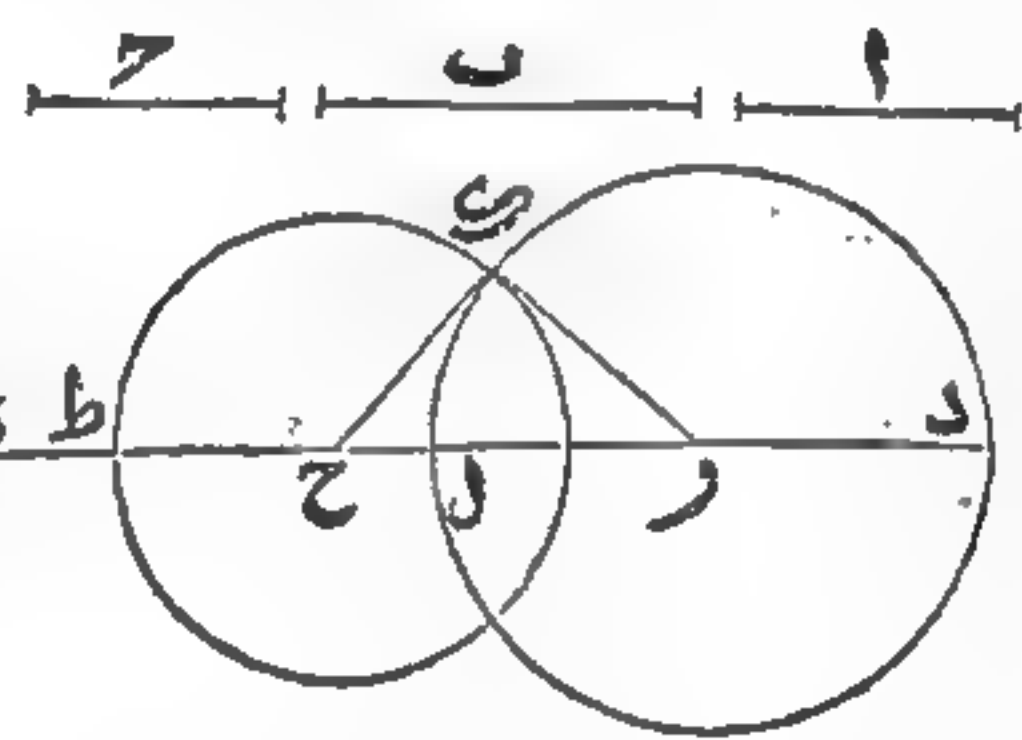




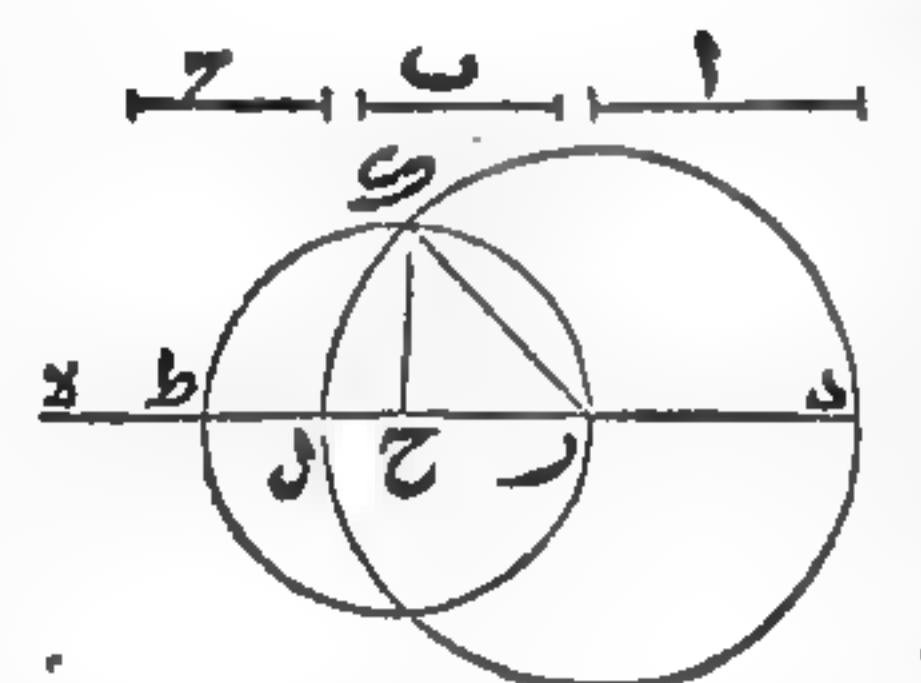
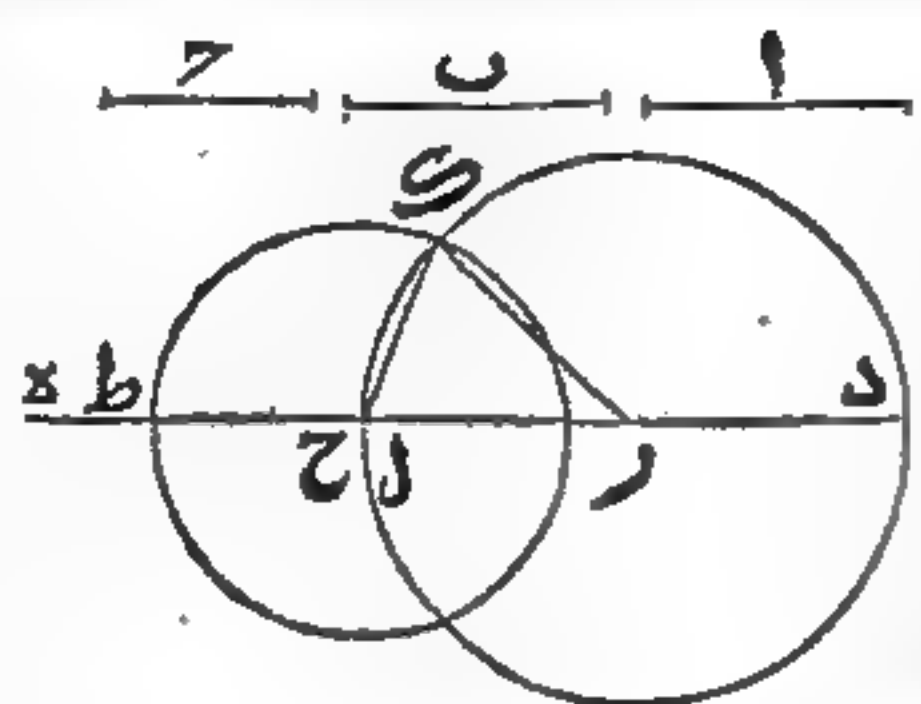
علي استقامته في جهة د فبنتهي الي ضلع ا ب علي  
نقطة بين نقطتي ا ح لانه لو انتهت الي نقطة اخري يلزم  
احاطه خطين مستقيمين بسطح وليكن نقطة ه فلان  
ضلعي ا ه ا ب معا اعظم من ب ه بالشكل المتقدم ونجعل د ر  
مشتركا فضلعا ا ب ا ح معا اعظم من ب ه معا وضلعا  
د ه د ر معا اعظم من د ر بالشكل المتقدم ونجعل ب د مشتركا فضلعا  
د ب د ر معا اعظم من ضلعي د ب د ر معا فضلعا ا ب ا ح اعظم كثيرا  
من ضلعي د ب د ر معا وايضا فلان زاوية ب د ر الخارجة من مثلث  
د ه ر اعظم من زاوية د ه ر التي هي اعظم من زاوية ه ا ب بالسادس عشر  
فزاوية ب د ر اعظم كثيرا من زاوية ب ا ح وذلك ما اردنا ان نبين  
الب

لنا ان نرسم علي كل خط مستقيم غير متناه  
في جهتيه اوجهة فقط مثلث مستقيم الاضلاع  
يساوي كل ضلع منها احد ثلثه خطوط  
متناهية مستقيمة مفروضة كل اثنين منها

اعظم من الثالث



ليكن الخط المستقيم د ه والخطوط  
المفروضة ا ب ح فنفصل من خط د ه  
د ر يساوي ا ح و ر ح يساوي ب ح و ح ط  
يساوي ح بالشكل الثالث ونجعل ر  
مركزا وندير ببعد د ر دائرة د ا فلا بد  
وان يقطع محيطها خط د ه وليقطع علي نقطة ل ونجعل نقطة ح مركزا  
وندير ببعد ح ط دائرة ط ا فبقطع محيطها محيط دائرة د ا علي نقطة ا  
ونصل بينهما وبين كل واحدة من نقطتي ر ح بخط مستقيم فاقول ان  
مثلث ا ر ح هو المطلوب برهانه فلان ر مركز دائرة ا د فخط ا ر  
كخط د ر وخط ا ح كخط د ر فخط ا ر يساوي خط ا ح فلان ح مركز دائرة  
ط ا فخط ا ح كخط ح ط وخط ح ر كخط ح ط فخط ا ح يساوي خط ح ر  
وكان ر ح مساويا لخط ب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  
ولهذا الشكل اختلاف وقوع في بادي النظر بعضها ممكن الوجود وذلك  
لان نقطة ل اما ان يقع بين نقطتي ر ح او علي نقطة ح او بين ح ط او  
علي



علي نقطة او بين نقطتي ط ح اما الاول فاما  
ان يكون ح ط مساويا ل ح او اقل منه او  
مساويا ل د او اعظم منه او مساويا ل ر او  
د ر او اصغر ح ر او اعظم منه او اقل من ح د  
فعلي الاول تكون دائرة ط ا مماسة لدائرة  
د ا وعلي الثاني يقطع محيطها خط د ه بين  
نقطتي ح ل وعلي الثالث يماس محيط دائرة  
ط ا نقطة د وعلي الرابع يجاوزها فعلي  
المقادير الاربعة لا يتقاطع الدائرتان لا تنفك  
الشرط المذكور وهو كون كل من الخطين من  
الخطوط الثلاثة معا اطول من الثالث فلا

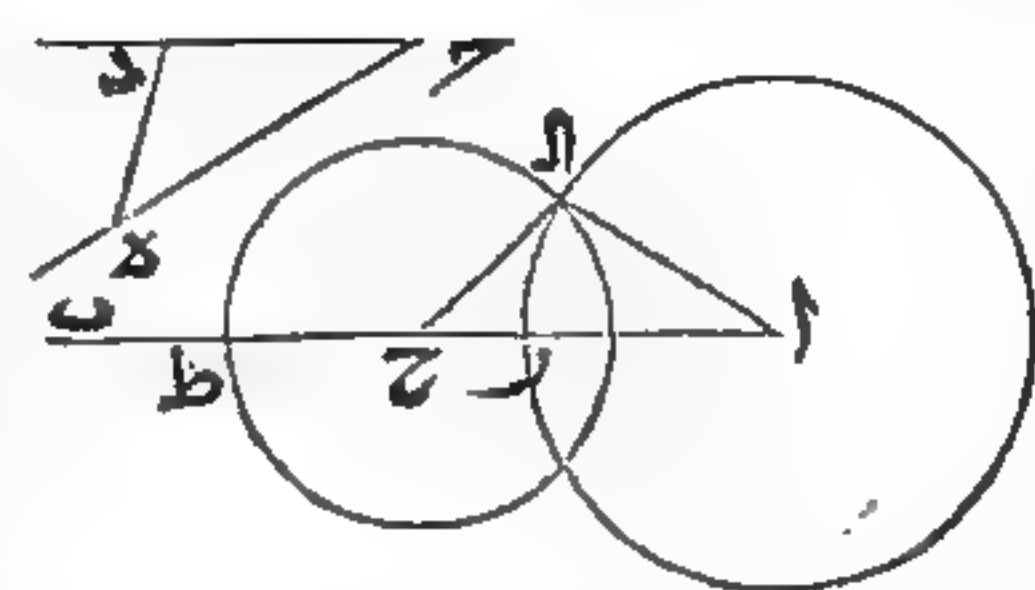
يمكن المثلث وعلي الخامس والسادس يكون المثلث متساوي الساقين  
وعلي تقديري السابع والثامن يكون المثلث مختلف الاضلاع واما  
الثاني فاما ان يكون خط ح ط مساويا لخط ح د او اعظم منه او  
مساويا ل ح ر او اصغر منه او اعظم منه او اقل من ح د فعلي التقدير الاول  
يماس محيط دائرة ط ا نقطة د وعلي الثاني يجاوزها فلا يمكن رسم  
المثلث لا تنفك الشرط المذكور وعلي الثالث يكون المثلث متساوي  
الاضلاع وهو علي تقديري الرابع والخامس ويكون المثلث متساوي  
الساقين واما الثالث فاما ان يكون ح ط مساويا ل د او اعظم منه او  
مساويا ل ح ر او اعظم بقدر ح ل او اقل منه او اكبر مع انه اقل من ح د  
او يكون اقل من ح ر فعلي تقدير الاول محيط دائرة ط ا يماس نقطة د  
وعلي الثاني يجاوزها وعلي تقدير الثالث والرابع يكون المثلث  
متساوي الساقين وعلي الخامس والسادس مختلف الاضلاع واما  
القسم الرابع والخامس فيمتنعان لا تنفك الشرط المذكور

لنا ان نرسم علي اي نقطة من خط مستقيم مفروض  
غير متناه في جهتيه اوفي جهة زاوية مستقيمة  
الخطين كزاوية مفروضة مستقيمة الخطين

ليكن الخط المفروض ا ب والزاوية المفروضة ح فنرسم علي ضلعيها نقطتي  
د ه كيف اتفقا ونصل بينهما بخط مستقيم ونفصل من خط ا ب خط  
ا ر كخط ح د وخط ا ح كخط ح د وخط ح ط كخط د ه بالشكل الثالث  
ونرسم علي نقطة ا وببعد ا ر دائرة ر ا وعلي نقطة ح وببعد ح ط



دايرة ط لا يقطع محيطها خط آ ب  
علي نقطة آ فيكون مماسه لدايرة ر  
ولا علي نقطة بين نقطتي ر ح ولا تحيط  
دايرة ر لا مماسه اياها ولا تحيط بها  
غير مماسه والا لكان في الاولين خط آ ح



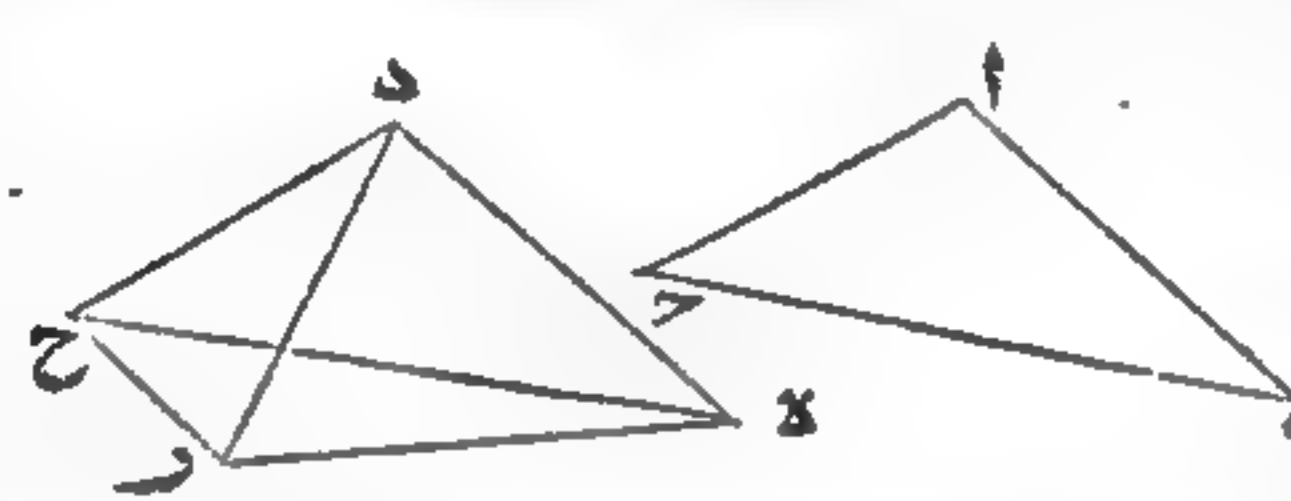
كخطي آ ر ح ط او اعظم منهما وفي الاخيرين خط ح ط كخطي آ ر ح  
او اعظم منهما اذا جعلنا خطا واحدا والكل ممنوع بالشكل العشرين  
فمحيط دايرة ط لا يقطع محيط دايرة ر لا فليقطع علي نقطة آ ونصل  
بينهما وبين كل واحدة نقطتي آ ح بخط مستقيم فاقول ان زاوية آ ح  
كزاوية ح د برهانه فلان نقطة آ مركز دايرة ر لا فالآ كآر وكان ح د  
كآر فالآ كضلع ح د ولان ح مركز دايرة ط لا فخط ح آ كخط ح ط وكان  
ضلع د ح كخط ح ط فضلع ح آ كضلع ح د وكان خط آ ح بالغرض كضلع  
ح د فبالشكل الثامن مثلثا آ ح د متساويان وزواياهما المتناظرة  
متساوية فزاوية آ ح د كزاوية ح د ر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ح يمكن ان تقطع بين نقطتي آ  
ر وحينئذ نقطة لا يمكن ان يقع بين نقطتي ح ر او علي نقطة ر والا  
يلزم ان يكون احد اضلاع المثلث اعظم من الضلعين الباقيين او  
مساويا لهما فبصير دايرة ر لا محيطة بدايرة ط لا مماسة اياها او غير  
مماسية فتقع نقطة ط خارجة عنهما في جهة ر بحيث يكون خط ح ط  
اصغر من خطي آ د آ ح اذا جعلنا خطا واحدا ويمكن ان تقع نقطة ح  
علي نقطة ر وحينئذ خط ح ط لا جايز ان يكون مساويا لقطر دايرة  
آ ر او اعظم والا لزم ان يكون احد اضلاع مثلث مساويا للضلعين  
الباقيين او اعظم منهما فتصير دايرة ط لا مماسة لدايرة آ ر محيطة بها  
او محيطة بها غير مماسة اياها فلا يمكن رسم المثلث وقد بينا في الشكل  
العشرين ان ضلعي كل مثلث اعظم من الثالث فخط ح ط يكون اصغر  
من قطر دايرة آ ر فتتقاطع دايرة ر لا ط لا ويتم العمل ويمكن ان يقع  
خارج نقطتي آ ر وحينئذ لا يمكن ان يكون خط ح ط مساويا لخط ح ر  
او اصغر منه ولا مساويا لخطي آ ح آ ر اذا جعلنا خطا واحدا او اعظم  
منهما والا يلزم بعض الحالات المذكورة

الـ

كل مثلث مستقيم الاضلاع يساوي ضلعان  
منه ضلعين من مثلث اخر مستقيم الاضلاع و  
كانت

كانت الزاوية التي يحيط بها الضلعان الاولان اعظم  
من الزاوية التي يحيط بها الضلعان الاخران  
فقاعدة العظمي اعظم من قاعدة الصغري

ليكن ضلعان آ ب آ ح من مثلث آ ب ح كضلعي د ح د ر من مثلث د ح ر و  
زاوية ب آ ح اعظم من زاوية د ر فاقول ان قاعدة ب ح اعظم من قاعدة  
د ر برهانه نعمل علي نقطة د من خط د ح زاوية كزاوية ب آ ح بالشكل



المتقدم ونصل د ح كآر  
بالشكل الثالث ونصل بين  
نقطتي ح ر بخط مستقيم  
وكذلك بين نقطتي ح ر بخط

مستقيم فلان ضلعي آ ب آ ح وزاوية ب آ ح تساوي ضلعي د ح د ر وزاوية  
د ح ر كل لنظيره فقاعدة ب ح كقاعدة ح د بالشكل الرابع ولان كل  
واحد من ضلعي د ح د ر يساوي ضلع آ ح تكون زاوية د ح ر التي هي  
اعظم من زاوية ح ر كزاوية د ر ح التي هي اصغر من زاوية ح ر ح بالشكل  
الخامس فزاوية د ر ح اعظم من زاوية ح ر فضلع ح ر اعظم من ضلع  
د ر بالشكل التاسع عشر فقاعدة ب ح المساوية لضلع ح ر اعظم من  
قاعدة د ر وذلك ما اردنا ان نبين

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان قاعدة ح د اما ان تقع فوق قاعدة  
د ر او تنطبق عليها او تقع تحتها اما الاول فقد بيناه واما الثاني  
فظاهر واما الثالث فانخرج ضلعي د ر ح علي استقامتهما في جهة ر الي  
نقطتي ط لا بغير نهاية ونصل بين نقطتي ح ر بخط مستقيم فلان زاوية  
ط ر ح التي هي اصغر من زاوية د ر ح اعظم من زاوية ح ر ح بالشكل  
الخامس فقاعدة ح د المساوية  
لقاعدة ب ح اعظم من قاعدة د ر  
بالشكل التاسع عشر وهذه  
صورتها



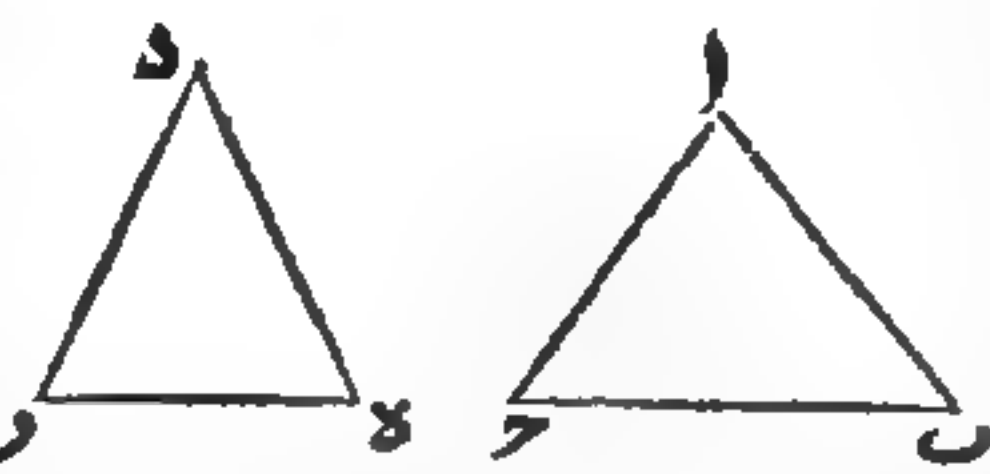
الـ

كل مثلث مستقيم الاضلاع يساوي ضلعان  
منها ضلعين من مثلث اخر مستقيم الاضلاع و  
كانت قاعدة الزاوية التي يحيط بها الضلعان الاولان



اعظم من قاعدة الزاوية التي تحيط بها الضلعان  
الاخران فزاوية القاعدة العظمي اعظم من زاوية

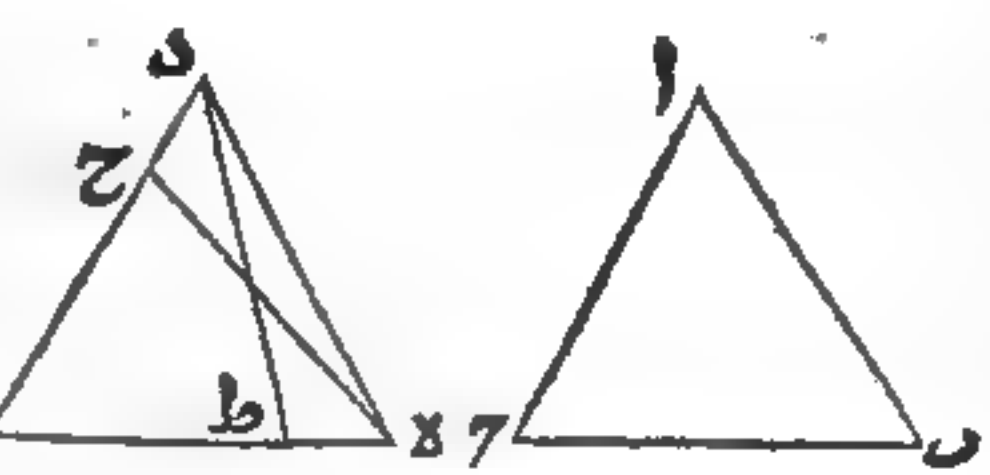
قاعدة الصغرى



ليكن ضلعا  $ا ب$  من مثلث  $ا ب ج$   
المستقيم الاضلاع يساويان ضلعي  $د ه$   
در من مثلث  $د ه ر$  المستقيم الاضلاع وقاعدة  $ب ج$  اعظم من قاعدة  $ر ه$   
فاقول ان زاوية  $ب ا ج$  اعظم من زاوية  $د ر ه$  برهانه لانه لو لم يكن كذلك  
لكانت زاوية  $ب ا ج$  مساوية لزاوية  $د ر ه$  او اصغر منها فان كانت  
مساوية لكانت قاعدة  $ب ج$  كقاعدة  $ر ه$  بالشكل الرابع وفي اعظم منها  
هذا خلف وان كانت اصغر منها لكانت قاعدة  $ر ه$  اعظم من قاعدة  
 $ب ج$  بالشكل المتقدم وفي اصغر هذا خلف بالحكم ثابت وذلك ما اردنا  
ان نبين

كل مثلث مستقيم الاضلاع يساوي زاويتان  
وضلع زاويتين وضلعا من مثلث اخر مستقيم  
الاضلاع فان الاضلاع والزوايا الباقية المتناظرة  
منهما متساوية وان الزاويتين الباقيتين  
المتناظرة منهما ايضا متساويتين والمثلث كالمثلث

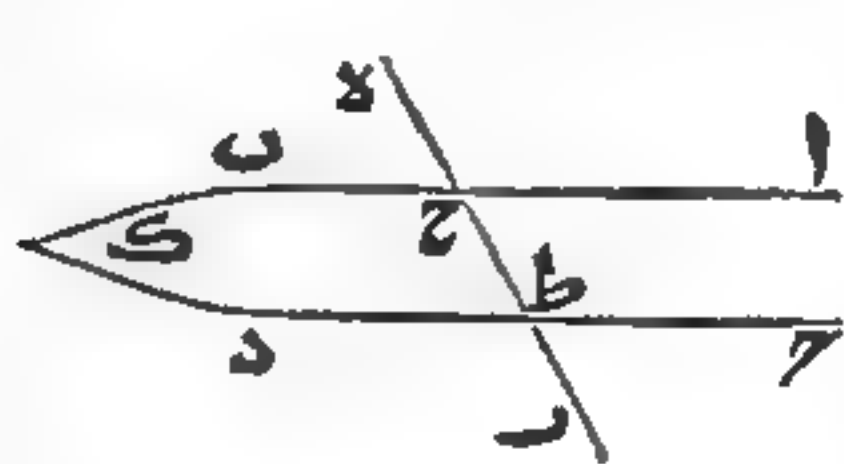
ليكن زاويتا  $ا ب ج$  من مثلث  
 $ا ب ج$  المستقيم الاضلاع يساويان  
زاويتا  $د ه ر$  من مثلث  $د ه ر$   
المستقيم الاضلاع وضلع احدهما



كضلع من الاخر سواء كانا  $ب ج$  و  $ر ه$  الواقعان بين الزاويتين المذكورتين  
او كانا  $ا ب$  و  $د ه$  او  $ا ج$  و  $د ر$  فاقول ان الاضلاع الباقية المتناظرة منهما متساوية  
وكذلك الزاويتين والمثلث كالمثلث برهانه وليكن اولا ضلع  $ب ج$   
كضلع  $ر ه$  فتركب مثلث  $ا ب ج$  على مثلث  $د ه ر$  بحيث تقع نقطة  $ب$   
على نقطة  $ه$  وضلع  $ب ج$  على ضلع  $ر ه$  فتقع نقطة  $ا$  على نقطة  $د$   
لتساوي ضلعي  $ب ج$  و  $ر ه$  فينطبق ضلع  $ا ج$  على ضلع  $د ر$  لتساوي زاويتي  
 $ا ب ج$

ا ب ج دره فنقط  $ا$  منطبق على نقطة  $د$  او لا فان انطبقت فينطبق ضلع  
 $ا ب$  على ضلع  $د ه$  ويثبت الحكم وان لم ينطبق فلينطبق على نقطة  
بين نقطتي  $د ر$  وتكون نقطة  $ح$  ونصل بين نقطتي  $ح$  و  $ه$  بخط مستقيم  
فلان ضلعي  $خ ر ر ه$  وزاوية  $خ ر ه$  من مثلث  $ه ر ج$  يساوي ضلعي  $ا ج$  و  $ج ر$   
وزاوية  $ا ب ج$  من مثلث  $ا ب ج$  كل لنظيره فبالشكل الرابع يكون زاوية  
 $خ ر ه$  كزاوية  $ا ب ج$  وكانت زاوية  $د ه ر$  كزاوية  $ا ب ج$  فيكون زاوية  $خ ر ه$   
كزاوية  $د ه ر$  فيكون جزء الشيء مثل كله هذا خلف ثم ليكن ضلع  $ا ج$   
كضلع  $د ر$  فتركب مثلث  $ا ب ج$  على مثلث  $د ه ر$  بحيث ينطبق نقطة  
 $ا$  على  $د$  وضلع  $ا ج$  على ضلع  $د ر$  فنطبق نقطة  $ا$  على نقطة  $د$  لتساوي  
ضلعي  $ا ج$  و  $د ر$  وضلع  $ب ج$  على ضلع  $ر ه$  لتساوي زاويتي  $ا ب ج$  و  $د ر ه$  فاما  
ان ينطبق  $ب$  على نقطة  $ه$  او لا ينطبق فان انطبقت فلينطبق  $ب$  على  
ضلع  $ه ر$  ويحصل المطلوب وان لم ينطبق نقطة  $ب$  على نقطة  $ه$   
فلينطبق على نقطة بين نقطتي  $ه ر$  وليكن نقطة  $ط$  ونصل بين نقطتي  
 $د ط$  بخط مستقيم فلان ضلعي  $د ر ر ط$  وزاوية  $د ر ط$  من مثلث  $د ر ط$   
تساوي ضلعي  $ا ج$  و  $ج ر$  وزاوية  $ا ب ج$  من مثلث  $ا ب ج$  كل لنظيره فتصير  
زاوية  $د ط ر$  كزاوية  $ا ب ج$  بالشكل الرابع وكانت زاوية  $د ه ر$  كزاوية  $ا ب ج$   
فزاوية  $د ط ر$  الخارجة من مثلث  $د ه ط$  كزاوية  $د ه ط$  هذا خلف  
بالشكل السادس عشر وكذلك تبين اذا كان ضلع  $ا ب$  كضلع  $د ه$  بالحكم  
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط  
مستقيم وكانت المتبادلتان من الزوايا الحادثة



متساويتين فيهما متوازيان  
ليكن  $ا ب ج$  خطين مستقيمين وقع عليهما  
خط  $ز ح$  المستقيم وقطعهما على نقطتي  $ا$  و  $د$   
وصير زاوية  $ا ح ط$  كزاوية  $د ح ط$  المتبادلتين فاقول ان خطي  $ا ب ج$   
متوازيان برهانه والا فليلتقيا في احدي جهتيهما وليكن الالتقاء  
على نقطة  $ا$  في جهة  $ب د$  فيكون زاوية  $ا ح ط$  الخارجة من مثلث  $ا ح ط$   
كزاوية  $د ح ط$  الداخلة وفي اعظم منها بالشكل السادس عشر هذا

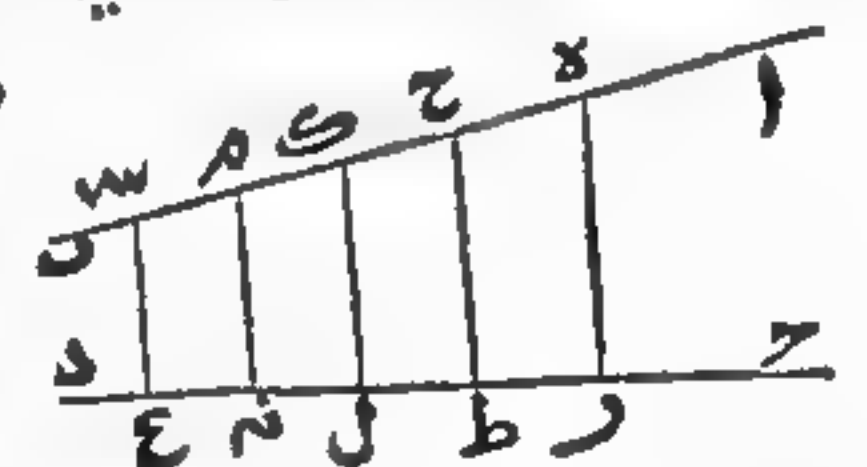


خلف وبمثله نبين امتناع الالتقاء في جهة آح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم وكانت الزاوية الخارجة من الزوايا الحادثة كالدخلة المقابلة لها والزاويتان الداخلتان في جهة من الخط الواقع علي الخطين كقائمتين فهما متوازيان

فلينكن خط هـ ر المستقيم وقع علي خطي آت آرد المستقيمين وقطعهم علي نقطتي ط ح وكانت زاوية هـ ح ب الخارجة كزاوية د ط ح الداخلة وزاويتا ب ح ط د ط ح كقائمتين فاقول ان خطي آب آرد متوازيان برهانه فلان زاوية آ ح ط كزاوية هـ ح ب بالشكل الخامس عشر وزاوية د ط ح كزاوية هـ ح ب فزاويتا آ ح ط د ط ح متساويتان فخطا آب آرد متوازيان بالشكل المتقدم ولان زاوية ب ح ط مع زاوية د ط ح كقائمتين وزاوية ب ح ط مع زاوية آ ح ط كقائمتين بالشكل الثالث عشر فزاوية آ ح ط كزاوية د ط ح فبالشكل المتقدم آب يوازي آرد وذلك ما اردنا

اقول وههنا ذكر موضع البرهان لان الموعود ببيانه في اول المقالة وهو مبني علي ثلث مقدمات وثلاثة اشكال المقدمة الاولى كل خطين مستقيمين موضوعين في سطح مستوي خطي آب آرد ووقع عليهما خطوط مستقيمة كخطوط هـ ر ح ط الـ مـ نـ سـ عـ كل واحد منها عمود علي خط آرد وقاطع خط آب علي زاويتي حادة ومنفرجة ويكون الزوايا الحواري كلها في جهة بـ د والمنفرجات في جهة آـ ر فاقول ان خطي آب آرد موضوعان علي التقارب في جهة بـ د ما دام لم يتقاطعا وعلي التباعد في جهة آـ ر وتكون الاعمدة متصاغرة في جهة بـ د الي التقاطع ومتعاضمة في جهة آـ ر ويكون عمود هـ ر اعظم من عمود ح ط وهو من عمود الـ وهو من عمود مـ نـ وهو من عمود سـ عـ ويكون عمود سـ عـ اصغر من عمود مـ نـ وهو من عمود الـ الي آخرة وايضا فان كان كل واحد من الخطوط المستقيمة الواقعة علي الخطين المستقيمين اعمدة علي احدهما وكانت متعاضمة ان اخذنا نعتبر بعضها الي بعض في احدي جهتي



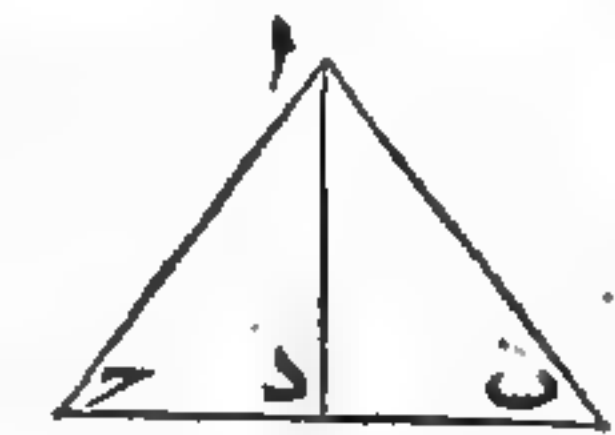
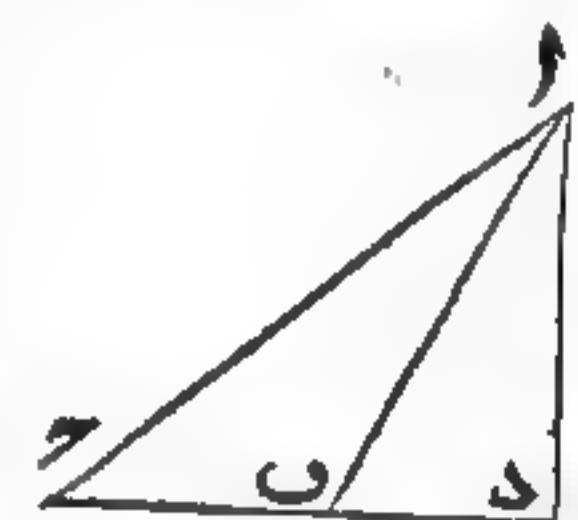
جهتي الخطين ومصاغرة ان اخذنا نعتبر في الجهة الاخرى من جهتي الخطين فان الخطين المستقيمين موضوعان علي التباعد في جهة تعاضم الاعمدة وعلي التقارب في الجهة الاخرى وهي جهة تصاغرة الاعمدة الي ان يتقاطع الخطان الماران كل واحد من الخطوط المستقيمة التي هي اعمدة علي احد الخطين قاطعا لذلك الخط علي زوايا قائمة لا يكون لذلك الخط مبدل الي الاعمدة ولا عنها فيكون كل واحد من الاعمدة قاطعا للخط الاخر من الخطين المستقيمين علي زاويتي احدهما حادة والاخرى منفرجة ويكون جميع زوايا الحادة الي جهة تقارب الخطين وجميع زوايا المنفرجة الي جهة تباعدهما ويكون لذلك الخط مبدل الي كل واحد من الاعمدة في جهة التقارب ومبدل عن كل واحد منها في جهة التباعد وهاتان القضيتان بديهتان استعملهما بعض المهندسين من المتقدمين والمتأخرين علي انهما بديهتان هـ والمقدمة الثانية كل خطين مستقيمين خارجا من طرفي خط مستقيم في جهة واحدة عمودين عليه وكانا متساويين ووصل بين طرفيهما بخط مستقيم فكل واحدة من الزاويتي الحادتين من العمودين والخط المستقيم الواصل بين طرفيهما قائمة لبيكن الخط المستقيم آب والعمودان المتساويان آح بـ د ووصل بين نقطتي حـ د طرفيهما بخط مستقيم فاقول ان كل واحدة من زاويتي آرد بـ د قائمة برهانه فلانه



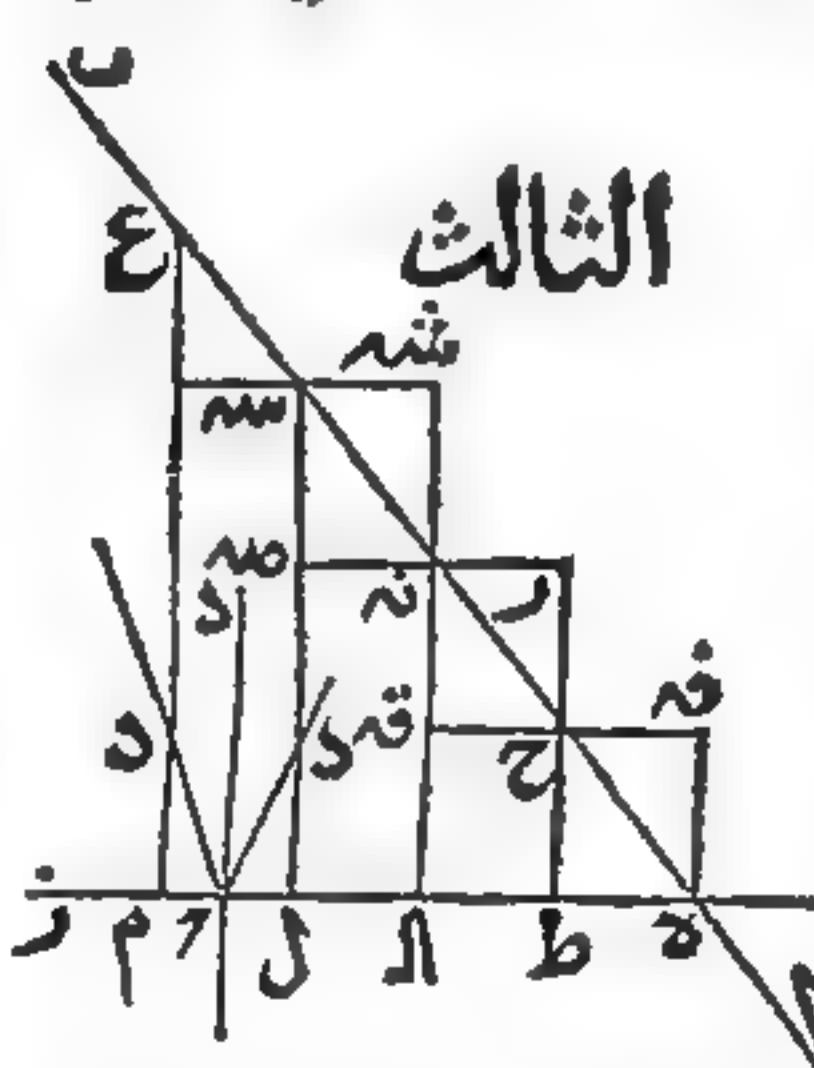
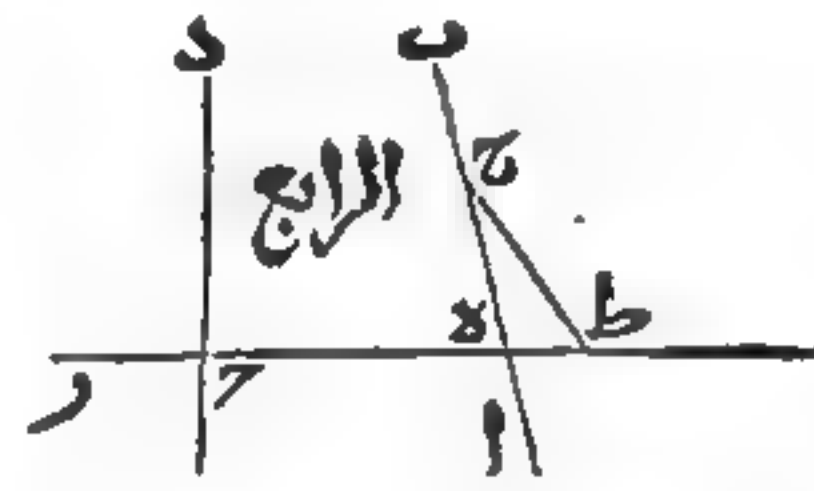
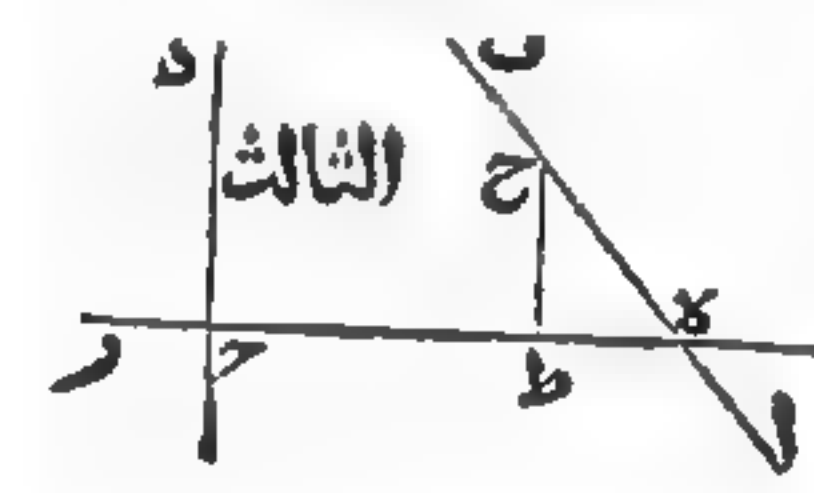
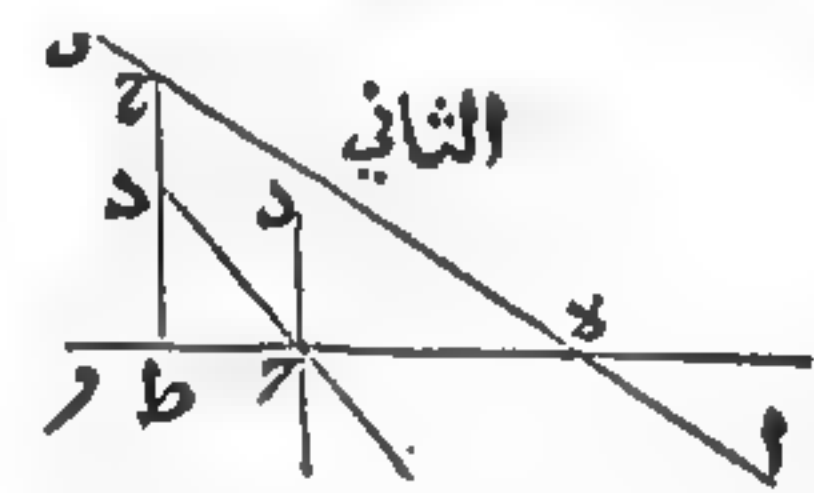
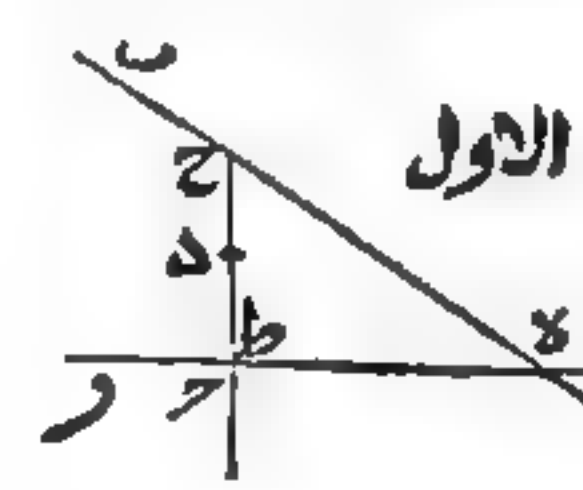
لو لم يكن زاوية آرد قائمة لكانت اما حادة او منفرجة فان كانت حادة كان خطا آب آرد موضوعين علي التقارب في جهة دـ هـ فيكون عمود آـ ر اعظم من عمود بـ د بالمقدمة الاولى وهما متساويان هذا خلف وان كانت منفرجة كان خطا آب آرد موضوعين علي التباعد في جهة دـ هـ فيكون عمود آـ ر اصغر من عمود بـ د بالمقدمة الاولى وهما متساويان هذا خلف فزاوية آرد قائمة وبمثله تبين ان زاوية بـ د قائمة واقول ايضا ان خط آرد يساوي خط آب برهانه فلان آرد لو لم يكن كاب لكان اصغر منه او اعظم فان كان اصغر يلزم ان يكون خطا آب آرد موضوعين علي التقارب في جهة حـ ر وعلي التباعد في جهة بـ هـ فيكون زاوية آرد او بـ آ حادة وزاوية حـ د ب او زاوية آرد منفرجة بالقضية الثانية من المقدمة الاولى وهما قائمتان هذا خلف وان كان آرد اعظم من آب كان خطا آح بـ د موضوعين علي التقارب في جهة بـ هـ وعلي التباعد في جهة حـ ر فيكون زاوية حـ د ب حادة او آرد حادة وزاوية آرد او بـ آ منفرجة بالقضية الثانية من المقدمة الاولى وهما قائمتان هذا خلف المقدمة الثالثة كل مثلث مستقيم الاضلاع فان زواياه الثلث كقائمتين ولينكن زاوية آب حـ ر من مثلث آح بـ د قائمة فاقول ان بـ آ حـ ر كقائمة برهانه نخرج من نقطة حـ ر عمود حـ د علي ضلع بـ حـ



باستبانة الشكل الحادي عشر ونفصل منه  $\overline{ح د}$  يساوي  $\overline{أ ب}$  بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي  $\overline{أ د}$  بخط مستقيم فخط  $\overline{أ د}$  كخط  $\overline{ب ح}$  وزاوية  $\overline{أ د ح}$  قائمة بالمقدمة الثانية فلان ضلعي  $\overline{أ ب}$   $\overline{ب ح}$  وزاوية  $\overline{أ ب ح}$  من مثلث  $\overline{أ ب ح}$  مساوية لضلعي  $\overline{أ د ح}$  وزاوية  $\overline{أ د ح}$  كل لنظيره فبالشكل الرابع زاوية  $\overline{أ د ح}$  كزاوية  $\overline{ب أ ح}$  وزاوية  $\overline{ب أ ح}$  المساوية لزاويتي  $\overline{ب ح أ}$   $\overline{د ح أ}$  قائمة فزاويتا  $\overline{ب أ ح}$   $\overline{د ح أ}$  قائمة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ثم ليكن زاوية مفرجة فاقول ان الزوايا الثلث من مثلث  $\overline{أ ب ح}$  كقائمتين برهانه فلان زاوية  $\overline{أ ب ح}$  مفرجة وزاويتي كل مثلث اقل من قائمتين بالشكل السابع عشر فزاوية  $\overline{أ ب ح}$  حادة واذا وقع خط مستقيم فالزاويتان المحاديتان كقائمتين بالشكل الثالث عشر وزاوية  $\overline{أ ب ح}$  حادة فالزاوية المجاورة لها مفرجة فاذا اخرجنا من نقطة  $\overline{أ}$  عمود  $\overline{أ د}$  علي ضلع  $\overline{ب ح}$  بالشكل الثاني عشر فلا يمكن ان يقع علي احدي نقطتي  $\overline{ب ح}$  والا لكانت زاوية  $\overline{أ ب ح}$  او زاوية  $\overline{أ ح ب}$  قائمة وليست ولا يمكن ان يقع بين نقطتي  $\overline{ب ح}$  او علي ضلع  $\overline{ب ح}$  بعد اخراجه في جهة  $\overline{ح}$  والا يلزم ان يكون زاويتا مثلث وهما زاويتا  $\overline{أ ب د}$   $\overline{أ ح د}$  او زاويتان احدهما  $\overline{أ د ح}$  المجاورة لزاوية  $\overline{أ ب ح}$  والثانية زاوية  $\overline{أ د ح}$  اعظم من قائمتين وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر فبقع علي ضلع  $\overline{ب ح}$  بعد اخراجه في جهة  $\overline{ب}$  فيكون كل واحد من مجموع زاويتي  $\overline{د أ ب}$   $\overline{أ د ح}$   $\overline{أ د ح}$   $\overline{أ د ح}$  كقائمة فاذا القينا زاوية  $\overline{د أ ب}$  المشتركة تبقي زاوية  $\overline{أ د ح}$  متساوية لزاويتي  $\overline{ب أ ح}$   $\overline{د ح أ}$  لكن زاويتي  $\overline{أ د ح}$   $\overline{أ د ح}$  كقائمتين بالشكل الثالث عشر فزاوية  $\overline{أ ب ح}$  مع زاويتي  $\overline{ب أ ح}$   $\overline{د ح أ}$  كقائمتين وذلك ما اردنا ان نبين ثم ليكن زوايا مثلث  $\overline{أ ب ح}$  كلها حواد فاقول ان زوايا المثلث كقائمتين برهانه نخرج من نقطة  $\overline{أ}$  عمود  $\overline{أ د}$  علي ضلع  $\overline{ب ح}$  بالشكل الثاني عشر فلا يقع علي احد نقطتي  $\overline{ب ح}$  والا لكانت القائمة حادة ولا علي  $\overline{ب ح}$  بعد اخراجه في احدي جهتيه والا لكانت زاويتا مثلث اعظم من قائمتين وهما اما زاويتا  $\overline{أ ب د}$   $\overline{أ ح د}$  او زاويتا  $\overline{أ د ح}$   $\overline{أ د ح}$  وهي اصغر من قائمتين بالشكل السابع عشر فبقع بين نقطتي  $\overline{ب ح}$   $\overline{ب ح}$  فيكون زاويتا  $\overline{أ د ب}$   $\overline{أ د ح}$  قائمة وزاويتا  $\overline{أ د ب}$   $\overline{أ د ح}$  قائمة ايضا بالشكل الاول من هذه المقدمة فبكون جميع زوايا مثلث  $\overline{أ ب ح}$  كقائمتين وذلك ما اردنا ان نبين واذا تقررت هذه المقدمات فنقول ليكن الخطان المستقيمان اللذان وقع عليهما خط مستقيم خطي  $\overline{أ ب}$   $\overline{ح د}$  والخط الواقع عليهما خط  $\overline{ه ر}$  قاطعا اياها علي نقطتي  $\overline{ه ق}$   $\overline{ق ح}$  ولتصير زاويتي

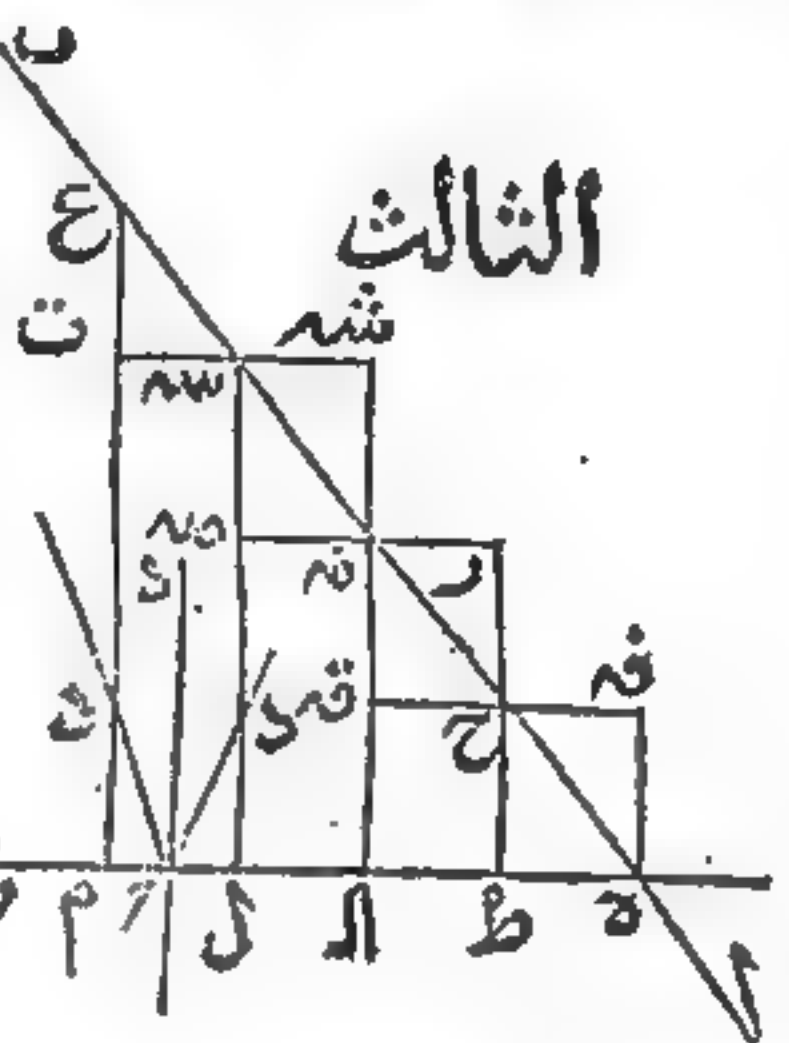


زاويتي  $\overline{ب ه ر}$   $\overline{د ه ر}$  اقل من قائمتين فلا يخلو اما ان يكون احدهما قائمة والاخري حادة او يكونا حادتين او احدهما منفرجة والاخري حادة فان الخطين علي التقدير الثلاثة اذا اخرجنا علي استقامتهما في جهة  $\overline{ب د}$  الي غير النهاية فانهما يتلاقيان برهانه اما الاول فليكن زاوية  $\overline{ب ه ر}$  حادة وزاوية  $\overline{د ه ر}$  قائمة ونرسم علي خط  $\overline{ب ه ر}$  نقطة  $\overline{ح}$  كف  $\overline{ه ر}$  ما وقعت ونخرج منها خط  $\overline{ح ط}$  عمودا علي خط  $\overline{ه ر}$  بالشكل الثاني عشر فهو اما ان ينطبق علي خط  $\overline{ب د}$  او يقع علي نقطة بين نقطتي  $\overline{ب د}$  او علي نقطة خارجة عنهما في جهة  $\overline{ه ر}$  والتقدير الرابع محال والا لزم ان يكون زاويتا  $\overline{ب ح ط}$   $\overline{د ح ط}$  من مثلث  $\overline{ب ح ط}$  اعظم من قائمتين لان زاوية  $\overline{ب ح ط}$  مفرجة بالشكل الثالث هذا خلف ثم خط  $\overline{ح د}$  اذا اخرج في جهة  $\overline{د}$  علي استقامته يلقي خط  $\overline{أ ب}$  علي التقدير الاول وذلك ظاهر وعلي التقدير الثاني لا يمكن ان يلقي خط  $\overline{ح د}$  عمود  $\overline{ح ط}$  والا فليقع علي نقطة  $\overline{د}$  فيكون زاويتان من المثلث الحادث هما  $\overline{د ح ط}$   $\overline{د ح ط}$  كقائمتين وهما اقل منهما بالشكل السابع عشر هذا خلف ولا يمكن ان يلقي خط  $\overline{ه ر}$  والا يلزم احاطة خطين مستقيمين بسطح فهو يلقي خط  $\overline{أ ب}$  وعلي التقدير الثالث نضعف  $\overline{ه ر}$  مرة بعد اخرى الي ان نصير اعظم من خط  $\overline{ه ر}$  وفي خطوط  $\overline{ه ط}$   $\overline{ه ر}$  ونفصل من خط  $\overline{ب ح}$  خطوطا كل واحد منها يساوي خط  $\overline{ه ح}$  بالشكل الثالث وفي خطوط  $\overline{ه ح}$   $\overline{ه ر}$  نضعف  $\overline{ه ح}$  و  $\overline{ه ر}$  لعدة اقسام خط  $\overline{ه م}$  ونخرج من نقطة  $\overline{ه م}$  عمود  $\overline{ه م}$  بالشكل الحادي عشر ونفصل منه  $\overline{ه م}$  مثل  $\overline{ح ط}$  بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي  $\overline{ق ه}$   $\overline{ق ح}$  بخط مستقيم فيكون كل من زاويتي  $\overline{ق ه ر}$   $\overline{ق ح ر}$  قائمة وضلع  $\overline{ق ه}$  كضلع  $\overline{ق ح}$  بالمقدمة الثانية ونخرج من نقطة  $\overline{ه م}$  عمود  $\overline{ه م}$  علي التباعدي في جهة  $\overline{ب}$  يكون عمود  $\overline{ه م}$  اعظم من عمود  $\overline{ح ط}$  بالمقدمة الاول فنصل منه خط  $\overline{ا ق}$  كعمود  $\overline{ح ط}$  بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي  $\overline{ح ق}$   $\overline{ق ح}$  بخط مستقيم وكل من زاويتي  $\overline{ط ح ق}$   $\overline{ق ح ط}$  قائمة وضلع  $\overline{ط ا}$  كضلع  $\overline{ح ق}$  بالمقدمة

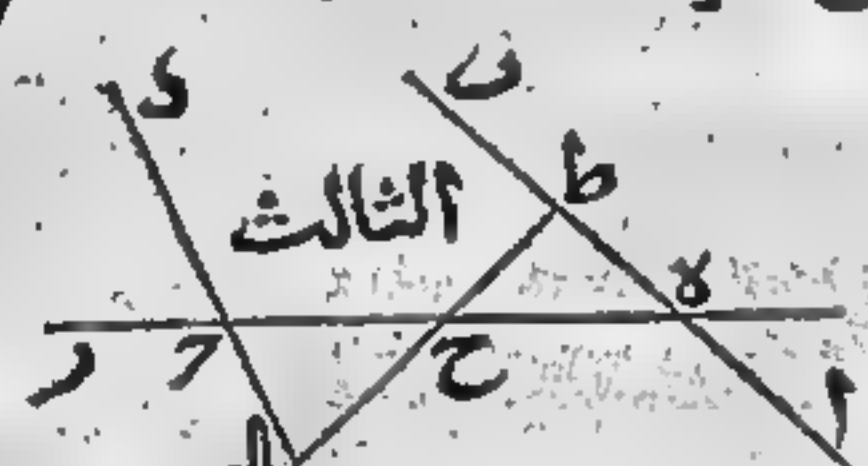




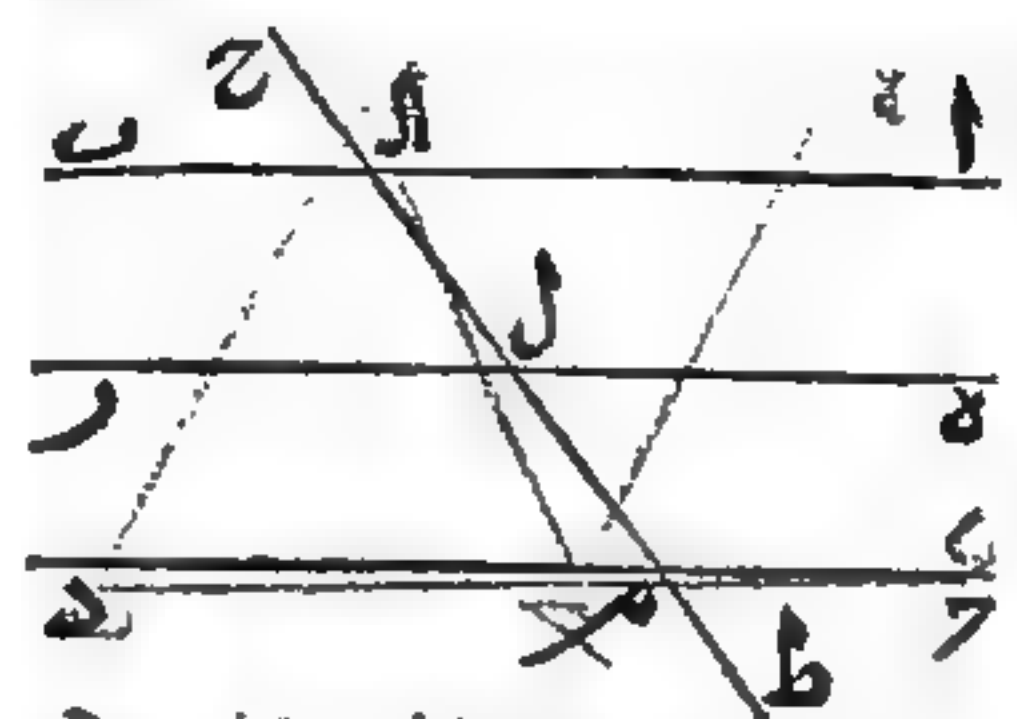
الثانية وكانت زاوية ط ح ق قائمة فخط ق ح علي سمت خط ح ق بل  
خط ق ح واطخذ بالشكل الرابع العشر ولما كانت زاوية ح ق ا  
قائمة تكون زاوية ح ق ن قائمة بالشكل الثالث  
عشر وزوايا ق ح ن المتقابلتان متساويتان  
بالشكل الخامس عشر وضلع ح ن من مثلث  
ح ن ق كضلع ح ن من مثلث ح ق ن فبالشكل  
السادس والعشرين ضلع ق ح كضلع ح ق  
وكان ضلع ط ا كضلع ح ق فضلع ط ا كضلع  
كضلع ط ا فعود ن ا وقع علي نقطة ا من  
خط ح ن ونخرج من نقطة س ع عمود س د علي ضلع ح ن بالشكل الثاني  
عشر ونفصل خط س د كخط ن ا بالشكل الثالث لان خط س د اعظم  
من ن ا بالمقدمة الاول ونصل بين نقطتي ن ا ص ب بخط مستقيم فكل  
واحد من زاويتي ا ن ص ل ن ص قائمة وضلع ا ل كضلع ن ص بالمقدمة  
الثانية ونخرج عمود ح ط في جهة ح علي استقامته الي غير النهاية  
ونفصل منه ط ر مثل ن ا بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي ر ن بخط  
مستقيم فكل من زاويتي ط ر ن ا ن ر قائمة وضلع ط ا كضلع ر ن بالمقدمة  
الثانية فلان زاوية ل ن ص قائمة تكون زاوية ن ص س قائمة بالشكل  
الثالث عشر فكل واحد من زاويتي ح ر ن ن ص قائمة وزاويتي  
ح ن ر ن ص متساويتان بالشكل الخامس عشر وضلع ن ح ن س  
متساويان فبالشكل السادس والعشرون ضلع ن ص من مثلث ن ص س  
كضلع ن ر من مثلث ن ر ص فط ا مثل ن ص وكان ا ل مثل ن ص فط ا  
مثل ا ل فعود س د واقع علي نقطة ل من خط ح ن ونخرج ا ن في جهة  
ن ا علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه ا ش مثل ل س بالشكل  
الثالث ونصل بين نقطتي ش س بخط مستقيم فكل واحد من زاويتي  
ا ش س ل س قائمة وضلع ا ل كضلع ش س بالمقدمة الثانية ونخرج  
من نقطة ع عمود ع م علي خط ح ن بالشكل الثاني عشر ولان ع م اعظم من  
ل س بالمقدمة الاولى فنصل منه ت م كضلع ل س بالشكل الثالث  
ونصل س ت بخط مستقيم فكل واحد من زاويتي ل س ت م ت س  
قائمة فخط س ت خط مستقيم بالشكل الرابع عشر وضلع ل م كضلع  
س ت بالمقدمة الثانية وزاوية م ت س قائمة فزاوية س ت ع قائمة  
وزاويتي ش س ن ع س متساويتان بالشكل الخامس عشر وضلع  
ن س س ع متساويان فبالشكل السادس والعشرين ضلع س ت كضلع  
س ش فضلع ا ل كضلع ل م بمثل ما تقدم فعود ع م واقع علي نقطة  
م من خط ح ن فخط ح ن انحصر بين عمودي س د ع م فاذا اخرجناه في  
جهة



جهة د علي استقامته لا يمكن ان يلقي احد عمودي س د ع م والا فليكن  
علي نقطة د فيكون في مثلث د ح م او د ح ل زاويتان قائمتين وهما زاويتا  
د ل ح د ح ل او د ح م د م وكل زاويتي مثلث اقل منهما بالشكل السابع  
عشر هذا خلف فخط ح د يلقي خط ا ب واما الثاني وهو ان يكون  
كل واحدة من زاويتي ب ه ر درجة واحدة فلان زاوية د ح ا حادة يكون  
زاوية د ح ر منفرجة بالشكل الثالث عشر ونخرج من نقطة ح عمود  
ح ر علي خط ح ر في جهة د باستبانة الشكل الحادي عشر فيقع بين  
ضلعي د ح ر فاذا اخرجناه في جهة ح علي استقامته يلقي خط ا ب  
بالشكل المتقدم فليلقه علي نقطة ح فاذا اخرجنا خط د ح في جهة  
د علي استقامته يلقي خط ا ب بين نقطتي ه  
ح وذلك ظاهر لامتناع احاطة خطين  
مستقيمين بسطح واما الثالث وهو ان يكون  
زاوية ب ه ر حادة وزاوية د ح ر منفرجة  
فلان زاويتي ب ه ر اقل من قائمتين  
وزاويتا د ح ر والمجاورة لهما معا قائمتين  
بالشكل الثالث عشر فزاوية ح ر المجاورة لزاوية د ح اعظم من زاوية  
ب ه ر ونرسم علي خط ح ر نقطة ح ك ب ما وقعت ونخرج منها عمود  
ح ط الي خط ه ب بالشكل الثاني عشر فلا يقع علي نقطة ه وذلك ظاهر  
ولا علي خط ا ه والا لكانت زاويتي مثلث  
اعظم من قائمتين وقد بين في الشكل السابع  
عشر انهما اقل منهما هذا خلف فليقع علي  
نقطة ط ونخرج خط ط ح علي استقامته في  
جهة ح الي ا فلان زاوية ح ط ه القائمة مع زاوية ح ط ا اقل من  
قائمتين بالشكل السابع عشر وزاوية ح ط ا الحادة كزاوية ح ط ا بالشكل  
الخامس عشر وزاوية ح ر المجاورة لزاوية د ح اقل من قائمة فكل واحدة  
من زاويتي ح ر ا و ح المجاورة لزاوية د ح حادة فخط ح ا اذا  
اخرجنا في جهة ا يتلاقبان بالشكل الثاني من الشكل المتقدم فليبتلعا  
علي نقطة ا ولان زوايا كل مثلث مستقيم الاضلاع قائمتين فزاويتي  
ه ح ط ح ر ا متساويتان بالشكل الخامس عشر وزاوية ح ر ا اعظم من زاوية  
ح ه ط فزاوية ه ط ا القائمة اعظم من زاوية ح ا ل لان الزوايا الثالث  
كل مثلث مستقيم الاضلاع قائمتين بالمقدمة الثالثة فهي حادة وزاوية  
ب ط ا قائمة بالشكل الثالث عشر فاذا اخرجنا خط ا ب ح د في جهة ب د  
فهما يتلاقبان بالشكل الاول من الشكلين في جهة واحدة من الخط الواقع  
لقائمتين وذلك ما اردنا ان نبين ونعود الي تقرير مسائل الكتاب



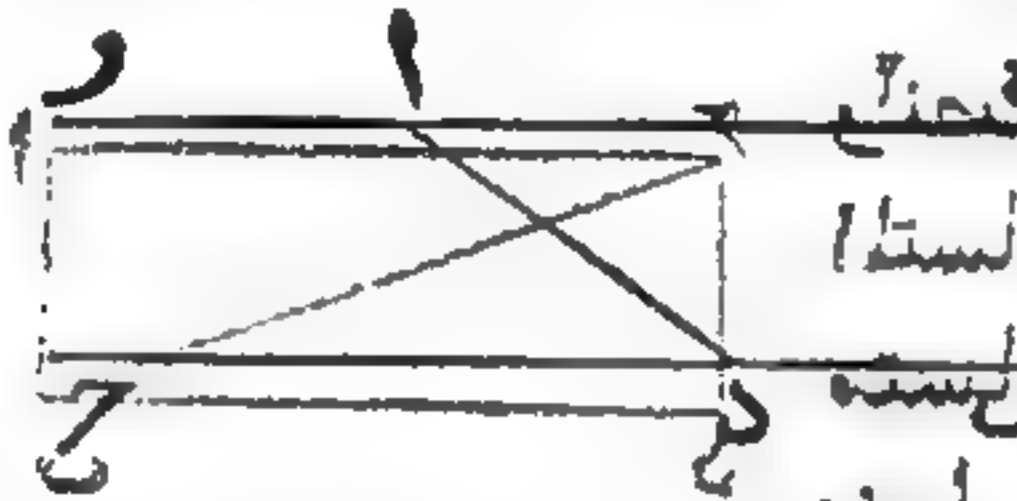




تكون في ذلك كثرها في قوله تعالى في قوله تعالى  
 يرويه انزل الى الشكل المتقدم وقراءتها الى  
 بقره متسلسلة في انش الخط في قوله تعالى في  
 لمرقا بالشكل كل السباع في الحشر في قوله  
 من اوله الى ان طرفة عين في قوله تعالى في قوله

بن النعمان بن النعمان

لنا ان نخرج من اي نقطة في سطح خطا موازيا  
 لغيره ايما اقل بقية الخريفية لعلنا نقتد  
 خط مستقيم مفروض في ذلك السطح مبانين  
 من ايتهم قد لستهم قد لستهم اتي اوتله الخريفية ان الخ  
 للنقطة المفروضة



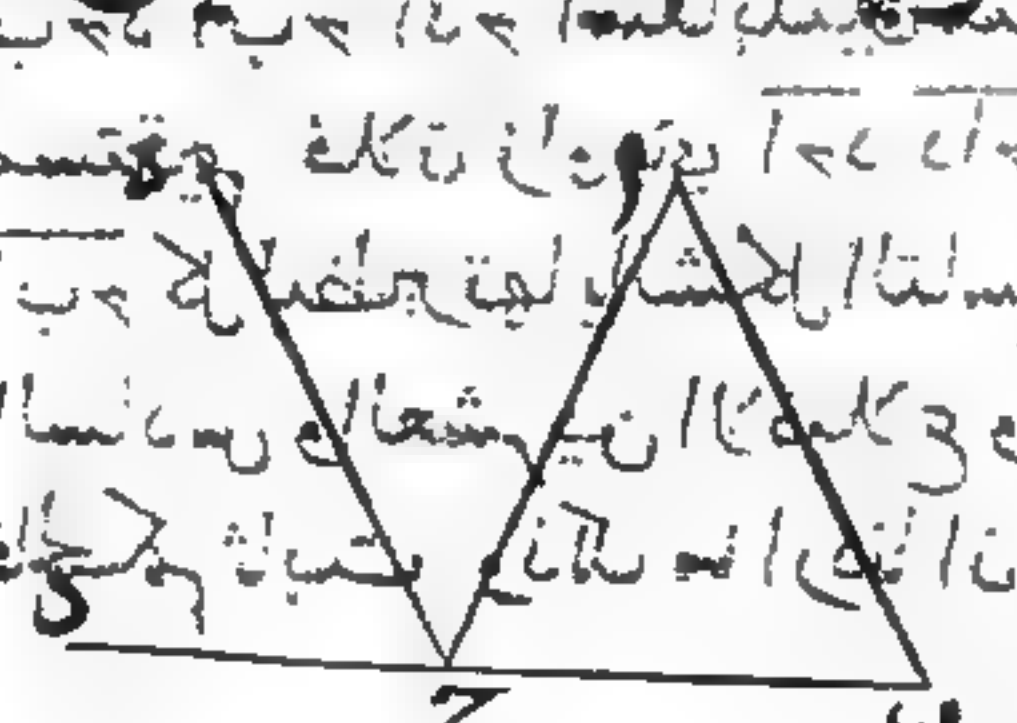
دینہ امتداد ۷۶ بے پناہی کے ساتھ ادا کر دیا  
لیکن اللہ تعالیٰ نے اس خطیب سے فرمایا کہ میں نے  
آپ کو جو حق بتایا ہے اس کی خاطر آپ کو سزا دی جائے گی

وذلك ما اردنا ان نـ  
٢٤  
 ين

نیتد لقتدان بیت انال لیتد لقتن یعلمه  
 کل مثلیت مستقیم الاضلاع اخرج من احدی  
 اضلاعه خط فالزاویه الخارجة تساوی مجموع

الزاويتين الداخليتين المقابلتين لها وان الزوايا

الملك من (ي) ملك مساهمة لقاعة



لشهره خلق آب در من مثل آب در ان است  
والله اعلم استقامته فافهم ان راوية ارد  
يقول لسته لم يرد في كتابنا وان هاتين  
الرايتين مع راوية ارب كعامتين

يكون في قلبه بالشكل المتكامل والآن نرى في قوله تعالى في قوله تعالى

كل خط مستقيم وقع على خطين مستقيمين  
متوازيين فالمتبادلتان من الزوايا الحادثه متساويتان  
والخارجة كالداخلة المقابلة لها والداخلتان في  
جهة من الخط كقيمتين



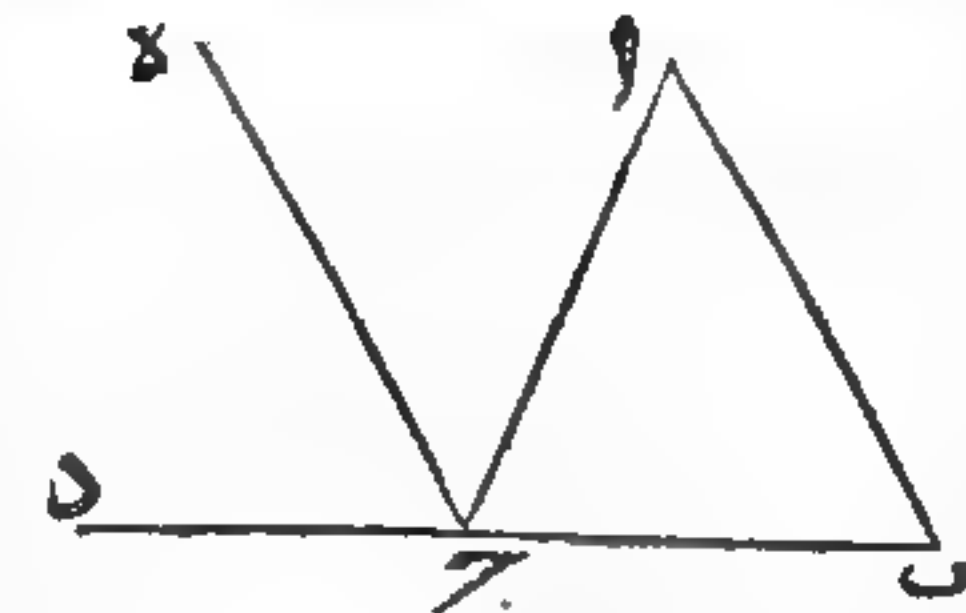
ليكن خط  $\overline{هـ ر}$  المستقيم وقع على خطي  $\overline{أ ب}$   
 $\overline{ح د}$  المتوازيين على نقطتي  $\overline{ح ط}$  فاقول ان  
زاوية  $\overline{أ ح ط}$  كزاوية  $\overline{هـ ط ح}$  المبادله لها وان زاوية  $\overline{هـ ح ب}$  كزاوية  $\overline{ح ط د}$   
الخارجية والداخله وان داخلي  $\overline{ب ح ط}$  كقائمتين برهانه فلان  
زاوية  $\overline{أ ح ط}$  لو لم يكن كزاوية  $\overline{هـ ط ح}$  لكانت اعظم منها او اصغر فان  
كانت اعظم وهي مع زاوية  $\overline{ب ح ط}$  كقائمتين بالشكل الثالث عشر فزاويتا  
 $\overline{ب ح ط}$   $\overline{ح ط د}$  يكونان اقل من قائمتين فخطا  $\overline{أ ب}$   $\overline{ح د}$  اذا اخرجا في جهة  
 $\overline{د}$  فانهما يتلاقيان بالقضبة التي برهنا عليها وهما متوازيين هذا خلف  
وان كانت زاوية  $\overline{أ ح ط}$  اصغر من زاوية  $\overline{هـ ط ح}$  فزاويتا  $\overline{ح ط د}$   $\overline{ط ح د}$   
معا كقائمتين بالشكل الثالث عشر فزاويتا  $\overline{ح ط د}$   $\overline{أ ح ط}$  معا اقل قائمتين  
فخطا  $\overline{أ ب}$   $\overline{ح د}$  ان اخرجا في جهة  $\overline{أ}$  فانهما يتلاقيان بالقضبة  $\overline{و هـ}$   
متوازيان هذا خلف فزاويتا  $\overline{أ ح ط}$   $\overline{ح ط د}$  متساويتان وزاوية  $\overline{هـ ح ب}$   
كزاوية  $\overline{أ ح ط}$  بالشكل الخامس عشر فزاويتا  $\overline{هـ ح ب}$   $\overline{ح ط د}$  متساويتان  
وزاوية  $\overline{ب ح ط}$  مع زاوية  $\overline{أ ح ط}$  كقائمتين بالشكل الثالث عشر فهي مع  
زاوية  $\overline{ح ط د}$  كقائمتين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  
واستبان منه ان كل خطين مستقيمين في سطح مستو اما متوازيان واما  
متسايمان لانه اذا وقع عليهما خط مستقيم فالزاويتان الحادتان  
الداخلتان في جهة واحدة من الخط الواقع اما قائمتان او اقل منهما  
فعلى التقدير الاول هما متوازيان وعلى التقدير الثاني ملتقيان اذا اخرجا  
في تلك الجهة فهما متسايمان وهذا ما وعدنا التنبيه عليه

جميع الخطوط الموازية لخط بعينه ولا يكون تلك  
الخطوط على سمت واحد فهي متوازنة

ليكن خط  $AB$   $\perp$  موازيين لخط  $CD$  فاقول انهما متوازيان  $\perp$  برهانه  
لنقطع خط  $EF$  المستقيم خطوط  $AB$  و  $CD$  علي نقط  $M$  و  $N$  فلان  
زاوية



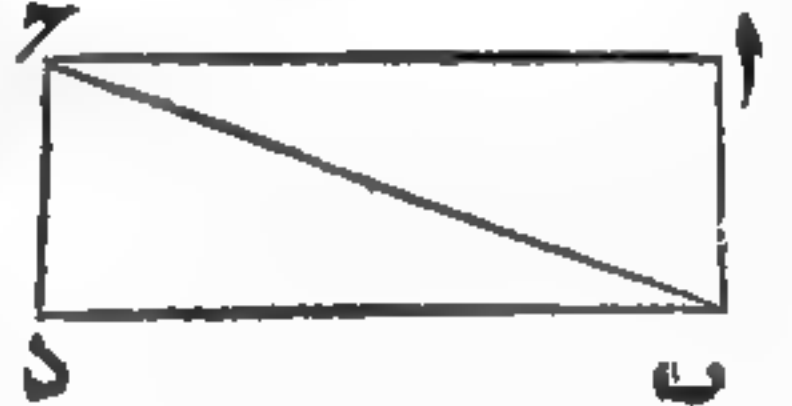
كزاوية  $\widehat{ABC}$  بالناسع والعشرين فزاوية  
 $\widehat{ACD}$  كزاويتي  $\widehat{ABC}$  و  $\widehat{ACB}$  ولأن زاويتي  
 $\widehat{ABC}$  و  $\widehat{ACD}$  كضلعين بالشكل الثالث عشر  
 فزاوية  $\widehat{ACD}$  كزاويتي  $\widehat{ABC}$  و  $\widehat{ACB}$  فهما  
 مع زاوية  $\widehat{ACB}$  كضلعين فالحكم ثابت



وذلك ما اردنا ان نبين

## جميع الخطوط المستقيمة المتعابلة الواقعة بين اطراف الخطوط المتوازية المتساوية ومتوازية

ونصل بين اطراف خطي  $\widehat{AB}$  و  $\widehat{CD}$  المتوازيين  
 المتساويين خطا  $\widehat{AD}$  فاقول انهما متوازيان  
 متساويان برهانه انا نصل بين نقطتي  $\widehat{B}$  و  $\widehat{D}$   
 بخط مستقيم فلان زاويتي  $\widehat{ABC}$  و  $\widehat{ADC}$  من  
 مثلثي  $\widehat{ABC}$  و  $\widehat{ADC}$  متساويتان بالشكل التاسع والعشرين لتوازي ضلعي  
 $\widehat{AB}$  و  $\widehat{CD}$  وضلعا  $\widehat{AC}$  و  $\widehat{AD}$  متساويان وضلع  $\widehat{BC}$  مشترك بينهما فبالشكل  
 الرابع ضلع  $\widehat{AC}$  كضلع  $\widehat{AD}$  فزاوية  $\widehat{ACB}$  كزاوية  $\widehat{ADC}$  فبالشكل التاسع  
 والعشرين  $\widehat{ACB}$  و  $\widehat{ADC}$  كزاويتي  $\widehat{ABC}$  و  $\widehat{ADC}$  وذلك ما اردنا ان نبين



## كل ضلعين متقابلين والزائتين المتقابلتين من اي السطوح المتوازية الاضلاع متساويان واقطارها تنصفها

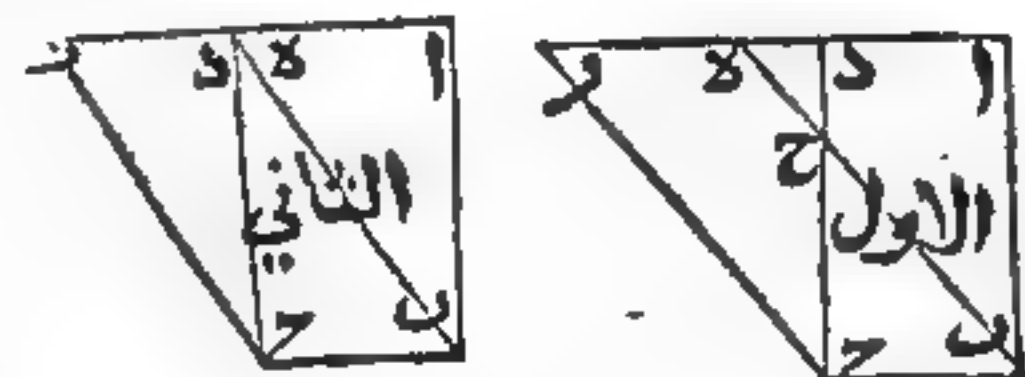
ليكن  $\widehat{AB}$  و  $\widehat{CD}$  متوازي الاضلاع فاقول كلا من ضلعي  
 $\widehat{AD}$  و  $\widehat{BC}$  المتقابلين متساويان وكلا من زاويتي  $\widehat{BAD}$   
 $\widehat{ABC}$  و  $\widehat{ADC}$  المتقابلتين متساويتين برهانه نصل  $\widehat{AC}$  بخط  
 مستقيم فلان زاويتي  $\widehat{BAC}$  و  $\widehat{DCA}$  تساويان زاويتي  $\widehat{ACB}$  و  $\widehat{CAD}$  من مثلث  
 $\widehat{ABC}$  و  $\widehat{ADC}$  كل لنظيرتها بالشكل التاسع والعشرين وضلع  $\widehat{AC}$  مشترك فبالشكل  
 السادس والعشرين الاضلاع والزوايا الباقية المناظرة متساوية  
 فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



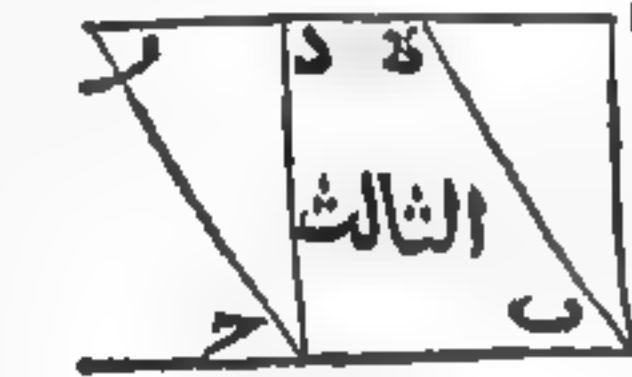
## جميع السطوح المتوازية الاضلاع الكائنة على

## قاعدة واحدة في جهة واحدة بين خطين متوازيين

بعينهما متساوية  
 ليكن سطحا  $\widehat{AB}$  و  $\widehat{CD}$  متوازيين  
 الاضلاع كائنين على قاعدة  $\widehat{BC}$  في جهة



أمر وبين خطي  $\widehat{AB}$  و  $\widehat{CD}$  المتوازيين وخط  $\widehat{BC}$  قاطع خط  $\widehat{AD}$  على نقطة  
 $\widehat{H}$  فاقول ان سطحي  $\widehat{ABC}$  و  $\widehat{DCB}$  متساويان برهانه فلان سطحي  $\widehat{AB}$  و  $\widehat{CD}$   
 متوازي الاضلاع فبالشكل المتقدم ضلع  $\widehat{AB}$  كضلع  $\widehat{CD}$  وكل من ضلعي  
 $\widehat{AC}$  و  $\widehat{BD}$  كضلع  $\widehat{BC}$  فهما متساويان ونجعل  $\widehat{DE}$  مشتركا بينهما فصلعا  
 $\widehat{AE}$  و  $\widehat{BD}$  متساويان وزاوية  $\widehat{BAC}$  كزاوية  $\widehat{EDC}$  بالشكل التاسع والعشرين  
 فبالشكل الرابع مثلث  $\widehat{ABC}$  كمثلث  $\widehat{EDC}$  فاذا اسقطنا منهما مثلث  $\widehat{HCE}$   
 المشترك بينهما بقي منحرف  $\widehat{ABH}$  كمنحرف  $\widehat{DCH}$  فاذا اضفنا الي كل من  
 المنحرفين مثلث  $\widehat{BCH}$  و  $\widehat{DCH}$  عاد سطحا  $\widehat{AB}$  و  $\widehat{CD}$  متساويين

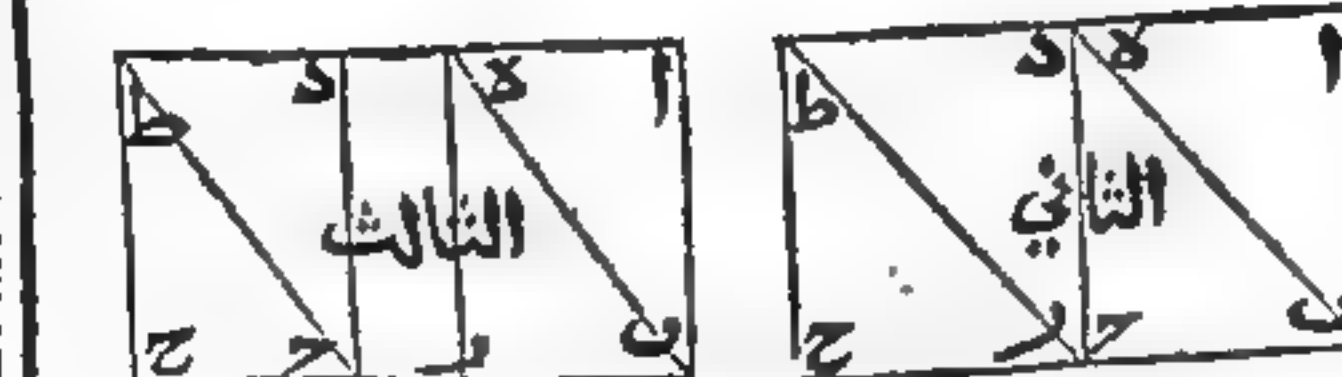
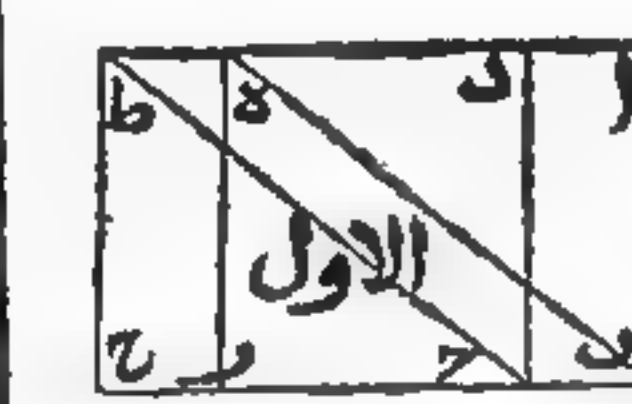


وذلك ما اردنا ان نبين  
 ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة  $\widehat{E}$  يمكن ان  
 يقع بين نقطتي  $\widehat{A}$  و  $\widehat{D}$  او على نقطة  $\widehat{D}$  او فيما بين  
 نقطتي  $\widehat{A}$  و  $\widehat{D}$  هكذا ويبان كما ذكرنا والباقي ظاهر من

## جميع السطوح المتوازية الاضلاع الكائنة على قواعد متساوية في جهة واحدة وبين خطين

## متوازيين بعينهما متساوية

ليكن سطحا  $\widehat{AB}$  و  $\widehat{CD}$  متوازي الاضلاع كائنين  
 على قاعدتي  $\widehat{BC}$  و  $\widehat{DE}$  المتساويتين فاقول انهما  
 متساويان برهانه فلان  $\widehat{BC}$  و  $\widehat{DE}$  متساويان  
 الرابع والثلاثين فهـ  $\widehat{BC}$  و  $\widehat{DE}$  متساويان  
 نقطتي  $\widehat{B}$  و  $\widehat{D}$  بخط مستقيم يتحصل سطح  $\widehat{BD}$  متوازي الاضلاع  
 لتوازي خطي  $\widehat{BC}$  و  $\widehat{DE}$  لوقوعهما



بين خطي  $\widehat{BC}$  و  $\widehat{DE}$  المتوازيين  
 المتساويين بالشكل الثالث  
 والثلاثين فلان كلا من سطحي  $\widehat{ABC}$   
 $\widehat{CDE}$  و  $\widehat{BCD}$  فهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبين



ولهذا الشكل اختلاف وقوع فاق نقطة  $هـ$  لئلا يقع بين نقطتي  $د$  و  $و$  او على نقطة  $د$  او فيما بين نقطتي  $ا$  و  $هـ$  هكذا والبيان كالاول والباقي ظاهر منه

**جميع المثلثات الكائنة على قاعدة واحدة في جهة واحدة وبين خطين متوازيين بعينين**

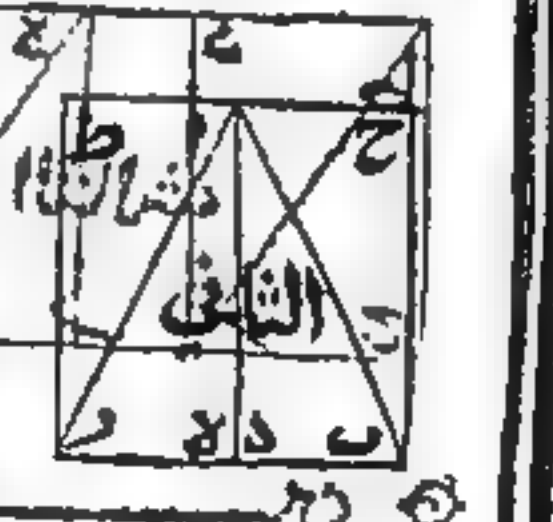
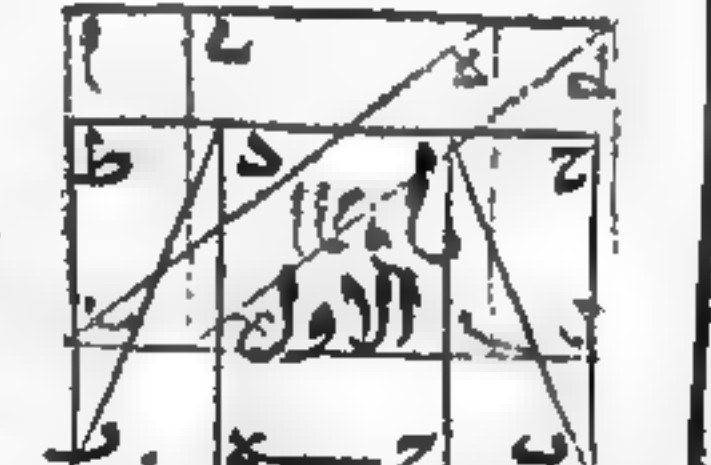
لكن مثلثا  $ا ب ج$  و  $د ب ج$  الكائنان على قاعدة  $ب ج$  في جهة  $ا د$  متساويين فاقول انهما بين خطين متوازيين بعينين برهانه نصل بين نقطتي  $ا د$  بخط مستقيم فهو مواز لقاعدة  $ب ج$  والا لكان المتوازي لها خط  $ا هـ$  المنتهي الى خط  $ب د$  لكون زاويتي  $ا ب د$  و  $ا د ب$  اقل من قائمتين اذ مجموع زاويتي  $ا ب ج$  و  $ا د ج$  كقائمتين بالشكل التاسع والعشرين فليبتنه على نقطة  $هـ$  فنصل بين نقطتي  $هـ$  و  $د$  بخط مستقيم فثلث  $ا ب ج$  بالمثلث السابع والثلثين وكان مثلث  $ب د ج$  مساويا لثلث  $ا ب ج$  فثلث  $ب د ج$  يساوي مثلث  $د ب ج$  فالجزء مثل الكل وذلك ما اردنا ان نبين

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة  $هـ$  اما ان تقع بين نقطتي  $ب د$  او خارجا عنهما في جهة  $د$  والبيان في الكل واحد

**جميع المثلثات المتساوية الكائنة على قواعد متساوية ومتساوية من خط بعينه في جهة واحدة فهي بين خطين متوازيين بعينين**

لكن مثلثا  $ا ب ج$  و  $د ب ج$  على قاعدتي  $ب ج$  و  $د ب ج$  المتساويتين في جهة واحدة فاقول انهما بين خطين متوازيين بعينين برهانه نصل بين نقطتي  $ا د$  بخط مستقيم فانه مواز لخط  $ب ج$  والا لكان الموازي له خط  $ا هـ$  المنتهي الى خط  $د هـ$  وعلى نقطة  $هـ$  ونصل  $هـ ج$  بخط مستقيم فثلث  $ا ب ج$  بالمثلث الثامن والثلثين وكان مثلث  $د ب ج$  مساويا له فليكون مثلث  $ا ب ج$  و  $د ب ج$  متساويين

السادس



السادس والثلثين وهما ضعفا مثلثي  $ا ب ج$  دور بالشكل الرابع والثلثين فهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبين

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة  $هـ$  يمكن ان يقع بين نقطتي  $ب د$  او على نقطة  $د$  او فيما بين نقطتي  $ا$  و  $هـ$  هكذا والاول ببناء والباقي ظاهر منه

**جميع المثلثات المتساوية الكائنة على قاعدة واحدة في جهة واحدة وبين خطين متوازيين بعينين**

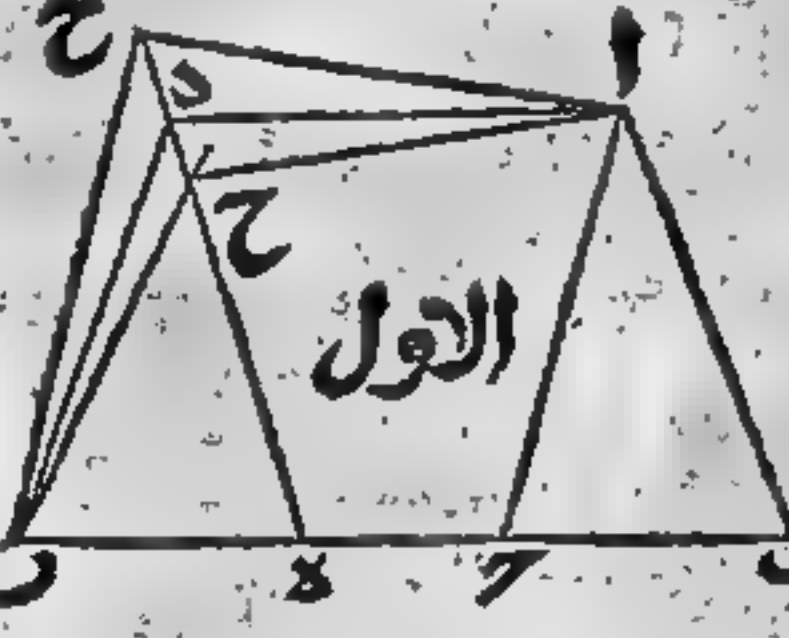
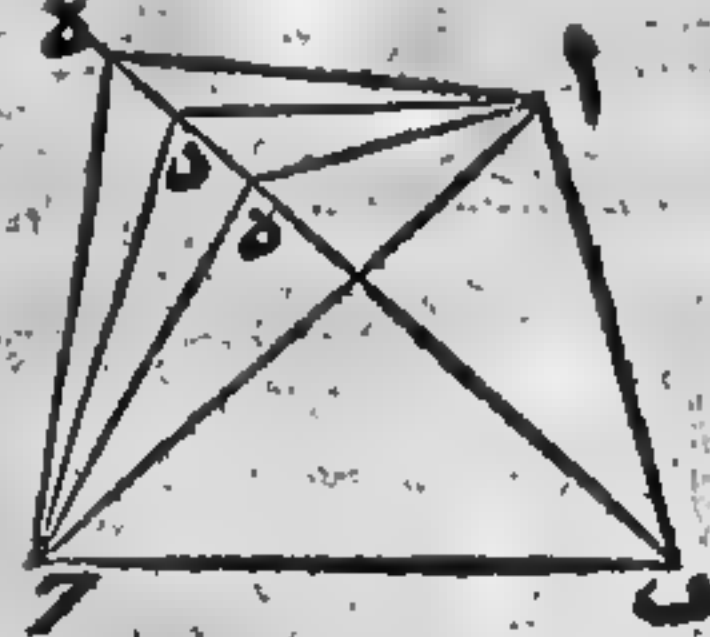
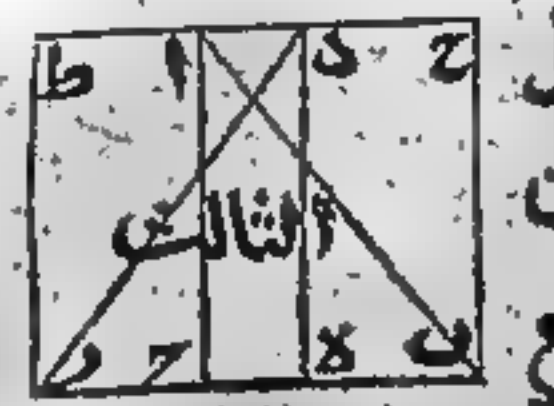
لكن مثلثا  $ا ب ج$  و  $د ب ج$  الكائنان على قاعدة  $ب ج$  في جهة  $ا د$  متساويين فاقول انهما بين خطين متوازيين بعينين برهانه نصل بين نقطتي  $ا د$  بخط مستقيم فهو مواز لقاعدة  $ب ج$  والا لكان المتوازي لها خط  $ا هـ$  المنتهي الى خط  $ب د$  لكون زاويتي  $ا ب د$  و  $ا د ب$  اقل من قائمتين اذ مجموع زاويتي  $ا ب ج$  و  $ا د ج$  كقائمتين بالشكل التاسع والعشرين فليبتنه على نقطة  $هـ$  فنصل بين نقطتي  $هـ$  و  $د$  بخط مستقيم فثلث  $ا ب ج$  بالمثلث السابع والثلثين وكان مثلث  $ب د ج$  مساويا لثلث  $ا ب ج$  فثلث  $ب د ج$  يساوي مثلث  $د ب ج$  فالجزء مثل الكل وذلك ما اردنا ان نبين

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة  $هـ$  اما ان تقع بين نقطتي  $ب د$  او خارجا عنهما في جهة  $د$  والبيان في الكل واحد

**جميع المثلثات المتساوية الكائنة على قواعد متساوية ومتساوية من خط بعينه في جهة واحدة فهي بين خطين متوازيين بعينين**

لكن مثلثا  $ا ب ج$  و  $د ب ج$  على قاعدتي  $ب ج$  و  $د ب ج$  المتساويتين في جهة واحدة فاقول انهما بين خطين متوازيين بعينين برهانه نصل بين نقطتي  $ا د$  بخط مستقيم فانه مواز لخط  $ب ج$  والا لكان الموازي له خط  $ا هـ$  المنتهي الى خط  $د هـ$  وعلى نقطة  $هـ$  ونصل  $هـ ج$  بخط مستقيم فثلث  $ا ب ج$  بالمثلث الثامن والثلثين وكان مثلث  $د ب ج$  مساويا له فليكون مثلث  $ا ب ج$  و  $د ب ج$  متساويين

الاول





دور فجز الشيء يساوي كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان

نبين ولهذا الشكل اختلاف

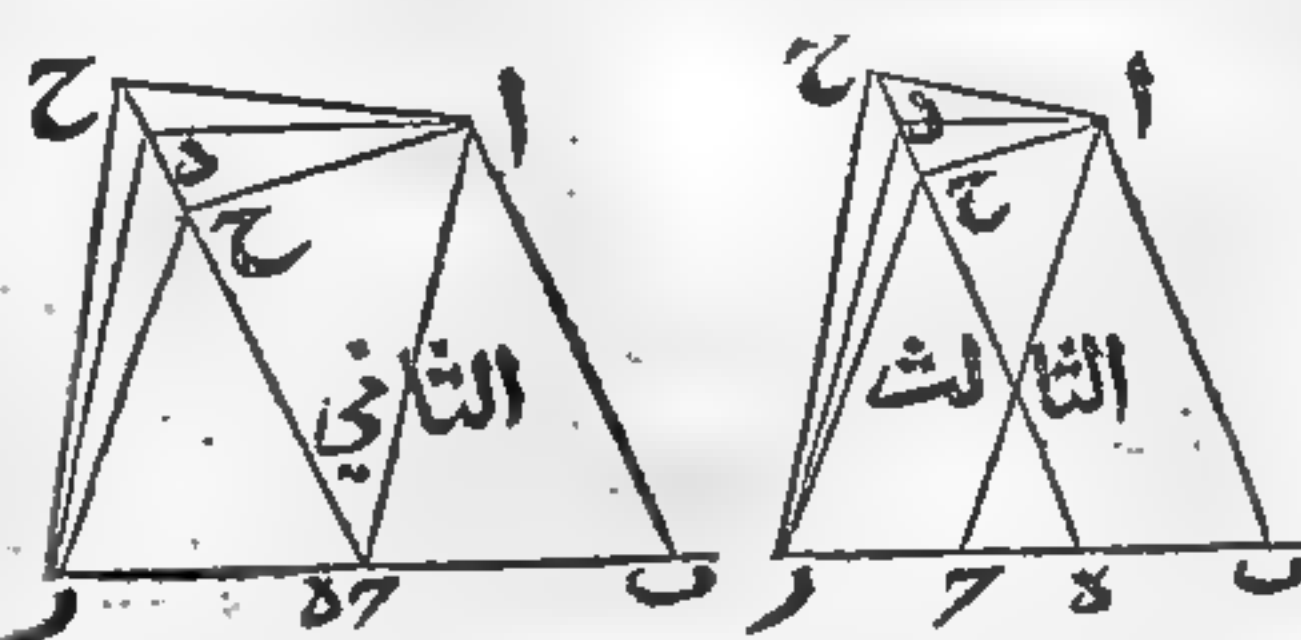
وقوع فان نقطة ح اما ان يقع

بين نقطتي د و ا او خارجا

عنهما في جهة د مع وقوع

نقطة ه بين نقطتي د و ا

علي نقطة ح او بين نقطتي ب و ح هكذا والبيان في الكل واحد

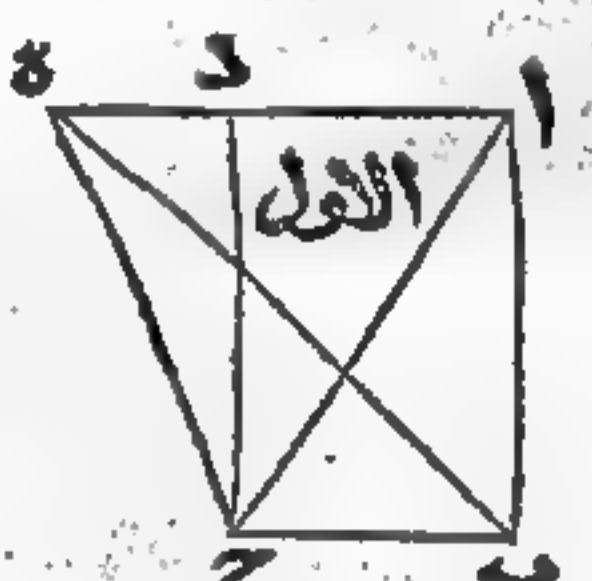


جميع السطوح المتوازية الاضلاع والمثلثات الكائنة

على قاعدة واحدة في جهة واحدة وبين خطين

متوازيين بعينهما فان اي سطح هو ضعف اي

مثلث من تلك المثلثات



ليكن سطح ا ب ج د المتوازي الاضلاع ومثلث ه ب ج

علي قاعدة ب ج وبين خطي ب ج و ا ه المتوازيين

فاقول ان سطح ا ج ضعف مثلث ب ج ه برهانه

نصل بين نقطتي ا ح بخط مستقيم فنلثنا ا ب ج ب ج ه متساويان بالشكل

السابع والثلاثين و سطح ا ب ج د ضعف مثلث ا ب ج بالشكل الرابع

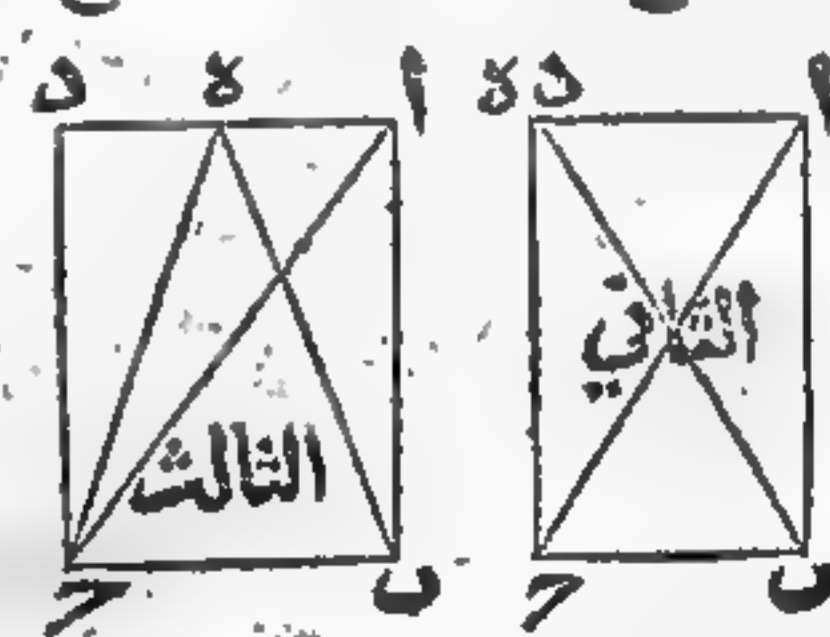
والثلاثين فهو ضعف مثلث ب ج ه وذلك ما

اردنا ان نبين ولهذا الشكل اختلاف

وقوع فان نقطة ه اما ان تقع خارجا عن

نقطتي ا د او علي احدهما او فيما بينهما

هكذا والبيان في الكل واحد



لنا ان نرسم سطح متوازي الاضلاع يساوي مثلث

مستقيم الاضلاع المفروض وتكون زاوية من زوايا

السطح كزاوية مفروضة مستقيم الخطين

ليكن المثلث ا ب ج والزاوية د فننصف ب ج علي نقطة ه بالشكل

العاشر ونصل بين نقطتي ا ه بخط مستقيم ونرسم علي نقطة ه من خط

ه

ه زاوية ح ه كزاوية د المفروضة بالشكل الثالث والعشرين ونخرج

من نقطة ح خط ح ج في جهة ا يوازي ه ر ومن نقطة ا خط ا ح في

جهة ح يوازي ب ج بالشكل الواحد والثلاثين

فلان زاوية ح ا د مع الزاوية المجاورة لزاوية

ا ح ب كقائمتين بالشكل التاسع والعشرين فزاويتي

ح ا د ا ح اقل من قائمتين فخطي ا ح ح ج

يتلاقيان اذا اخرجنا علي استقامتهما في جهة ح

فليمتلقا علي نقطة ح ولنقطع خط ا ح خط ه ر علي نقطة ر لان زاويتي

ح ا د ا ه كقائمتين بالشكل التاسع والعشرين فاقول ان سطح ه ج كمثلث

ا ب ج برهانه فلان مثلثي ا ب ه ا ه ر متساويان بالشكل الثامن والثلاثين

فمثلث ا ب ج ضعف مثلث ا ه ر و سطح ه ج ضعف مثلث ا ه ر بالشكل

المتقدم فسطح ه ج كمثلث ا ب ج

وزاوية ر ه د كزاوية د فالحكم

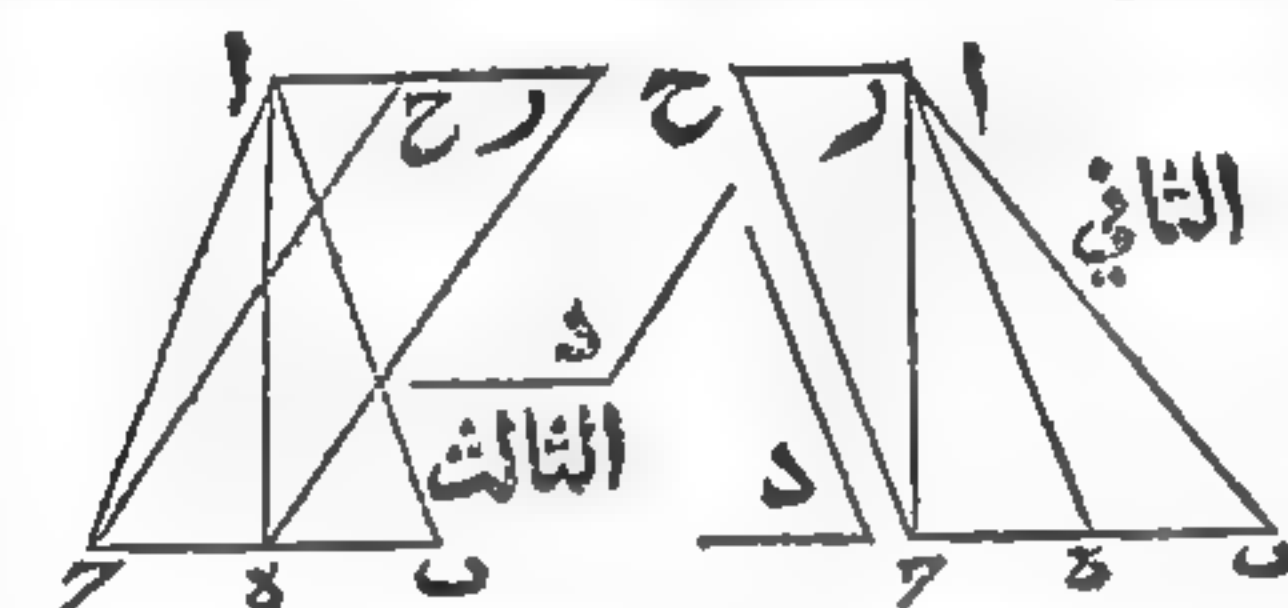
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ولهذا الشكل اختلاف وقوع

فان ضلع ر ه اما ان يقع بين

ضلعي ا ه ه ر او ينطبق علي ضلع ا ه او يقطع ا ب هكذا والبرهان

في الكل واحد



كل سطحين متوازي الاضلاع يقعان في سطح

متوازي الاضلاع عن جنبتَي قطره يشاركانه في

زاويتي ويتصلان علي نقطة من القطر فهما متساويان

ليكن سطح ا ه ر ط ح ر ا ج المتوازي الاضلاع

يقعان في سطح ا ب ج د المتوازي الاضلاع

ويشاركانه في زاويتي ب ا د ب ج د ويتصلان علي

نقطة ر من قطر ب د فاقول انهما متساويان

برهانه فلان مثلثي ب ا د ب ج د متساويان

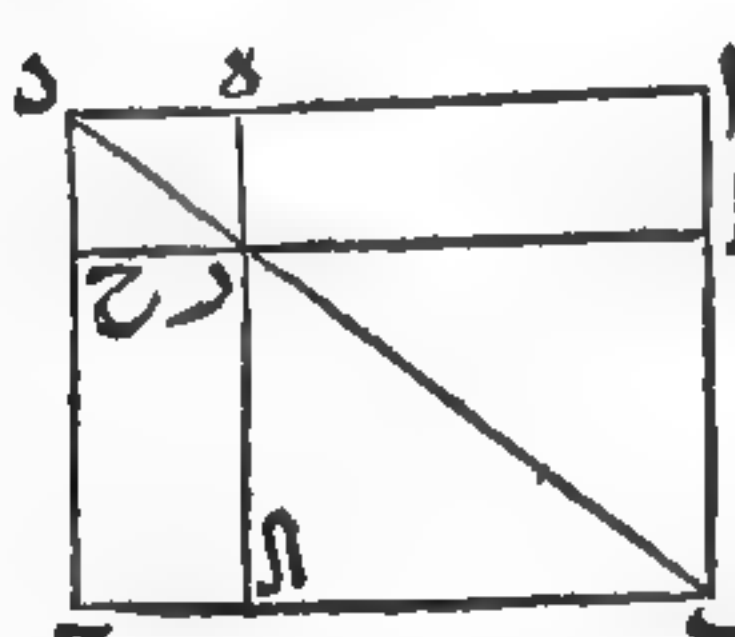
وكذلك مثلثا ب ط ر ب ا ر ومثلثا د ه ر د ج ر بالشكل الرابع والثلاثين

فاذا القينا مثلثي د ه ر ب ط ر من مثلث ب ا د ومثلثي ب ا ر د ج ر من

مثلث د ج ب يبقى سطح ا ر كسطح ر ج وذلك ما اردنا ان نبين

ويقال لسطحي ا ر ر ج المتماثلين ولاي واحد منهما متمم

مد









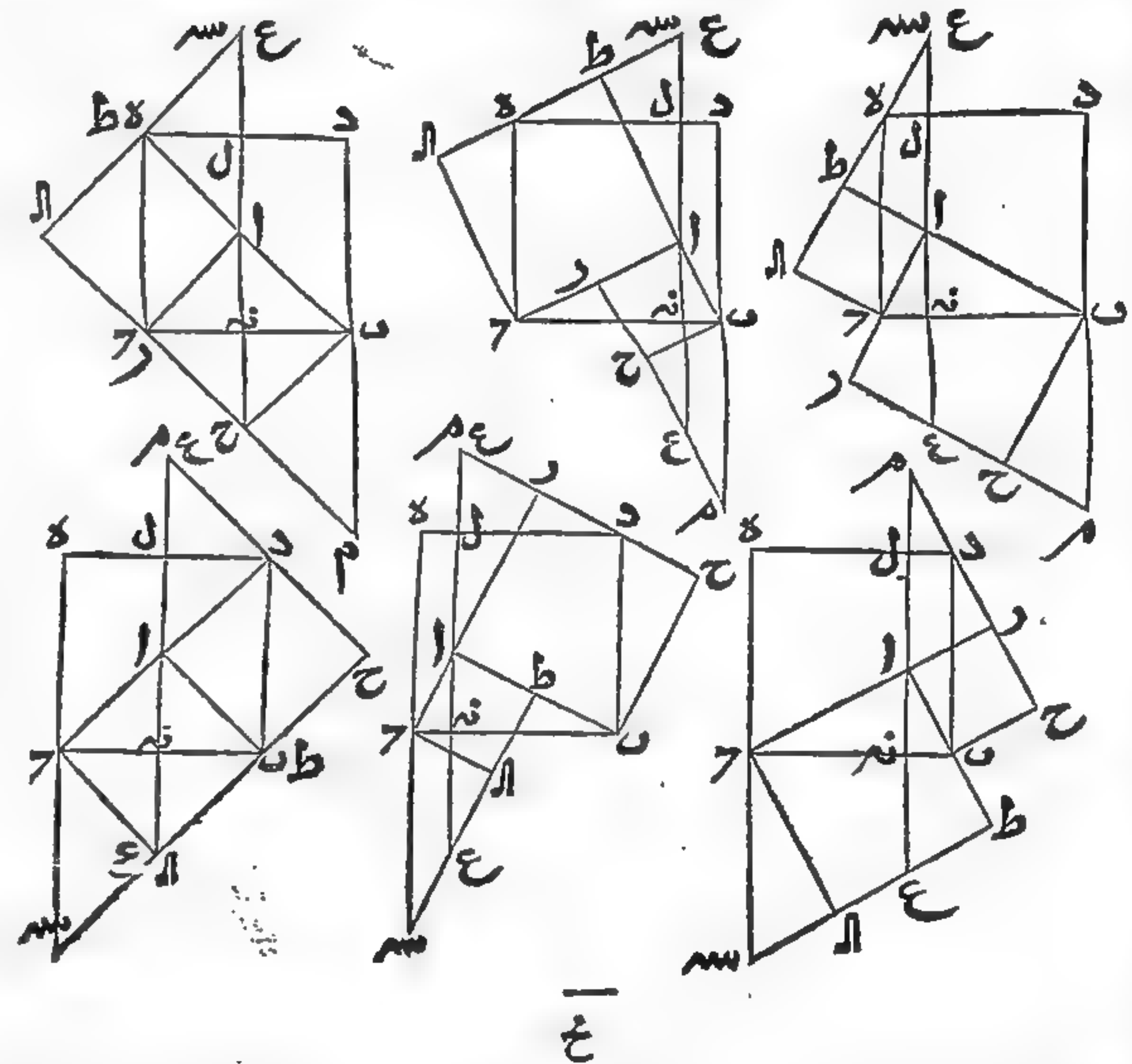








لدينا ونخرج ضلع  $هـ$  في جهة  $ح$  الى غير النهاية ونخرج ضلع  $ط$  الى ان يلتقي ضلع  $هـ$  على نقطة  $س$  فلان كل واحدة من زاويتي  $اح$   $بح$  قائمة فاذا استقطنا منهما زاوية  $بح$  تبقى زاوية  $اح$  قائمة  $اح$   $س$  وزاوية  $بح$  تساوي زاوية  $س$  لان كل واحدة منهما قائمة وضلع  $اح$  كضلع  $حط$  فضلع  $بح$  كضلع  $س$  بالشكل السادس والعشرين فخط  $هـ$  كخط  $س$  فربع  $اط$  كشيء بالمعين  $اع$   $س$  بالشكل الخامس والثلاثين ووسط  $ل$   $ن$   $هـ$  كشيء بالمعين  $اع$   $س$  بالشكل السادس والثلاثين فربع  $اط$  كوسط  $ل$   $ن$   $هـ$  فربع  $دب$   $هـ$  كربعي  $اب$   $ح$   $ط$   $ا$  ويمثله نعين في الصورة الثالثة بالحكم ثابست واما القسم السابع والثامن فبنيين من الخامس والسادس وهذا صورها



كل ضلع مثلث مربعه يساوي مربعي الضلعين الباقيين فان الزاوية التي يوترها ذلك الضلع قائمة

ولبكن مربع ضلع  $ب$   $ح$  من مثلث  $اب$   $بح$   $ا$  يساوي مربعي ضلعي  $اب$   $اح$  فاقول ان زاوية  $ب$   $ح$  قائمة برهانه نخرج من نقطة  $ا$  عمود  $اه$  على خط  $ب$   $ح$  باستبانة الشكل الحادي عشر ونفصل



ونفصل منه  $اه$  ك  $اب$  بالشكل الثالث فيكون مربع  $اه$   $اب$  متساويين ونفصل  $هـ$  بخط مستقيم فربع  $هـ$  كربعي  $اح$   $اه$  بالشكل المتقدم وكان مربع  $ب$   $ح$  كربعي  $اب$   $اح$  فربع  $هـ$   $ب$   $ح$  متساويان فوتر  $ب$   $ح$  كوتر  $هـ$  فاضلاع مثلثي  $اب$   $اح$   $هـ$  المتناظرة متساوية فثلث  $ح$   $اب$  كثلث  $ح$   $اه$  وسائر الزوايا كسائر الزوايا المتناظرة بالشكل الثامن فزاوية  $ب$   $اح$  المساية لزاوية  $ح$   $اه$  القائمة قائمة وذلك ما اردنا ان نبين تمت المقالة الاولى

## المقالة الثانية اربعة اشكالا

### المصادر

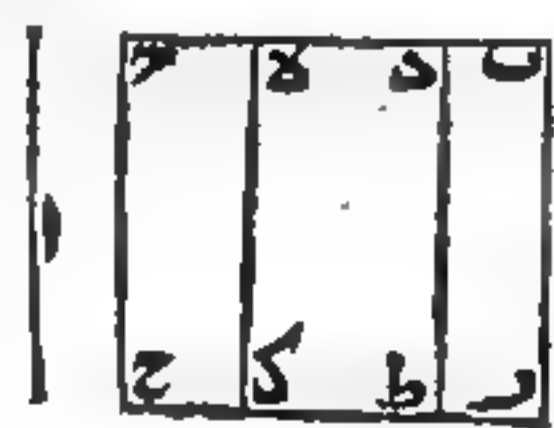
المصادرات يسمي كل ضلعين يحيطان بزاوية من اي سطح متوازي الاضلاع القائم الزوايا المحيطان بذلك السطح ويسمي مجموع المقيمين مع احد السطحين المتوازي الاضلاع الكائنين على قطر السطح المشاركون له بزاوية وللمقيمين بضلعين العلم وانا اذا قلت سطح الخط في الخط امر يد به سطح متوازي الاضلاع قائم الزوايا حاصل من احاطة الخطين بـ

### الاشكال

١

كل سطح قائم الزوايا يحيط به خطان مستقيمان فانه يساوي سطوح احد الخطين في جميع اقسام الاخر

لبكن احد الخطين  $ا$  والاخر  $ب$  متساويين على نقطتي  $د$   $هـ$  كيف ما اتفق فاقول ان سطح  $ا$  في  $ب$  يساوي مجموع سطوح  $ا$  في  $ب$   $د$   $هـ$  برهانه نخرج من نقطة  $ب$  عمود  $ب$   $ر$  على  $ب$   $د$  باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولى ونفصل منه خط  $ب$   $ر$  كخط  $ا$  بالشكل الثالث من الاولى



ونخرج من نقطتي  $ر$   $ح$  خطي  $ر$   $ح$  في جهة  $ر$  موازيين لخطي  $ب$   $ر$  كل لظهوره بالشكل الواحد والثلاثين من الاولى فلا بد وان يتلاقيا لانا اذا وصلنا بين نقطتي  $ر$   $ح$  بخط مستقيم كانت زاوية  $ح$   $ر$   $ب$  مع الزاوية المجاورة لزاوية  $ر$   $ب$  كقائمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولى فزاويتا  $ح$   $ر$   $ب$   $ا$  من قائمتين فليتلاقيا على نقطة  $ح$  ونخرج



ان نبيين وبمثله تبين لو كانت الاقسام اكثر من اثنتين

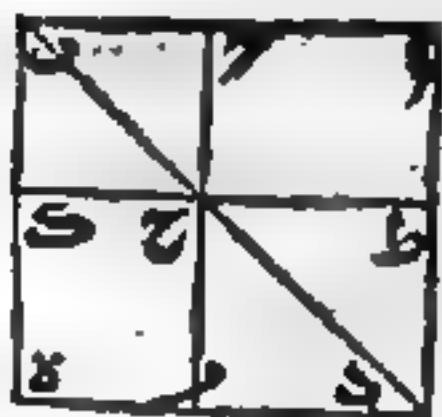
كل خط مستقيم محدود مقسوم علي نقطة فان  
سطحه في احد قسميه يساوي مربع ذلك القسم



وسطه في القسم الاخر منه

ليكن الخط  $AB$  مقسوما علي نقطة  $C$  فاقول ان سطح  
 $ABC$  في  $B$  يساوي مربع  $BC$  وسطح  $ACD$  في  $A$   
برهانه نرسم علي  $B$  مربع  $BCDE$  بالشكل السادس والاربعين من  
الاولي فاضلاعه المتقابلة متوازية وزواياه قوائم ونخرج من نقطة  $A$  خط  
ار في جهة  $D$  موازيا لخط  $BE$  بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي فهو  
مواز لخط  $CD$  بالشكل الثلاثين من الاولي ونخرج ارده في جهة  $C$  علي  
استقامتهما الي ان يتلاقيا لانا اذا وصلنا بين نقطتي  $A$  و  $C$  بخط مستقيم  
كانت زاويتا  $BAE$  و  $ACD$  اقل من قائمتين لكون زاوية  $BCD$  قائمة وخط  $AC$   
مواز لخط  $BE$  فيكون زاوية  $ABC$  قائمة بالشكل التاسع والعشرين من  
الاولي فليبتلأ قبا علي نقطة  $F$  فسطح  $AB$  متوازي الاضلاع وقايم الزوايا  
ولان سطح  $AB$  حاصل من سطح  $ABC$  في  $B$  و  $BCD$  يساوي  $BC$  فسطح  $AB$   
في  $B$  كسطح  $AB$  و  $BCD$  حاصل من سطح  $ABC$  في  $C$  و  $BCD$  يساوي  $BC$   
فسطح  $AC$  في  $C$  يساوي سطح  $AB$  ومربع  $BC$  هو مربع  $BC$  فسطح  $AB$   
يساوي مجموع مربع  $BC$  و  $AC$  فسطح  $AB$  في  $B$  يساوي مربع  $BC$   
وسطح  $AC$  في  $C$  وذلك ما اردنا ان نبين

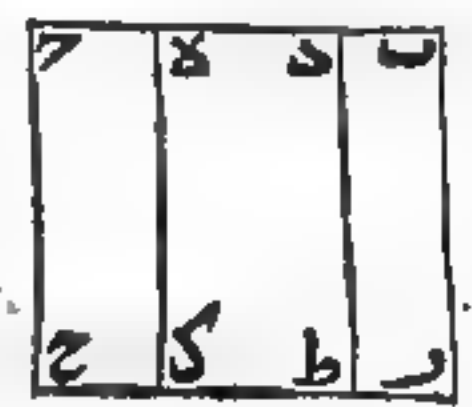
كل خط مستقيم محدود مقسوم علي نقطة فان  
مربعه كمجموع مربعي قسميه وضعف سطح احدها



في الاخر

ليكن الخط  $AB$  مقسوما علي نقطة  $C$  فاقول ان مربع  
 $AB$  كمجموع مربعي  $AC$  و  $BC$  وضعف سطح  $AC$  في  $C$  برهانه  
نرسم علي خط  $AB$  مربع  $ACDE$  بالشكل السادس والاربعين من الاولي  
فاضلاعه متوازية ومتساوية وزواياه قوائم ونخرج قطر  $BD$  ومن نقطة  
 $C$  خط  $CF$  موازيا لضلع  $AD$  بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي وضلع

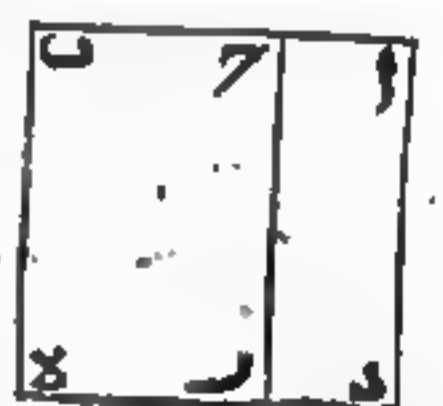
من نقطتي  $D$  و  $E$  خطي  $DE$  و  $EF$  في جهة  $BC$  علي استقامتهما موازيين لخط  
 $AB$  بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي فيكونان متوازيين وموازيين  
لخط  $BC$  بالشكل الثلاثين من الاولي ان ينتهيا الي خط  $BC$  ولينتهيا الي  
نقطتي  $G$  و  $H$  فلان زاوية  $BCD$  قائمة وخط  $BC$  موازيا لخط  $DE$   
وخطوط  $BC$  و  $DE$  و  $EF$  متوازية فكل من الزوايا التي عند نقطتي  $D$  و  $E$   
 $G$  و  $H$  قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي  
وكل من خطوط  $DE$  و  $EF$  و  $BC$  يساوي عمود  $BC$  بالشكل  
الرابع والثلاثين من الاولي فكل منها يساوي خط  $BC$   
فسطح  $ABC$  المساوي لسطح  $BCD$  في  $B$  يساوي سطح  $ABC$   
في  $B$  و  $BCD$  و  $DE$  و  $EF$  و  $BC$  في  $D$  و  $E$  و  $F$  و  $BC$  في  $C$   
وسطح  $ABC$  في  $C$  و  $BCD$  و  $DE$  و  $EF$  و  $BC$  في  $D$  و  $E$  و  $F$  و  $BC$  في  $C$   
المحصل من سطح  $ABC$  في  $C$  و  $BCD$  و  $DE$  و  $EF$  و  $BC$  في  $D$  و  $E$  و  $F$  و  $BC$  في  $C$   
فسطح  $ABC$  في  $B$  يساوي مجموع سطوح  $ABC$  في  $C$  و  $BCD$  و  $DE$  و  $EF$  و  $BC$  في  $D$  و  $E$  و  $F$  و  $BC$  في  $C$   
فبين واستبان منه ان جميع سطوح كل واحد من اقسام احد الخطين  
المحدودين في كل واحد من اقسام الخط الاخر يساوي سطح احد الخطين



في الاخر

كل خط مستقيم محدود مقسوم علي نقطة او

اكثر فان مربعه يساوي مجموع سطوحه في كل



واحد من قسميه او اقسامه  
ليكن خط  $AB$  خطا مستقيما محدودا مقسوما علي نقطة  
 $C$  فاقول ان مربع  $AB$  يساوي مجموع سطحي  $ABC$  في  $A$   
و  $BCD$  في  $B$  برهانه نرسم علي خط  $AB$  مربع  $ACDE$  بالشكل السادس  
والاربعين من الاولي فكل من زواياه قائمة واضلاعه متساوية ومتوازية  
ونخرج من نقطة  $C$  خط  $CF$  في جهة  $D$  موازيا لخط  $AD$  بالشكل الواحد  
والثلاثين من الاولي ونخرج  $E$  علي استقامته الي ان ينتهي الي خط  $DE$  علي  
نقطة  $G$  فهو مواز لخط  $BC$  بالشكل الثلاثين من الاولي ولان كل من  $AB$  و  $DE$   
قد وقعا علي  $AC$  و  $BC$  المتوازية وكل من زوايا  $D$  و  $E$  قائمة فكل من  
الزاويتين الواقعتين عند نقطة  $C$  و نقطة  $G$  قائمة بالشكل التاسع  
والعشرين من الاول فسطحا  $AC$  و  $BC$  متوازيان الاضلاع قايم الزوايا  
وسطح  $AC$  حاصل من سطح  $ABC$  و  $BCD$  و  $DE$  و  $EF$  و  $BC$  في  $D$  و  $E$  و  $F$  و  $BC$  في  $C$   
من سطح  $ABC$  في  $C$  و  $BCD$  و  $DE$  و  $EF$  و  $BC$  في  $D$  و  $E$  و  $F$  و  $BC$  في  $C$   
ان يساويان لمجموع سطحي  $ABC$  في  $A$  و  $BCD$  في  $B$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا  
ان



بـ يوازي ضلع آد فخط حر يوازي بـ بالشكل الثلثين من الاول في خط  
 حر يقطع القطر وينتهي الى ضلع ده اذا اخرجناه على استقامته في جهة  
 هـ فليقطع على نقطة حـ ولينته على نقطة رـ ونخرج من  
 نقطة حـ خط اـ حـ طـ موازيا لضلع آب بالشكل  
 الواحد والثلثين من الاول فهو مواز لضلع ده بالشكل  
 الثلثين من الاول فاذا اخرجناه في جهته ينتهي الى  
 ضلعي آد بـ فلينته على نقطتي آ طـ ولان الاشكال الواقع في مربع آهـ  
 متوازية الاضلاع وزوايا المربع قوائم فكل من زوايا تلك الاشكال قائمة  
 بالشكل التاسع والعشرين من الاول ولان ضلعي آب آد متساويان فزاويتا  
 آب آد متساويتان بالشكل الخامس من الاول وزاوية حـ ر بـ كزاوية  
 اـ د حـ بالشكل التاسع والعشرين من الاول فزاويتا حـ ر بـ حـ  
 متساويتان فضلع حـ ر بـ كضلع حـ ر بـ بالشكل السادس من الاول ولان  
 ضلع طـ آد يوازي ضلع آب فزاوية طـ حـ د كزاوية آب د بالشكل السادس  
 والعشرين من الاول فزاويتا طـ حـ د متساويتان فضلع طـ حـ  
 كضلع طـ د بالشكل السادس من الاول والاضلاع المتقابلة من السطوح  
 المتوازية الاضلاع متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاول فسطحا  
 طـ ر حـ آـ مربعان ومتمم آحـ حاصل من سطح آحـ في حـ وحـ كخط بـ ر  
 فتمم آحـ يساوي سطح آحـ في حـ ر ومتمم آحـ حـ متساويان بالشكل  
 الثالث والاربعين من الاول فهما يساويان ضعف سطح آحـ في حـ ر وضلع  
 آحـ كضلع طـ حـ بالشكل الرابع والثلثين من الاول فربع آحـ كربع طـ ر  
 فربعا ضلعي آحـ حـ ر يساويان مربعي طـ ر حـ آـ وهما مع متمم آحـ حـ  
 يساوي مربع آهـ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  
 واستبان منه ان جميع السطوح المتوازية الاضلاع الكائنة على اقطار  
 المربعات اذا كانت اضلاعها موازية لاضلاع المربعات النظر بالنظر  
 وان المربعات الكائنة في المربعات المشاركة لها في زاوية من زواياها انما  
 يقع على اقطارها

كل خط مستقيم محدود نصف وقسم بمختلفين  
 فسطح احد القسمين في القسم الاخر مع مربع الفصل  
 بين نصف الخط وتمام نصف الاخر يساوي مربع  
 نصف

ليكن

ليكن الخط آب منصفاً على حـ ومقسوماً على دـ فاقول ان سطح آد في  
 دبـ مع مربع حـ دـ يساوي مربع بـ حـ برهانه نرسم على بـ حـ مربع  
 حـ ر بـ بالشكل السادس والاربعين من الاول  
 ونخرج قطر بـ هـ ومن نقطة دـ خط دـ عـ في  
 جهة هـ موازيا لضلع حـ ر بالشكل الواحد  
 والثلثين من الاول فهو مواز لضلع بـ ر  
 بالشكل الثلثين من الاول ونخرج الى ان يقطع القطر وينتهي الى ضلع حـ ر  
 فليقطع على نقطة حـ ولينته الى نقطة عـ ونخرج من نقطة حـ خط آـ لـ  
 موازيا لخط آب بالشكل الواحد والثلثين من الاول فهو مواز لضلع حـ ر  
 بالشكل الثلثين من الاول ونخرجه في جهته الى ان ينتهي الى ضلع بـ ر  
 على نقطة آـ ويقطع ضلع حـ ر على نقطة لـ ونخرجه في تلك الجهة الى  
 غير النهاية ونفصل منه لـ طـ كخط آـ ر بالشكل الثالث من الاول ونصل  
 بين نقطتي آ طـ بخط مستقيم فهو مواز لضلع رـ لـ بالشكل الثالث  
 والثلثين من الاول فكل من سطحي دـ آـ عـ مربع باستبانة الشكل المتقدم  
 ولان خط آـ حـ كخط حـ ر فسطح آـ لـ كسطح لـ بـ بالشكل السادس والثلثين  
 من الاول ومتمم حـ ر كتمم حـ ر بالشكل الثالث والاربعين من الاول باحد  
 مربع دـ آـ مشتركاً بينهما فسطح دـ ر كسطح دـ آـ فسطح آـ لـ كسطح لـ بـ فاذا  
 اخذنا متمم حـ ر مشتركاً بين سطحي آـ لـ دـ ر كان سطح آـ حـ كسطح حـ ر بـ  
 آـ حاصل من سطح آد في دـ حـ وضلع دبـ كضلع دـ حـ فسطح آد في دبـ  
 كسطح آحـ وكان علم من دـ حـ كسطح آحـ فسطح آد في دبـ كسطح حـ ر بـ  
 خط حـ دـ كخط لـ حـ بالشكل الرابع والثلثين من الاول فربع حـ دـ يساوي  
 مربع لـ عـ وهو مع علم من دـ حـ كربع حـ ر فسطح آد في دبـ مع مربع حـ دـ  
 يساوي مربع حـ ر وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم محدود نصف وزيد عليه  
 خط اخر مستقيم محدود على استقامته فسطح الخط  
 مع الزيادة في الزيادة ومربع النصف معاً يساويان

مربع نصف الخط مع الزيادة  
 ليكن الخط آب منصفاً على حـ والمزيد عليه خط  
 بـ دـ على استقامته فاقول ان سطح آد في دبـ مع مربع  
 حـ دـ كربع حـ ر برهانه نرسم على حـ دـ مربع حـ ر بـ بالشكل السادس

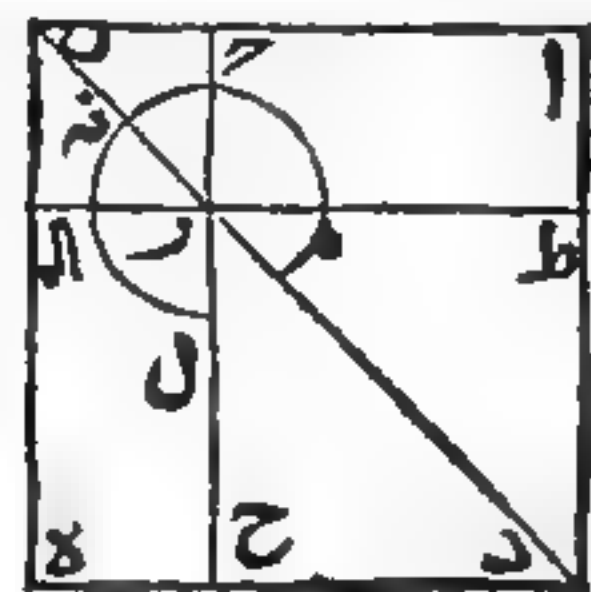


والاثنين من الاول ونخرج قطر د ه ونخرج من نقطة ب خط ب ع في  
جهة ر موازيا لضع ح بالشكل الواحد والثلاثين من الاول فهو مواز  
لضع د بالشكل الثلاثين من الاول ونخرجه على استقامته الى ان يقطع  
القطر وينتهي الى ضلع ه ر فليقطع على نقطة ج  
ولبنته الى نقطة ع ونخرج من نقطة ح خط ح ل  
موازيا لضع اب بالشكل الواحد والثلاثين من  
الاول فهو مواز لضع د بالشكل الثلاثين من الاول  
فينتهي الى ضلع د ر ويقطع ضلع ه ر فليقطع الى نقطة ل ولينقطع على  
نقطة ا ونخرجه على استقامته في جهة ا الى غير النهاية ونفصل منه  
الط مساويا لخط ا ح بالشكل الثالث من الاول ولان  
بخط مستقيم فهو مواز لخط ح ا بالشكل الثالث والثلاثين من الاول ولان  
ا ح ب متساويان فسطح ا ل كسطح ا ب بالشكل السادس والثلاثين من  
الاول ومتم ح ر متم ح ج بالشكل الثالث والاثنين من الاول فسطح  
ا ل كسطح ح ر وناخذ سطح د ا مشترك بين سطحي ا ح ر فبكون علم م ن ه  
مساويا لسطح ا ل وكل من سطحي ب ل ا ع مربع باستبانة الشكل الرابع  
فضلع ب د كضلع د ل فسطح ا د في د ب يساوي سطح ا ل فعلم م ن ه  
يساوي سطح ا د في د ب وضلع ح ب كضلع ا ح بالشكل الرابع والثلاثين  
من الاول فربع ح ب يساوي مربع ا ع وهو مع علم م ن ه يساوي مربع  
ح ر فسطح ا د في د ب مع مربع ح ب يساوي مربع ح د وذلك ما اردنا  
ان نبين



كل خط مستقيم محدود مقسوم على نقطة فان  
مربعه مع مربع احد قسميه يساوي ضعف  
سطح الخط كله في ذلك القسم مع مربع القسم الاخر  
ليكن الخط المستقيم ا ب مقسوما على نقطة ح كيف اتفق فاقول ان  
مربعي ا ب ب ا يساويان ضعف سطح ا ب في ب ح مع مربع ا ح برهانه  
نرسم على خط ا ب مربع ا د ه ب بالشكل السادس والاثنين من الاول  
ونخرج قطر ب د ومن نقطة ح خط ح ر موازيا لضع ا د بالشكل  
الواحد والثلاثين من الاول فهو مواز لضع ب ه بالشكل الثلاثين من  
الاول فيقطع القطر وينتهي الى ضلع د ه فليقطع على نقطة ر ولبنته الى  
نقطة ج ونخرج من نقطة ر خط ا ر ط يوازي ا ب بالشكل الواحد  
والثلاثين من الاول فهو مواز لضع د ه بالشكل الثلاثين من الاول فهو  
ينتهي

ينتهي الى ضلعي ا د ب فلينتهي على نقطتي ط ا فكل من سطحي ط ح د ا  
مربع باستبانة الشكل الرابع فلان متمي ا ر ه متساويان بالشكل  
الثالث والاثنين من الاول وناخذ مربع ح ا مشترك بينهما فبكون  
سطح ا ل كسطح ح ه وسطح ا ل حاصل من سطح ا ب في ب ا لكن ب ح يساوي  
ب ا لان سطح ح ا مربع فسطح ا ب في ب ح كسطح ا ل  
وكان سطح ح ه كسطح ا ل فضعف سطح ا ب في ب ح  
يساوي علم م ن ه مع مربع ح ا وضلع ا ح يساوي  
ضلع ط ر بالشكل الرابع والثلاثين من الاول فربع  
ا ح يساوي مربع ط ح فاذا اضفناه الى علم م ن ه  
يحصل مربع ا ه فربع ط ح اذا اضفناه الى علم م ن ه ومربع ح ا يحصل  
ضعف سطح ا ب في ب ح ومربع ا ح اذا اضفناه اليها يحصل مربع ا ه  
ا ه ح ا فضعف سطح ا ب في ب ح مع مربع ا ح يساويان مربعي ا ه ح ا  
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل خط مستقيم محدود مقسوم على نقطة ما  
فان سطحه في احد قسميه اربع مرات مع مربع قسميه  
الاخر يساوي مربع الخط كله اذا ازيد عليه خط  
اخر مستقيم على استقامته مساويا للقسم الذي

ضرب الخط كله فيه

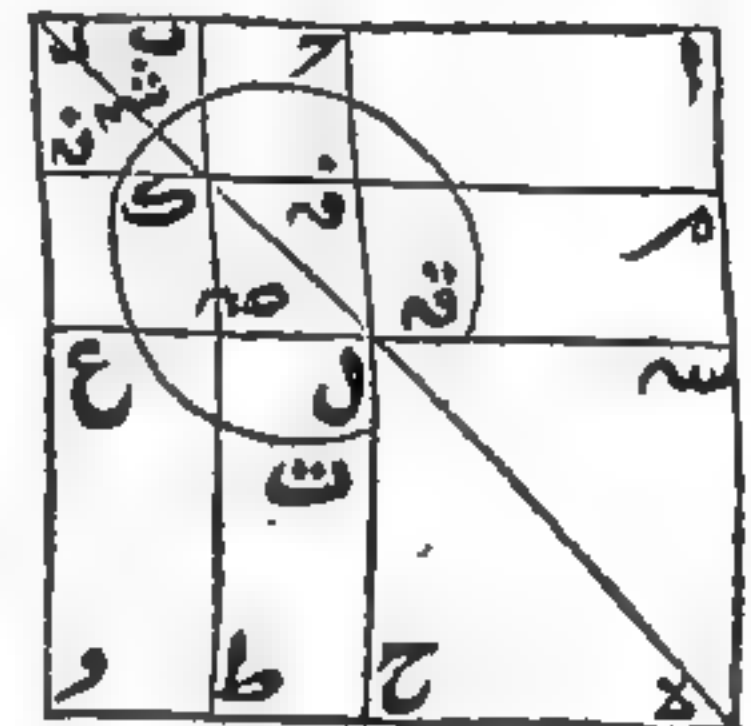


ليكن الخط ا ب مقسوما على نقطة ح ونريد  
عليه خط ب د المستقيم على استقامته مساويا  
لخط ب ح فاقول ان سطح ا ب في ب ح اربع  
مرات مع مربع ا ح يساوي مربع ا د برهانه  
نرسم على ا د مربع ا د ه ب بالشكل السادس

والاثنين من الاول ونخرج قطر د ه ومن نقطتي ح ب خطي ح ب ط  
في جهة ه موازيين لخط ا ه بالشكل الواحد والثلاثين من الاول فهما  
متوازيان وموازيان لخط د ر بالشكل الثلاثين من الاول ونخرجهما على  
استقامتهما في تلك الجهة الى ان ينتهي الى خط ه ر فلينتهي الى نقطتي ح ط  
فليقطعان القطر فليقطعاه على نقطتي ل ا ونخرج منهما خطي ع ل س  
ن ا م في جهتهما موازيين لضع ا د بالشكل الواحد والثلاثين من الاول



فهما متوازيان وموازيان لخط  $هـ ر$  بالشكل الثلثين من الاول فلينتهبا  
الي خطي  $ا هـ$   $د ر$  علي نقط  $س هـ$   $ع م$   $ن$  فليقطعان خطي  $ح ب$   $ط$   
فليقطعاهما علي نقطتي  $ق هـ$   $ص$  فباستبانة الشكل الرابع يكون سطوح  
 $س ح$   $ق هـ$   $ب ن$   $ح ر$   $ا ع$   $د$  مربعات فضلع  $ح د$  كضلع  $د ع$  و  $ب$   
يساوي  $ب ا$  فجميع سطوح  $ب ن$   $ا ع$   $د$

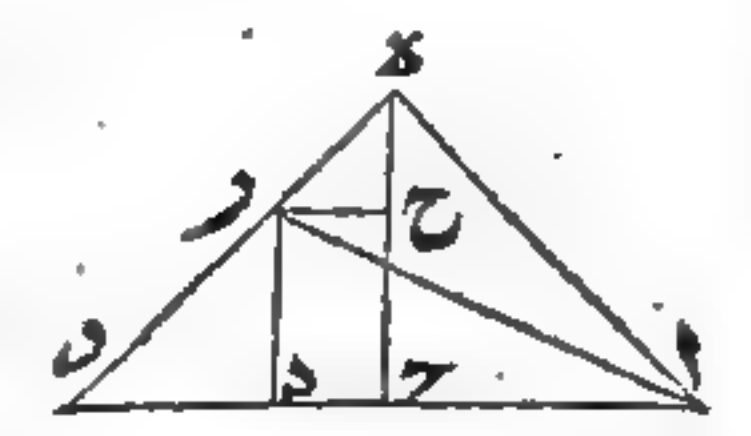


ق هـ  $م$  مربعات متساويات ولان  $ب ح$   $ك ط$   $ب ا$   
فسطح  $ا ب$  في  $ب ح$  يساوي مقيم  $ا$  ولان  
مقيم  $ا$   $ا ر$  متساويان بالشكل الثالث  
والامربعين من الاول فهما معا يساويان  
ضعف سطح  $ا ب$  في  $ب ح$  ولان سطح  $ا هـ$   $م ل$   
متساويان وكذلك  $ل ط$   $ص ر$  بالشكل السادس

والثلثين من الاول ومقما  $م ل$   $ل ط$  متساويان بالشكل الثالث والامربعين  
من الاول فالسطوح الاربعة وهي  $ا هـ$   $م ل$   $ل ط$   $ص ر$  متساويان فاذا  
ضيف مربع  $ق هـ$  الي سطح  $م ل$  حصل سطح  $م هـ$  مساويا لسطح  $ا$   
بالشكل السادس والثلثين من الاول واذا اضيف مربع  $ب ن$  الي سطح  $ل ط$   
يكون الحاصل منهما سطحا مساويا لسطح  $ا ر$  بالشكل السادس والثلثين  
من الاول فعلم قسمة يساوي اربعة امثال سطح  $ا$  المساوي لاربعة  
امثال سطح  $ا ب$  في  $ب ح$  وخط  $ا ح$  يساوي خط  $س د$  بالشكل الرابع  
والثلثين من الاول ووسط  $س ح$  مربع  $س د$  فربع  $ا ح$  يساوي مربع  
 $س ح$  وعلم قسمة مع مربع  $س ح$  يساويان سطح  $ا ر$  اعني مربع  $ا د$  وهما  
يساويان اربعة امثال سطح  $ا ب$  في  $ب ح$  مع مربع  $ا ح$  فاربعة امثال سطح  
 $ا ب$  في  $ب ح$  مع مربع  $ا ح$  يساويان مربع  $ا د$  وذلك ما اردنا ان نبين  $ط$

كل خط مستقيم محدود نصف وقسم بمختلفين  
فان مربعي قسميه كضعف مربع النصف مع  
ضعف مربع الفصل بين النصف وكل واحد

من قسمي  $هـ$



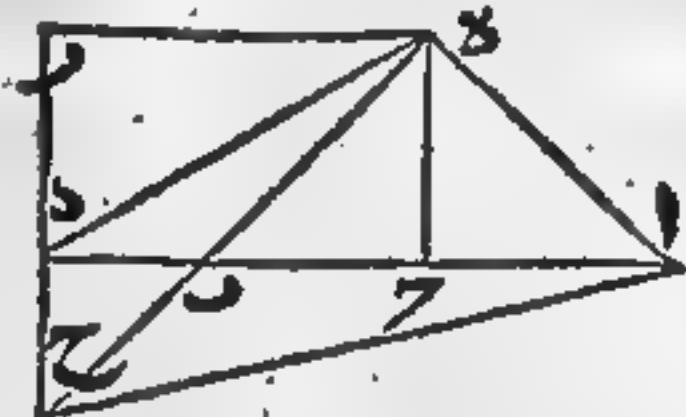
ليكن الخط  $ا ب$  منصفا علي  $ح$  ومقسوما بمختلفين  
علي  $د$  فاقول ان مربعي  $ا د$   $ب د$  معا كضعف مربع  
 $ا ح$  مع ضعف مربع  $ح د$  برهانه تخرج من نقطة  $ح$  عمود  $هـ$  علي خط  
 $ا ب$  بالشكل الحادي عشر من الاول ونفصل منه  $ح د$  مثل  $ا ح$  بالشكل  
الثالث

من الاول وتصل بين كل من نقطتي  $ا هـ$   $ب هـ$  بخط مستقيم فلان كل واحد  
من ضلعي  $ا ح$   $هـ د$   $هـ ب$  متساويان فكل من زاويتي  $ا ح هـ$   $ا د هـ$   $ب هـ د$  قائمة  
متساويتان بالشكل الخامس من الاول وكل من زاويتي  $ا ح هـ$   $ب هـ د$  قائمة  
فكل من زوايا  $ا هـ د$   $ا ح هـ$   $هـ ب د$   $هـ د$  نصف قائمة بالشكل الثاني والثلثين من  
الاولي فزاوية  $ا هـ ب$  قائمة وتخرج من نقطة  $د$  في جهة  $هـ$  خط  $د ر$  موازيا  
لخط  $هـ ب$  بالشكل الواحد والثلثين من الاول فلينتهبا الي ضلع  $ب هـ$  بين  
نقطتي  $ب هـ$   $د$  والا يلزم احاطة خطين مستقيمين بسطح او كون الموازي  
ملاقبا لما هو موازله هذا خلف فلينتهبا علي نقطة  $ر$  فزاوية  $ر د ب$   
كزاوية  $ب هـ د$  القائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاول فزاوية  $ر د ب$   
قائمة وكانت زاوية  $هـ ب د$  نصف قائمة فزاوية  $ر د ب$  نصف قائمة بالشكل  
الثاني والثلثين من الاول فضلع  $ر د$  كضلع  $د ب$  بالشكل السادس من  
الاولي فنصل من  $هـ د$   $ح ر$  مثل  $د ر$  بالشكل الثالث من الاول ونصل بين  
نقطتي  $ر ح$  بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي  $ا ر$   $ح ط$   $م ح$  مساويين  
لخط  $هـ د$  بالشكل الثالث والثلثين من الاول ولان زاويتي  $هـ ح ر$   $هـ د ر$   
كزاويتي  $هـ ب د$   $هـ د ر$  بالشكل التاسع والعشرين من الاول فزاوية  $هـ د ر$   
قائمة وزاوية  $هـ ب د$  نصف قائمة فزاوية  $هـ ح ر$  قائمة وزاوية  $هـ ح د$  نصف  
قائمة وكانت زاوية  $ح د ر$  نصف قائمة فضلع  $ح ر$  كضلع  $ح د$  بالشكل  
السادس من الاول ولان كل واحدة من زوايا  $ا هـ د$   $ا د ر$   $د ر ب$   
قائمة ومربع  $ا ح$   $هـ د$   $هـ ب$  كربع  $ا هـ$  بالشكل السابع والامربعين من الاول وهما  
ضعف مربع  $ا ح$  لتساوي  $ا ح هـ$  ومربع  $ا ح$   $ح ر$  كربع  $هـ ر$  بالشكل  
السابع والامربعين من الاول وهما ضعف مربع  $ح ر$  المساوي لضعف  
مربع  $هـ د$  لتساوي  $ح د ر$  ومربع  $ا ر$  يساوي مربعي  $ا هـ$   $هـ ر$  بالشكل  
السابع والامربعين من الاول فضعف مربع  $ا ح$  مع ضعف مربع  $هـ د$   
يساويان مربع  $ا ر$  ومربع  $ا د$   $د ر$  المساويان لمربعي  $ا د$   $د ب$  يساويان  
مربع  $ا ر$  بالشكل السابع والامربعين من الاول فمربعي  $ا ح$   $هـ د$  معا  
يساويان ضعف مربعي  $ا ح$   $هـ د$  معا وذلك ما اردنا ان نبين  $٥$

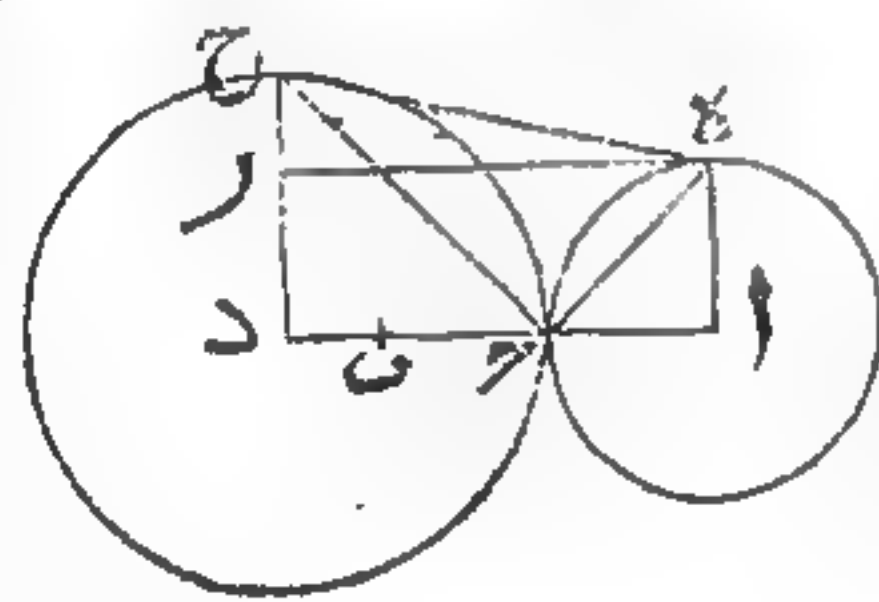
كل خط مستقيم محدود نصف ويريد عليه خط  
مستقيم علي استقامته فربع الخط مع الزيادة ومربع  
الزيادة معا يساويان ضعف مربع النصف وضعف  
مربع النصف مع الزيادة معا  $٥$



ليكن الخط  $آب$  منصفا على  $ح$  ونزيد عليه  $بَد$  المستقيم على استقامته  
 فاقول ان مربع  $آد$  مع مربع  $بَد$  يساويان ضعف مربع  $آح$  وضعف  
 مربع  $حَد$  معا برهانه نخرج من نقطة  $ح$  عمود  $حَـه$  على  $آح$  بالشكل  
 المجادي عشر من الاول ونفصل منه  $حَـه$  كـاـر بالثالث من الاول ونصل بين  
 $هـ$  وكل من نقطتي  $آ$   $ب$  بخط مستقيم ونخرج من  
 نقطتي  $د$   $هـ$  في جهتي  $د$   $ر$  خط  $در$  موازيا لخط  $حَـه$   
 وخط  $هـر$  موازيا لخط  $آح$  بالشكل الواحد و  
 الثلاثين من الاول فهما يتلاقيان لان زاوية  $هـر د$   
 قائمة فكل واحدة من زاويتي  $هـر د$   $ر د ح$  قائمة بالشكل التاسع والعشرين  
 من الاول فاذا وصلنا بين نقطتي  $هـ$   $د$  بخط مستقيم تكون زاويتا  $ر د هـ$   
 اقل من قائمتين فليبتل قبا على نقطة  $ر$  ولان زاوية  $هـر د$  قائمة فزاوية  $ر د هـ$   
 قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاول فزاويتا  $ب د ر$   $د ر هـ$  اقل من  
 قائمتين فاذا اخرجنا خطي  $هـ ب$   $ر د$  في جهة  $د$  فبتلاقيا فليبتل قبا على  
 نقطة  $ح$  ونصل بين نقطتي  $آ$   $ح$  بخط مستقيم ولان اضلاع  $آر$   $هـر$   $ح ب$   
 متساوية فكل من زاويتي  $آهـر$   $آر هـ$   $ح ب$   $هـر د$  متساويتان بالشكل  
 الخامس والثلاثين من الاول ولان كل من زاويتي  $آهـر$   $آر هـ$  قائمة فكل من  
 زوايا  $آهـر$   $آر هـ$   $ح ب$   $هـر د$  نصف قائمة بالشكل الثاني والثلاثين من الاول  
 اذ بين فيه ان جميع زوايا مثلث كقائمتين فزاوية  $آهـب$  قائمة ولان زاوية  
 $ب د ر$  قائمة فزاوية  $ب د ح$  قائمة بالشكل الثالث عشر من الاول ولان زاوية  
 $ح ب د$  نصف قائمة فزاوية  $د ب ح$  المقابلة لها نصف قائمة بالشكل  
 الخامس والعشرين من الاول ولان زاوية  $هـر د$  قائمة وزاوية  $هـر ب$  نصف  
 قائمة فزاوية  $ح هـ ر$  نصف قائمة وزاوية  $هـر د$  قائمة فزاوية  $هـر د$  نصف  
 قائمة بالشكل الثاني والثلاثين من الاول فضلعا  $هـر$   $م ر$  متساويان ولان  
 كل واحدة من زاويتي  $د ب ح$   $ب ح د$  نصف قائمة يكون ضلعا  $ب د$   $د ح$   
 متساويين بالشكل السادس من الاول ولان  $ح د$  يساوي  $د ر$  بالشكل  
 الرابع والثلاثين من الاول ومربع  $هـ ح$  مربعي  $هـ ر$   $م ر$  بالشكل السابع  
 والاربعين من الاول وهما ضعف مربع  $هـ ر$  اعني ضعف مربع  $ح د$  وبمثله  
 تبين ان مربع  $آهـ$  ضعف مربع  $آح$  فضعف مربع  $آح$  مع ضعف مربع  
 $ح د$  مربع  $آح$  ومربع  $آد$   $د ح$  المتساويان لمربعي  $آد$   $د ب$   $م ر$  بالشكل  
 السابع والاربعين من الاول فربعا  $آد$   $د ب$  معا يساويان ضعف مربع  
 $آح$  مع ضعف مربع  $ح د$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  
 وانما بينت هذا الشكل بمقدمات اقل مما في الاصل فاقول نخرج من  
 نقطتي  $آ$   $د$  عمودي  $آهـ$   $د ح$  على  $آح$  في جهة واحدة منه باستبانة الشكل  
 المجادي عشر من الاول ونخرجهما على استقامتهما في تلك الجهة وندير  
 على نقطة  $آ$  وببعد  $آح$  دائرة  $حَـه$  فبقطع محيطها عمود  $آهـ$  فليقطع على  
 نقطة



نقطة  $د$  وندير على نقطة  $د$  وببعد  $د ح$  دائرة  $حَـه$  فليقطع على  
 $د ح$  فليقطع على نقطة  $ح$  ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي  $ر$   $هـ$   
 بخط مستقيم ونصل بين نقطتي  $هـ$   $ر$  بخط مستقيم ونفصل من  $ح د$   $در$   
 مثل  $آهـ$  بالشكل الثالث من الاول ونصل بين نقطتي  $هـ$   $ر$  بخط مستقيم



فلان زاويتي  $هـ آ د$   $آ د ح$  قائمتين فخطا  $آهـ$   $آد$   
 متوازيان بالشكل الثامن والعشرين من الاول  
 فخطا  $هـ ر$   $آد$  متوازيان ومتساويان بالشكل  
 الثالث والثلاثين من الاول فلان  $د$  مركز  
 دائرة  $حَـه$  فـدـر يساوي  $د ح$  وكان  $در$

متساويا لـبـر فـحـر يساوي  $ب د$  وكل واحدة من زاويتي  $د ح ر$   $د ح ب$   
 متساويتان بالشكل الخامس من الاول وزاوية  $د ح ر$  قائمة فكل من زاويتي  
 $د ح ر$   $د ح ب$  نصف قائمة بالشكل الثاني والثلاثين من الاول وبمثله تبين ان  
 زاوية  $آهـ$  نصف قائمة وزاوية  $آر هـ$  مع زاوية  $ح د ر$  كقائمتين بالشكل  
 الثالث عشر من الاول فزاوية  $ح هـ ر$  قائمة وزاوية  $هـر د$  كزاوية  $آد ر$   
 القائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاول فهي قائمة ولان كل واحدة  
 من زوايا  $آهـر$   $آر هـ$   $ح ب$   $هـر د$  قائمة فربعا  $آهـ$   $آر$   $م ر$   $هـ ر$  بالشكل  
 السابع والاربعين من الاول ومربع  $آهـ$   $آر$   $م ر$   $هـ ر$  بالشكل السابع  
 والاربعين من الاول وهما ضعف مربع  $ح د$  فضعف مربع  $آح$   $م ر$   $هـ ر$   
 وضعف مربع  $ح د$  مربعي  $هـ ر$   $م ر$   $هـ ر$   $م ر$  فضعف مربع  
 $آح$  مع ضعف مربع  $ح د$  مربع  $آح$  ومربع  $آد$   $د ح$   $م ر$  معا اعني مربعي  $آد$   
 $د ب$  معا يساويان مربع  $آح$  بالشكل السابع والاربعين من الاول فربعا  
 $آد$   $د ب$  معا كضعف مربع  $آح$  مع ضعف مربع  $ح د$  وذلك ما اردنا ان نبين

بـا

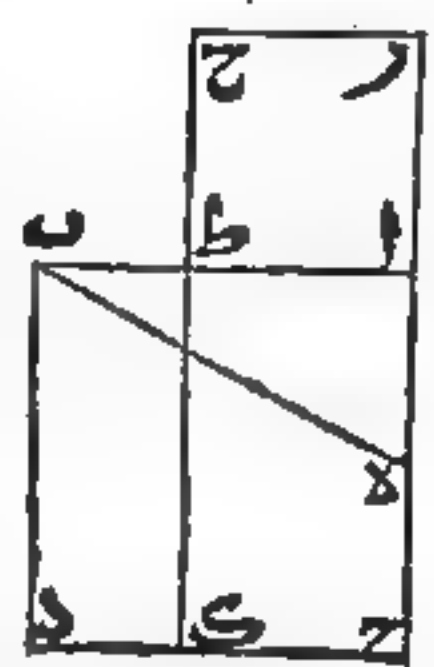
كل خط مستقيم محدود لنا ان نقسمه قسمة  
 يكون سطحه في احد قسميه مربع قسمة الاخر



ليكن الخط  $آب$  فنرسم عليه مربع  $آد ب$  بالشكل  
 السادس والاربعين من الاول وننصف ضلع  $آح$  على  
 نقطة  $هـ$  بالشكل العاشر من الاول ونصل  $ب هـ$  بخط  
 مستقيم فلان زاوية  $ب آ هـ$  قائمة وهي مع زاوية  $آهـ ب$  اقل  
 من قائمتين بالشكل السابع عشر من الاول فضلعا  $ب هـ$   $هـ د$  من  
 مثلث  $آهـ ب$  اعظم من ضلع  $آهـ$  بالشكل التاسع عشر من  
 الاول ونخرج  $آهـ$  في جهة  $آ$  على استقامته الى غير النهاية ونفصل منه

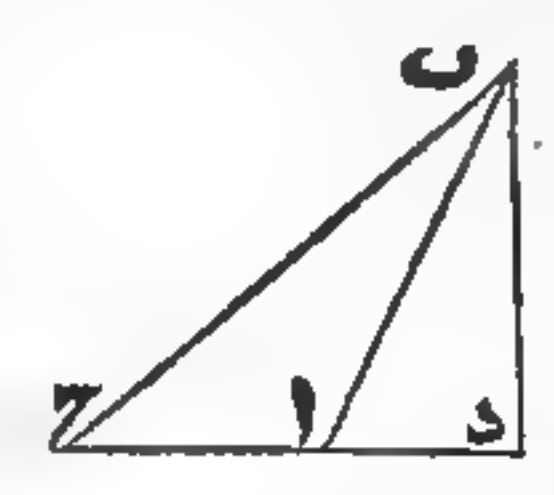


و هو حادة لان زاويتي  $\overline{ب\alpha\gamma}$  معا اقل من قائمتين بالشكل السابع عشر من الاولي وزاوية  $\overline{ب\alpha\delta}$  منفرجة فزاوية  $\overline{ا\gamma\delta}$  حادة فالزاوية المجاورة لزاوية  $\overline{ا\gamma\delta}$  منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي ولا يقع فيما بين نقطتي  $\alpha$  و  $\delta$  خارجا عنهما في جهة  $\gamma$  والا يلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قائمتين وهما اقل منهما بالشكل السابع عشر من الاولي فبتقع علي ضلع  $\overline{ا\gamma}$  بعد اخراجه في جهة  $\alpha$  فاقول ان مربع  $\overline{ب\alpha}$  اعظم من مربعي  $\overline{ا\gamma}$  و  $\overline{ا\delta}$  بضعف سطح  $\overline{ا\gamma}$  في  $\alpha$  برهانه فلان مربع  $\overline{ب\alpha}$  يساوي مربعي  $\overline{ب\delta}$  و  $\overline{د\alpha}$  بالشكل السابع والاربعين من الاولي ومربع  $\overline{ا\delta}$  مع ضعف سطح  $\overline{ا\gamma}$  في  $\alpha$  يساوي مربع  $\overline{د\alpha}$  بالشكل الرابع فمربع  $\overline{ب\alpha}$  يساوي مربعي  $\overline{ب\delta}$  و  $\overline{د\alpha}$  مع ضعف سطح  $\overline{ا\gamma}$  في  $\alpha$  لكن مربع  $\overline{ا\gamma}$  يساوي مربعي  $\overline{ب\delta}$  و  $\overline{د\alpha}$  بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربع  $\overline{ب\alpha}$  يساوي مربعي  $\overline{ا\gamma}$  و  $\overline{ا\delta}$  وضعف سطح  $\overline{ا\gamma}$  في  $\alpha$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

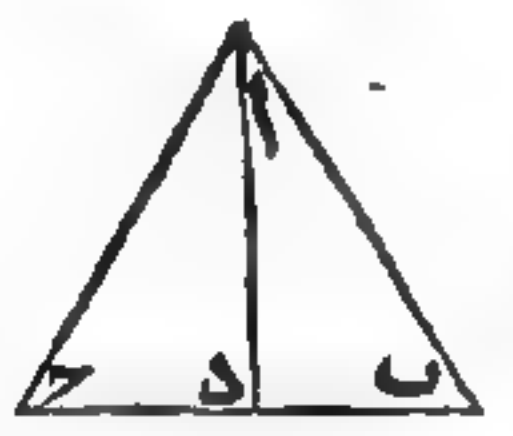


يب  
كل مثلث منفرج الزاوية فان مربع الضلع الذي يوترها اعظم من مربعي الضلعين المحيطين بها بضعف سطح احدها فيما وقع منه بعد اخراجه في جهة المنفرجة بينها وبين طرف العمود الخارج من طرف الضلع الاخر علي الضلع الخارج ليكن المثلث  $\overline{ا\gamma\delta}$  وزاوية  $\overline{ب\alpha\gamma}$  من زواياه منفرجة ونخرج من احد طرفي  $\overline{ا\gamma}$  عمودا علي الاخر فليخرج من نقطة  $\beta$  عمود  $\overline{ب\delta}$  علي ضلع  $\overline{ا\delta}$  بالشكل الثاني عشر من الاولي فلا يقع علي نقطة  $\alpha$  والا لكانت القائمة كالمنفرجة ولا علي نقطة  $\gamma$  والا لكانت زاوية  $\overline{ب\alpha\gamma}$  قائمة وهي

وفي حادة لان زاويتي  $\overline{ب\alpha\gamma}$  معا اقل من قائمتين بالشكل السابع عشر من الاولي وزاوية  $\overline{ب\alpha\delta}$  منفرجة فزاوية  $\overline{ا\gamma\delta}$  حادة فالزاوية المجاورة لزاوية  $\overline{ا\gamma\delta}$  منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي ولا يقع فيما بين نقطتي  $\alpha$  و  $\delta$  خارجا عنهما في جهة  $\gamma$  والا يلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قائمتين وهما اقل منهما بالشكل السابع عشر من الاولي فبتقع علي ضلع  $\overline{ا\gamma}$  بعد اخراجه في جهة  $\alpha$  فاقول ان مربع  $\overline{ب\alpha}$  اعظم من مربعي  $\overline{ا\gamma}$  و  $\overline{ا\delta}$  بضعف سطح  $\overline{ا\gamma}$  في  $\alpha$  برهانه فلان مربع  $\overline{ب\alpha}$  يساوي مربعي  $\overline{ب\delta}$  و  $\overline{د\alpha}$  بالشكل السابع والاربعين من الاولي ومربع  $\overline{ا\delta}$  مع ضعف سطح  $\overline{ا\gamma}$  في  $\alpha$  يساوي مربع  $\overline{د\alpha}$  بالشكل الرابع فمربع  $\overline{ب\alpha}$  يساوي مربعي  $\overline{ب\delta}$  و  $\overline{د\alpha}$  مع ضعف سطح  $\overline{ا\gamma}$  في  $\alpha$  لكن مربع  $\overline{ا\gamma}$  يساوي مربعي  $\overline{ب\delta}$  و  $\overline{د\alpha}$  بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربع  $\overline{ب\alpha}$  يساوي مربعي  $\overline{ا\gamma}$  و  $\overline{ا\delta}$  وضعف سطح  $\overline{ا\gamma}$  في  $\alpha$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

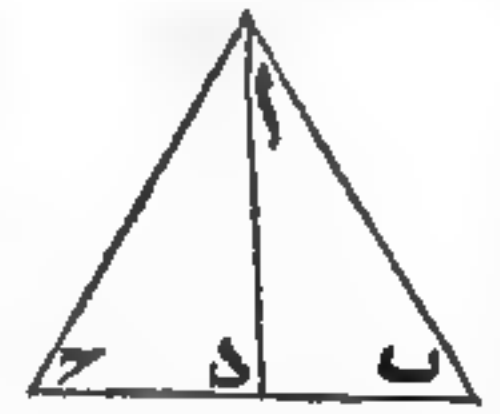


مربع كل ضلع يوتر الزاوية الحادة من اي مثلث كان اصغر من مربعي الضلعين المحيطين بها بضعف سطح احدها فيما يقع منه بين الزاوية الحادة والعمود الخارج من طرف الضلع الاخر عليه ليكن المثلث  $\overline{ا\gamma\delta}$  والزاوية الحادة  $\overline{ا\gamma\delta}$  ونخرج من احد طرفي احد ضلعي  $\overline{ا\gamma}$  عمودا علي الاخر فليخرج من نقطة  $\alpha$  عمود  $\overline{ا\delta}$  علي ضلع  $\overline{ا\delta}$  بالشكل الثاني عشر من الاولي فلا يقع علي احدي نقطتي  $\beta$  و  $\gamma$  ان كانت زاوية  $\overline{ا\gamma\delta}$  ايضا حادة لانه حينئذ تكون الحادة قائمة هذا خلف ولا خارجا عنها لان الزاوية المجاورة للحادة منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فليزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قائمتين وهما اقل منهما بالشكل السابع عشر من الاولي فبتقع فيما بين نقطتي  $\beta$  و  $\gamma$  وان كانت زاوية  $\overline{ا\gamma\delta}$  قائمة فعمود  $\overline{ا\delta}$  ينطبق علي ضلع  $\overline{ا\gamma}$  ونقطة  $\delta$  علي نقطة  $\gamma$  وان كانت منفرجة فالعمود يقع علي ضلع  $\overline{ا\gamma}$  بعد اخراجه في جهة  $\gamma$  بمثلث ما ببناء في الشكل المتقدم فاقول ان مربع  $\overline{ا\gamma}$  اصغر من مربعي  $\overline{ا\delta}$  و  $\overline{ا\delta}$  بضعف سطح  $\overline{ا\gamma}$  في  $\delta$  برهانه اما القسم الاول فلان



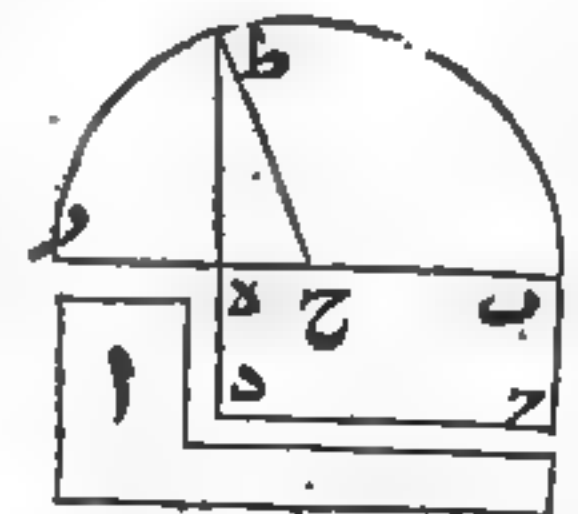


مربعي  $\overline{ب\delta}$  يساويان ضعف سطح  $\overline{ب\delta}$  في  $\overline{ب\delta}$  مع مربع  $\overline{د\delta}$  بالشكل السابع فإذا اخذنا مربع  $\overline{اد}$  مشترك يكون مربع  $\overline{ب\delta}$   $\overline{د\delta}$  مساوية لضعف سطح  $\overline{ب\delta}$  في  $\overline{ب\delta}$  مع مربع  $\overline{د\delta}$  لكن مربع  $\overline{اب}$  يساوي مربعي  $\overline{ب\delta}$   $\overline{د\delta}$  بالشكل السابع والاربعة من الاولى تكون زاوية  $\overline{ادب}$  قائمة فربعا  $\overline{اب}$   $\overline{ب\delta}$  يساويان ضعف سطح  $\overline{ب\delta}$  في  $\overline{ب\delta}$  مع مربع  $\overline{د\delta}$  لكن مربع  $\overline{ا\delta}$  مربعي  $\overline{ا\delta}$   $\overline{د\delta}$  بالشكل السابع والاربعة من الاولى لان زاوية  $\overline{اد\delta}$  قائمة فربعا  $\overline{اب}$   $\overline{ب\delta}$  معا يساويان ضعف سطح  $\overline{ب\delta}$  في  $\overline{ب\delta}$  مع مربع  $\overline{د\delta}$  فمجموع مربعي  $\overline{اب}$   $\overline{ب\delta}$  اعظم من مربع  $\overline{ا\delta}$  بضعف سطح  $\overline{ب\delta}$  في  $\overline{د\delta}$  فالحكم ثابت وأما القسم الثاني فلان نقطة  $\overline{د}$  منطبقة على نقطة  $\overline{د}$  يكون سطح  $\overline{ب\delta}$  في ضلع  $\overline{ب\delta}$  مربع  $\overline{ب\delta}$  وزاوية  $\overline{ا\delta ب}$  قائمة فيكون مربع  $\overline{اب}$  مربعي  $\overline{ا\delta}$   $\overline{ب\delta}$  بالشكل السابع والاربعة من الاولى فيكون مربع  $\overline{ا\delta}$  اصغر من مربعي  $\overline{اب}$   $\overline{ب\delta}$  بضعف سطح  $\overline{ب\delta}$  في  $\overline{د\delta}$  اعني ضعف مربع  $\overline{ب\delta}$  وأما القسم الثالث فلان مربع  $\overline{اب}$  المساوي لمربعي  $\overline{ا\delta}$   $\overline{ب\delta}$  بالشكل السابع والاربعة من الاولى اعظم من مربعي  $\overline{ا\delta}$   $\overline{ب\delta}$  بضعف سطح  $\overline{ب\delta}$  في  $\overline{د\delta}$  بالشكل المتقدم تكون زاوية  $\overline{ا\delta ب}$  منفرجة ومربع  $\overline{ا\delta}$  مربعي  $\overline{ا\delta}$   $\overline{ب\delta}$  بالشكل السابع والاربعة من الاولى فربعا  $\overline{ا\delta}$   $\overline{ب\delta}$  اصغر من مربعي  $\overline{اب}$   $\overline{ب\delta}$  بضعف سطح  $\overline{ب\delta}$  في  $\overline{د\delta}$  مع  $\overline{ب\delta}$  لكن سطح  $\overline{د\delta}$  في  $\overline{د\delta}$  مع  $\overline{ب\delta}$  كسطح  $\overline{ب\delta}$  في  $\overline{ب\delta}$  بالشكل الثالث فربعا  $\overline{ا\delta}$   $\overline{ب\delta}$  اصغر من مربعي  $\overline{اب}$   $\overline{ب\delta}$  بضعف سطح  $\overline{ب\delta}$  في  $\overline{د\delta}$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل شكل مفروض مستقيم الاضلاع لنا ان نرسم

مربعاً يساوياً



لهيكن الشكل المفروض المستقيم الاضلاع شكل  $\overline{ا}$  فنرسم شكلاً متوازي الاضلاع قائم الزوايا يساوي شكل  $\overline{ا}$  باستبانة الشكل الرابع والاربعة من الاولى وهو شكل  $\overline{ب\delta}$  فان كان ضلع  $\overline{د\delta}$  كضلع  $\overline{ب\delta}$  وهما يساويان ضلعي  $\overline{ب\delta}$   $\overline{د\delta}$  بالشكل الرابع والثلاثين من الاولى فشكل  $\overline{ب\delta}$  مربع فقد رسمنا المربع والا فليكن احدهما اطول من الآخر وليكن ضلع  $\overline{ب\delta}$  اطولهما فنخرجه على استقامته في جهة  $\overline{د}$  الى غير النهاية ونفصل منه  $\overline{د\delta}$  كضلع  $\overline{د\delta}$  بالشكل الثالث من الاولى وننصف  $\overline{ب\delta}$  على نقطة  $\overline{ح}$  بالشكل العاشر من الاولى ونرسم

ونرسم على  $\overline{ب\delta}$  نصف دائرة  $\overline{ب\delta}$  ونخرج  $\overline{د\delta}$  على استقامته الى ان ينتهي الى محيط  $\overline{ب\delta}$  فلينته الى نقطة  $\overline{ط}$  ونصل  $\overline{ح\delta}$  بخط مستقيم فاقول ان  $\overline{ح\delta}$  ضلع مربع يساوي شكل  $\overline{ا}$  برهانه فلان  $\overline{ب\delta}$  نصف على نقطة  $\overline{ح}$  وقسم بمختلفين على نقطة  $\overline{د}$  فسطح  $\overline{ب\delta}$  في  $\overline{د\delta}$  مع مربع  $\overline{ح\delta}$  يساوي مربع  $\overline{ح\delta}$  بالشكل الخامس لكن  $\overline{ح\delta}$  يساوي  $\overline{ح\delta}$  فسطح  $\overline{ب\delta}$  في  $\overline{د\delta}$  مع مربع  $\overline{ح\delta}$  يساوي مربع  $\overline{ح\delta}$  لكن زاوية  $\overline{د\delta ح}$  قائمة فزاوية  $\overline{ب\delta ح}$  المجاورة لها قائمة بالشكل الثالث عشر من الاولى فربعا  $\overline{ح\delta}$   $\overline{ب\delta}$  يساويان مربع  $\overline{ح\delta}$  بالشكل السابع والاربعة من الاولى فسطح  $\overline{ب\delta}$  في  $\overline{د\delta}$  مع مربع  $\overline{ح\delta}$  يساويان مربع  $\overline{ح\delta}$   $\overline{ب\delta}$  في  $\overline{د\delta}$  مع مربع  $\overline{ح\delta}$  في  $\overline{د\delta}$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين وبهذا الشكل يخرج حدود الصم تمت المقالة الثانية والحمد لله بلا نية

## المقالة الثالثة في معرفة كل

### الحدود

الدوائر المتساوية هي التي اقطارها وانصاف اقطارها متساوية كل خط مستقيم يلقي الدائرة ولا يقطعها وان اخرج في جهته فهو مماس لتلك الدائرة والدوائر المتماس هي المتلاقية الغير المتقاطعة بعدد الوتر من المركز هو العود الخارج من المركز الى الوتر الاوتار المتساوية الابعاد عن مركز الدائرة هي الاوتار التي تكون الاعمدة الخارجة من المركز اليها متساوية والاوتار التي هي ابعاد من المركز هي التي اعمدها اطول وزاوية القطعة زاوية يحيط بها الوتر وقوس ذلك الوتر ويقال للوتر قاعدة القطعة والزواية التي في القطعة هي التي يحيط بها خطان مستقيمان يخرجان من طرفي قاعدة القطعة وينتهيان الى نقطة ما على قوس تلك القطعة كل خطين مستقيمين يخرجان من نقطة ما على محيط دائرة وينتهيان الى طرفي قوس من محيطها فالزاوية التي يحيط بها ذلك الخطان يقال لها انها على تلك القوس وقطاع الدائرة شكل يحيط به خطان مستقيمان يخرجان من مركزها وقوس ينفر من ههما من محيط ذلك المركز والقطع المتشابهة هي التي تقبل زوايا متشابهة

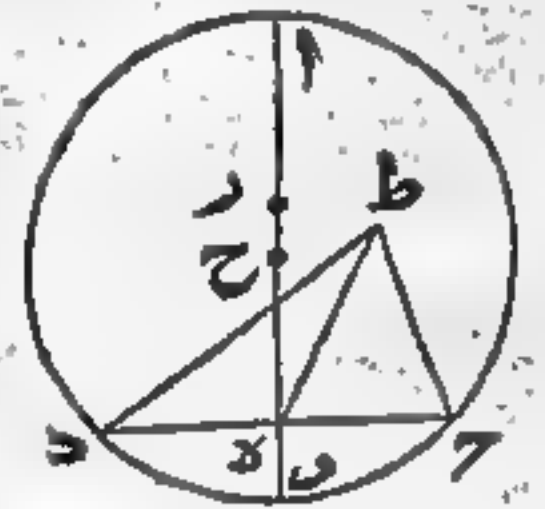


الاشكال

١

كل دائرة مفروضة لنا ان نجد مركزها

لتكن الدائرة المفروضة دائرة  $AB$  ونفرض على محيطها نقطتي  $C$  و  $D$  متباينتين ونصل بينهما بخط مستقيم وننصفه على نقطة  $E$  بالشكل العاشر من الاول ونخرج منها عمود  $AE$  على خط  $CD$  بالشكل الحادي عشر من الاول ونخرجه في جهته الى ان ينتهي الى المحيط فليكنه الى نقطتي  $A$  و  $B$  وننصف خط  $AB$  على نقطة  $H$  بالشكل العاشر من الاول فاقول انها مركز دائرة  $AB$  برهانه فان لم تكن هي المركز لكانت نقطة اخرى اما على خط  $AB$  او على سطح الدائرة فان كانت على خط  $AB$  وليكن بين نقطتي  $A$  و  $H$  مثلا وهي نقطة  $R$  فيكون  $R$  نصف  $AB$  وكان  $AC$  نصف  $AB$  فيكون  $AR$  يساوي  $AC$  فالجزء يساوي كله هذا خلف وان كانت على سطح الدائرة وليكن نقطة  $T$  فنصل بينها وبين كل واحد من نقطتي  $C$  و  $D$  بخط مستقيم فلان نقطة  $T$  مركز الدائرة  $AB$  يكون خط  $CT$  و  $DT$  متساويين وخط  $TE$  خط  $CD$  وخط  $TE$  مشترك بين مثلثي  $CTE$  و  $ETE$  فالزوايا المتناظرة منها متساوية بالشكل الثامن من الاول فزاوية  $CTE$  كزاوية  $ETE$  فزاوية  $CTE$  قائمة وكانت زاوية  $ATE$  قائمة فيكون جزء الشيء مساويا لكاه هذا خلف فالمرکز هو نقطة  $H$  وذلك ما اردنا ان نبين واستبان منه كل وتر نصف وتر اخر من دائرة وقام عليه على زوايا قائمة فانه يمر بالمركز



كل خط مستقيم واصل بين نقطتين على محيط اي دائرة كانت فانه واقع داخل تلك الدائرة

ليكن على محيط دائرة  $AB$  نقطتي  $C$  و  $D$  ووصل بينهما بخط  $CD$  المستقيم فاقول انه يقع داخل دائرة  $AB$  برهانه فلانه لو لم يقع خط  $CD$  داخلها لوقع خارجها او على محيطها اما الاول فاجد مركز الدائرة بالشكل المتقدم وليكن نقطة  $R$  ونرسم على خط  $CD$  نقطة  $E$  كيف ما اتفق ونصل بين المركز وكل واحدة من نقطتي  $C$  و  $D$  بخط مستقيم فخط  $RE$  لا بد ان يقطع المحيط فليقطعه على نقطة  $B$  فلان زاويتي  $RCB$  و  $DCB$  متساويتان بالشكل

بالشكل الخامس من الاول لتساوي سبقي  $RC$  و  $RD$  وزاوية  $RCB$  الخارجة من مثلث  $RCB$  اعظم من زاوية  $RCB$  بالشكل السادس عشر من الاول فيكون زاوية  $RCB$  التي هي اعظم من زاوية  $RCB$  المساوية لزاوية  $DCB$  اعظم من زاوية  $RCB$  فيكون  $RC$  المساوي لخط  $RB$  اعظم من ضلع  $RC$  بالشكل التاسع عشر من الاول فخط  $RB$  يكون اعظم من ضلع  $RC$  فيكون جزء الشيء اعظم من كله هذا خلف واما الثاني فيكون زاويتي  $RCB$  و  $DCB$  متساويتان بالشكل الخامس من الاول ويكون زاوية  $RCB$  كزاوية  $DCB$  فيكون  $RC$  مساوية لزاوية  $DCB$  فيكون  $RC$  الخارجة من مثلث  $RCB$  مساوية لزاوية  $RCB$  وهي اعظم منها بالشكل السادس عشر من الاول هذا خلف فالمرکز ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



واستبان منه انه لا شيء من الخطوط المستقيمة يمكن ان ينطبق على محيط دائرة وبالعكس

كل خط مستقيم خرج من مركز اي دائرة وانتهى الى اي وتر كان فيها فان كان عمودا على الوتر فهو ينصفه وان كان ينصفه فهو عمود عليه

ليكن خط  $CD$  و  $TE$  وتر في دائرة  $AB$  وخرج من نقطة  $R$  المركز لدائرة  $AB$  خط  $RE$  المستقيم وانتهى الى وتر  $CD$  على نقطة  $E$  فاقول ان كان  $RE$  عمودا على وتر  $CD$  فهو ينصف  $CD$  وان كان ينصفه فهو عمود عليه برهانه نصل بين كل واحدة من نقطتي  $C$  و  $D$  وبين المركز بخط مستقيم اما الاول فلان زاويتي  $RCB$  و  $DCB$  من مثلثي  $RCB$  و  $DCB$  متساويتان وكذلك زاويتي  $RCB$  و  $DCB$  بالشكل الخامس



من الاول وضلع  $RC$  مشترك بين المثلثين فبالشكل السادس والعشرين من الاول ضلع  $RE$  كضلع  $RE$  واما الثاني فلان الاضلاع المتناظرة من مثلثي  $RCB$  و  $DCB$  متساوية فزاوية  $RCB$  كزاوية  $DCB$  بالشكل الثامن من الاول فخط  $RE$  عمود على وتر  $CD$  وذلك ما اردنا ان نبين



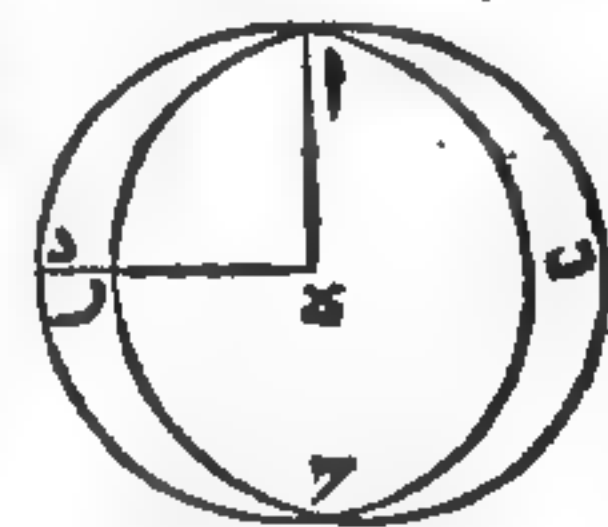
## كل وترين في اي دائرة قطع احدهما الاخر على غير المركز فلا يمكن ان يتناصفا

ليكن دائرة  $أ ب$  قد تقاطع فيها وتر  $د ه$  ر على نقطة  $ح$  غير المركز  
 فاقول لا يمكن ان يتناصفا برهانه فان امكن فليتناصفا  
 على نقطة  $ح$  ونجد مركزها بالشكل الاول وهو  
 نقطة  $ط$  ونصل  $ح ط$  بخط مستقيم فلان  $ط ح$  نصف  
 كل واحد من وترين  $د ه$  ر على نقطة  $ح$  يكون عمودا  
 عليها بالشكل المتقدم فيكون كل واحدة من زاويتي  
 $ط ح د$   $ط ح ه$  قائمة فيكون جزء الشيء يساوي كله هذا خلف بالحكم  
 ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



## كل دائرتين متقاطعتين في سطح واحد فلا يمكن ان يكون مركزاهما واحدا

ليكن دائرتا  $أ ب$   $أ د$  قد تقاطعتا على نقطتي  $آ$   $ح$  فاقول لا يمكن ان  
 يكون مركزاهما واحدا برهانه فان امكن فليكن  
 نقطة  $ه$  مركزاهما فنصل بينهما وبين كل واحدة  
 من نقطتي  $آ$   $ح$  بخط مستقيم فخط  $د ه$  يقطع قوس  
 $آ$  على نقطة وليكن نقطة  $ر$  فلان  $ه$  مركز دائرة  
 $أ ب$  يكون  $ه ر$  مساويا لخط  $آ ه$  ولان  $ه$  مركز دائرة  
 $أ د$  يكون  $د ه$  مساويا  $آ ه$  فيكون  $ه ر$  مساويا  
 لهذا خلف بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



## كل دائرتين متماستين لا يمكن ان يكون مركزاهما واحدا

ليكن دائرتا  $أ ب$   $أ د$  متماستين على نقطة  $آ$  فاقول  
 لا يمكن ان يكون مركزاهما واحدا في الوضع  
 برهانه فان كان التماس من خارج فهو ظاهرا لا  
 يمكن ان يكون مركزاهما واحدا واما اذا كان من  
 داخل



داخل فان امكن فليكن نقطة  $د$  ونصل بينها وبين كل واحدة من  
 نقطتي  $آ$   $ب$  بخط مستقيم فخط  $د ب$  يقطع محيط دائرة  $آ$  فليقطع على  
 نقطة  $ح$  فلان كل واحد من خطي  $د ب$   $د ح$  يساوي  $د آ$  فهما متساويان  
 فخط  $د ح$  يساوي  $د ب$  فالجزء يساوي كله هذا خلف بالحكم ثابت وذلك  
 ما اردنا ان نبين

اطول الخطوط المستقيمة المختلفة الاوضاع الخارجة  
 من اي نقطة مفروضة في اي دائرة غير مركزها  
 في الوضع المنتهية الى محيطها هو المار بالمركز  
 واقصرها الباقي منه والا قرب الى الاطول اطول من  
 الابدع واي خط يفرض من احد جنبي الخط الاطول  
 من الخطوط المستقيمة الخارجة من تلك النقطة  
 الى المحيط فانه لا يوجد ما يساويه من الخطوط  
 المستقيمة الخارجة منه الى المحيط في الجانب  
 الاخر من الخط الاطول الا خط واحد فقط او خطوط



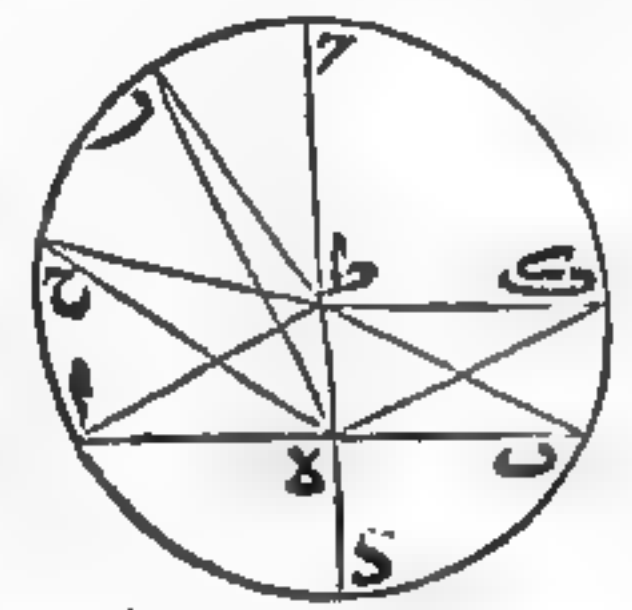
## مستقيمة متحدة الوضع

ليكن في دائرة  $أ ب$  نقطة  $ه$  غير مركزها في  
 الوضع ونجد مركزها بالشكل الاول وليكن  
 نقطة  $ط$  ونصل بينها وبين  $ه$  بخط مستقيم ونخرجه

في جهته على استقامته الى ان ينتهي الى المحيط ولينته الى نقطتي  $ح$   $د$   
 ونخرج من نقطة  $ه$  الى المحيط خطوط  $ه ر$   $ه آ$  المستقيمة ونصل بين  
 نقطة  $ط$  وبين كل واحدة من نقطتي  $ر$   $آ$  الكائنه على المحيط بخط  
 مستقيم فاقول ان اطول الخطوط الخارجة من نقطة  $ه$  الى المحيط خط  $ه ر$   
 واقصرها خط  $ه د$  و  $ه ر$  اطول من  $ه ح$  وهو من  $ه آ$  واي خط يفرض من  
 خطوط  $ه ر$   $ه ح$  في جهة  $آ$  من خط  $ه د$  الا خط واحد او خطوط



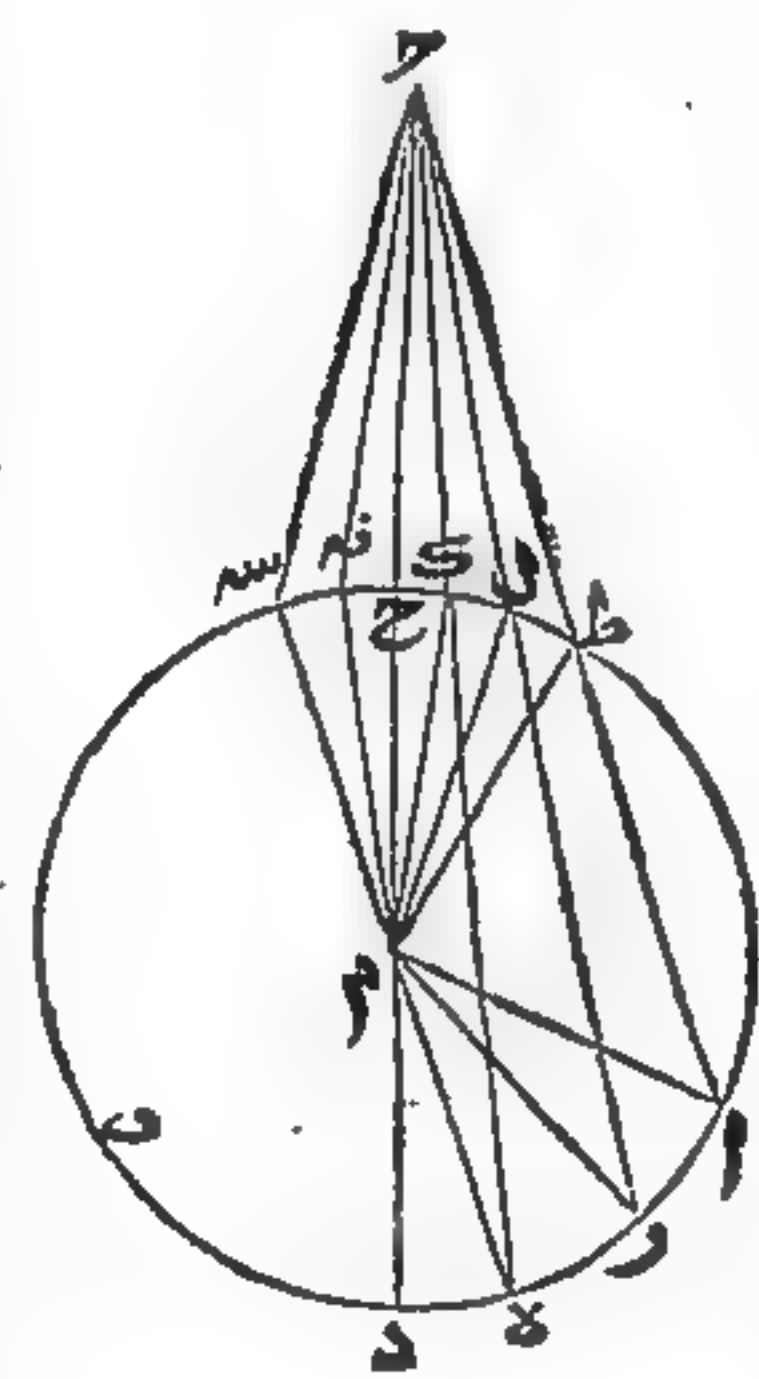
مستقيمة متحدة الوضع متساوية برهانه فلان ضلعي ط ر طه معا  
اعظم من ضلع د ر بالشكل العشرين من الاولي و ط ر يساوي ط ح  
ناخذ طه طه مشتركا بينهما فخط حه يساوي ضلعي  
ط ر طه معا وهما اعظم من د ر فخط حه اعظم من  
خط ره وبمثله تبين ان خط حه اعظم من كل  
واحد من خطي حه اه ولان ضلعي ط ر طه  
يساويان ضلعي ط ح طه وزاوية ر طه اعظم من  
زاوية ح طه فقاعدة ره اعظم من قاعدة حه  
بالشكل الرابع والعشرين من الاولي وبمثله تبين ان خط حه اعظم من  
خط اه ولان ضلعي طه اه معا اعظم من ضلع ط ا المساوي لخط ط د  
بالشكل العشرين من الاولي فاذا القينا طه المشترك بين ط د و خطي  
طه اه بقي طه اعظم من د ه وبمثله تبين ان كل واحد من خطي د ه ح  
اعظم من د ه فخط حه اعظم كثيرا من خط د ه واي خط مستقيم نخرج  
من نقطة ه الي المحيط ولنرسم علي نقطة ط من خط ه ط زاوية ه ط ب  
كزاوية ه ط ا بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونخرج خط ط ب  
علي استقامته الي جهة ب الي ان ينتهي الي المحيط علي نقطة ب ونصل  
بين نقطتي ب ه بخط مستقيم فضلعا ط ب طه يساويان ضلعي ط ا طه  
والزاوية التي بين الاولين يساوي الزاوية التي بين الآخرين فقاعدة  
ب ه كقاعدة اه بالشكل الرابع من الاولي ولا يمكن ان يكون خط  
اخر مستقيم ما يخرج من ه الي المحيط دايرة ا ب ح في جهة ب من خط  
ح د مساويا لخط اه ومباينا لخط ب ه في الوضع والا فليكن خط اه  
مساويا لخط اه ونصل ط ا بخط مستقيم فيكون اضلاع مثلثي طه ا  
ه ط ا المتناظرة فيكون زاوية طه ا كزاوية طه ا بالشكل الثامن من الاولي  
وكانت زاوية ب طه كزاوية طه ا بالشكل الثامن والثلاثين من الاولي  
فزاوية طه ا الكل يساوي زاوية ب طه الذي هو جزء هذا خلف  
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  
واستبان منه ان الاوتار الخارجة من نقطة علي محيط اي دايرة كانت فان  
اطولها المار بالمركز والا قرب الي الاطول من الابعد وكل وتر منها الكاين  
في احد جانبي الوتر الاطول لا يساويه في الجانب الاخر من الوتر  
الاطول الاوتر واحد او فوق واحد متحد الوضع



اطول جميع الخطوط المستقيمة المختلفة الازضاع  
الخارجة من كل نقطة خارجة من اي دايرة

القاطعة

القاطعة اياها هو المار بالمركز والا قرب اليه اطول  
من الابعد عنه واقصر جميع المنتهية اليها الغير  
القاطعة هو الذي علي مسامته المركز والا قرب  
اليه اقصر من الابعد عنه واي خط يفرض منها في  
احد جهتي المسامت للمركز لا يوجد لها هو مساو له  
من الخطوط المستقيمة الخارجة من النقطة  
الخارجة من الدائرة عن الجهة الاخرى من الخط  
المسامت اياه قاطعه كانت الخط او منتهية الاخط  
واحد فقط او خطوط متحدة الوضع

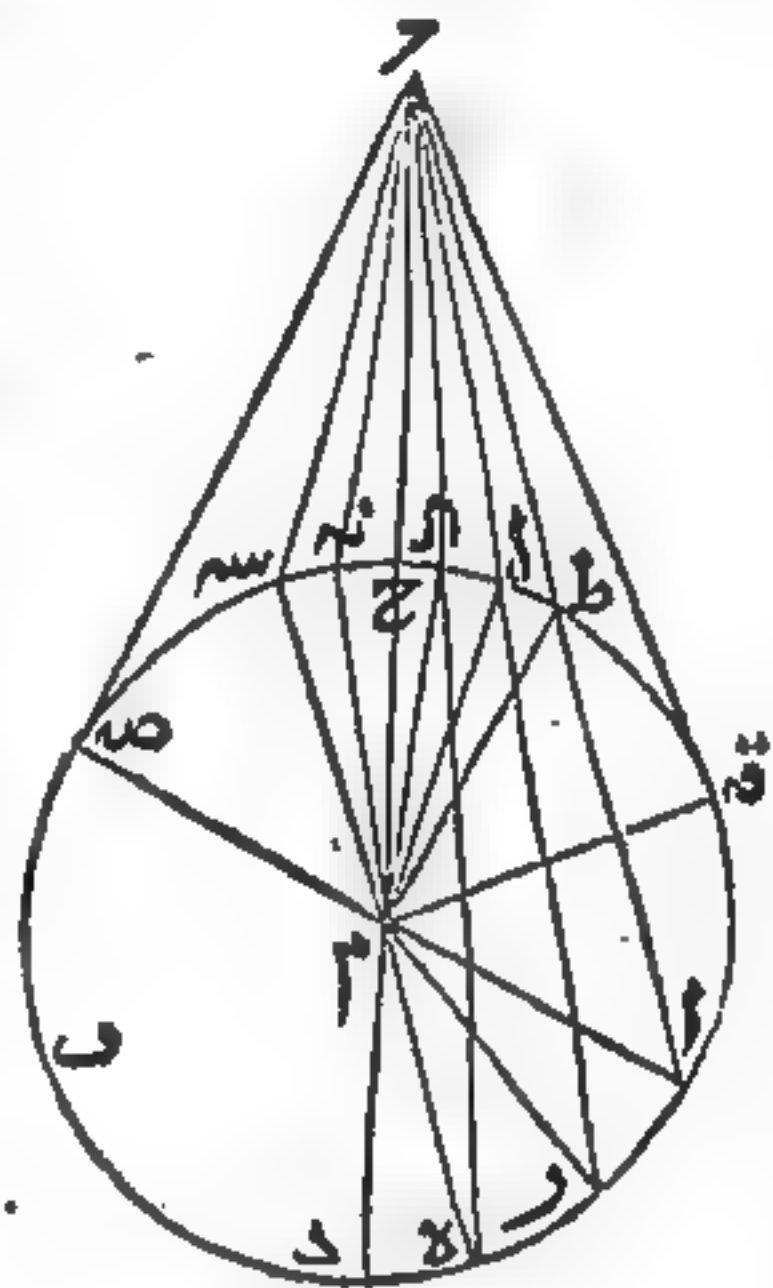


ليكن الدائرة ا ب والنقطة الخارجة عنها ح  
ونجد مركزها بالشكل الاول وليكن النقطة م  
ونصل بينهما وبين نقطة ح بخط مستقيم  
ونخرج علي استقامته في جهة م الي ان ينتهي  
الي المحيط فليكنه علي نقطة د وليقطع المحيط  
الادني علي نقطة ح ونخرج من نقط ح د  
ح ر ا المستقيمة في جهة الدائرة الي ان يقطع  
محيطها الادني علي نقط ا ل ط وينتهي الي  
المحيط الاقصي علي نقط ه ر ا وليكن  
الخطوط المستقيمة الخارجة من نقطة ح  
لمنتهية الي الدائرة غير قاطعة اياها خطوط

ح ر ا ل ح ط فاقول ان خط ح د اطول القاطعة و حه الاقرب منه  
اطول من ح ر وهو من ح ا وان خط ح ر اقصر من ح ا وهو من ح ل وهو  
من ح ط برهانه نصل بين المركز وبين كل واحدة من نقط ه ر ا بخط  
مستقيم فلان ح م ه اعني ح د معا اطول من حه بالشكل العشرين من  
الاولي فخط ح د اطول من خط حه وبمثله تبين ان خط ح د اطول من كل  
واحد من خطي ح ر ح ا ولان ضلعي ح م ه كضلعي ح م ر كل



لنظيره وزاوية حـم اعظم من زاوية حـم ر فقاعدته حـه اطول من قاعدة حـر  
بالشكل الرابع والعشرين من الاولي وبمثله تبين ان خط حـر اطول من خط  
حـا ونصل بين المركزين كل واحد من نقط  $\alpha$  لـ ط بخط مستقيم فلان  
ضلعي  $\alpha$  الم اطول من حـم بالشكل العشرين  
من الاولي و م ح يساوي م  $\alpha$  فحـر اقصر من  
حـا وبمثله تبين ان حـر اقصر من كل واحد من  
خطي حـل حـط ولان  $\alpha$  الم معا اقصر من  
حـل لـ م معا بالشكل الواحد والعشرين من  
الاولي و م  $\alpha$  يساوي م لـ فخط حـا اقصر من  
حـل وبمثله تبين ان خط حـل اقصر من حـط  
ونرسم على نقطة م من خط حـم زاوية حـم  
كزاوية حـم  $\alpha$  بالشكل الثالث والعشرين من  
الاولي ونخرج خط مـن في جهة نـه الي ان ينتهي  
الي المحيط على نقطة نـه ونصل حـنـه بخط



مستقيم فلان زاوية حـم نـه كزاوية حـم  $\alpha$  والاضلاع المحيطة بالزاويتين  
المتناظرة متساوية فقاعدة حـنـه كقاعدته  $\alpha$  بالشكل الرابع من الاولي  
ولا يمكن ان تخرج من نقطة حـر خط اخر مستقيم ينتهي الي محيط الدائرة  
ولا يقطعها في جهة نـه من خط حـر ويبين وضعه وضع حـنـه ويكون  
مساويا لخط حـا والا فبكن خط حـسـه كخط حـا ونصل مـسـه بخط  
مستقيم فلان اضلاع مـسـه كاضلاع مـلـث حـم  $\alpha$  المتناظرة  
بالشكل الثامن من الاولي فزاوية حـم سـه كزاوية حـم  $\alpha$  وكانت زاوية  
حـم  $\alpha$  كزاوية حـم نـه فزاوية حـم سـه كزاوية حـم نـه فالحـر يساوي كله هذا  
خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  
واستبان منه اذا خرج من نقطة حـر خط مماس دايـرة ا ب كخط حـمـه مثلا  
لنا ان نخذ خطا اخر مستقيما ينتهي الي الدائرة مساويا لخط حـمـه  
في الجهة الاخرى من خط حـر وذلك بان نصل بين نقطتي مـمـه بخط  
مستقيم فيحدث زاوية حـم سـه ونرسم على نقطة م من خط حـم زاوية  
مساوية لزاوية حـم سـه في الجهة الاخرى من خط حـد بالشكل الثالث  
والعشرين من الاولي وليكن في زاوية حـم مـه ولنخرج ضلع مـه الي ان  
ينتهي الي المحيط فليكنه الي نقطة قـه منه ونصل بينها وبين نقطة حـر بخط  
مستقيم فخط حـقـه يساوي خط حـمـه بالشكل الرابع من الاولي فاذا ركبنا  
نصف دايـرة د صـه حـه علي نصف دايـرة د قـه حـه فبنطبق قوس د صـه حـه علي  
قوس د قـه حـه لما بيننا في صدر المقالة الاولي فبنطبق نقطة صـه علي نقطة  
قـه والا لانطبق علي نقطة بين نقطتي قـه حـه او خارجة عنهما في جهة  
قـه فيكون حـمـه اما اقصر من حـقـه او اطول وكان مساويا له هذا خلف  
فبنطبق

فبنطبق نقطة صـه علي نقطة قـه وخط حـمـه علي حـقـه والا لا حاطا  
بسـطح مستويا خلف فاذا يخرج خط حـقـه في جهة قـه لا يقطع الدايـرة  
لان حـمـه المنطبق علي خط حـقـه اذا يخرج في تلك الجهة لا يقطعها لانه  
يماس الدايـرة فخط حـقـه يماس دايـرة ا ب ولا يمكن ان يماسها خط اخر  
مستقيم يخرج من نقطة حـر علي نقطة بين نقطتي صـه قـه او خارجا عنهما  
لانه لو وجد مماسا فاذا خرج مع احد خطي حـمـه حـقـه في جهة الدايـرة  
فلا بد وان يحيط بسـطح هذا خلف اذا الخط المماس للدايـرة لا يقطعها  
اولا يلقي الدايـرة وفرض انه مماسها هذا خلف فكل نقطة خارجة عن  
دايـرة فلا يمكن ان يماسها من الخطوط المستقيمة الخارجة منها الي الدايـرة  
الا خطان مستقيمان فقط احدهما من احد جانبي الخط المسامة  
لمركزها والاخر من الجانب الاخر منه

كل نقطة في اي دايـرة خرج منها الي محيطها  
خطوط مستقيمة متساوية فوق اثنين فان النقطة



مركزها  
ليكن الدايـرة ا ب والنقطة الكائنه فيها حـر والخطوط  
المستقيمة المتساوية الخارجة منها الي المحيط حـب حـد  
حـه فاقول ان نقطة حـر مركز دايـرة ا ب برهانه نصل  
بين نقطة د وبين كل واحد من نقطتي ب حـه بخط مستقيم وننصف  
بـد علي نقطة ر و دـه علي نقطة حـه بالشكل العاشر من الاولي ونصل بين  
نقطة حـر وبين كل واحد من نقطتي ر حـه بخط مستقيم فلان اضلاع  
مثلي ب حـر د حـر د حـر المتناظرة متساوية فبالشكل الثامن من الاولي زاوية  
ب حـر د حـر كزاوية د حـر حـه وبمثله تبين ان زاوية د حـر حـه كزاوية د حـر حـه  
مثلي د حـر حـه حـر فخط حـر عمود علي خط بـد وخط حـر عمود علي خط  
دـه فنخرج من خطي حـر في جهتيه الي ان ينتهي الي المحيط فليكنه خط  
حـر الي نقطتي ا طـه وخط حـر الي نقطتي ا لـ فباستبانة الشكل الاولي  
كل من خطي ا طـه ا لـ بالمركز فنقطة حـر الفصل المشترك بينهما مركز  
لدايـرة ا ب وذلك ما اردنا ان نبين  
واورد ثابت بن قـره برهانا اخر لهذا الشكل في كتابه وحكي انه وجده  
في بعض النسخ اليونانية تركت ذكره لان برهان الكتاب البسط  
والبراهين علي اشكال الكتاب كثيره استنبطها المتقدمون والمتأخرون  
والاليف بالايراد من البراهين في كتاب الاصول ليس الا ما هو لا بسط



لا يمكن ان تقطع دائرة اخرى على اكثر من نقطتين  
سواء كانتا في سطح واحد او في سطحين متقاطعين

والا فليقطع دائرة  $AB$  دائرة  $CD$  على نقطتي  $E$  و  $F$  فاقول ان هذا غير  
ممكّن برهانه نصل بين نقطة  $C$  وبين كل واحدة من نقطتي  $E$  و  $F$  بخط  
مستقيم وننصف  $EF$  على نقطة  $G$  و  $H$  على  
نقطة  $L$  بالشكل العاشر من الاولي ونخرج من  
نقطة  $L$  على  $EF$  عمودا  $LM$  ومن نقطة  $L$  على خط  
ر  $CH$  عمودا  $LN$  بالشكل الحادي عشر من الاولي



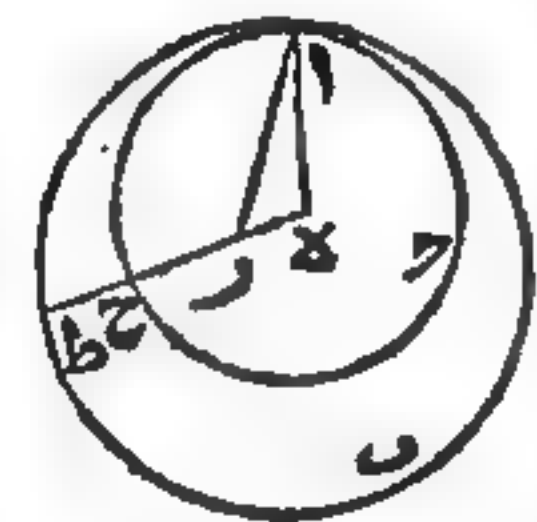
ونخرج كل منهما في جهته الى ان ينتهي الى المحيط  
فليبتدئ  $LM$  الى محيط دائرة  $CD$  على نقطتي  $C$  و  $D$  والى محيط دائرة  $AB$   
على نقطة  $S$  من قوس  $CD$  و  $LM$  الى محيط دائرة  $AB$  على نقطتي  $A$  و  $B$  والى  
محيط دائرة  $CD$  على نقطة  $M$  من قوس  $EF$  فلانا اذا وصلنا بين نقطتي  
ال  $LM$  بخط مستقيم كانت كل واحدة من زاويتي  $LMC$  و  $LMN$  اقل من قائمة  
لان كلا من زاويتي  $LMC$  و  $LMN$  قائمة فمجموعهما اقل من قائمتين خطا  
لان  $LM$  يتلاقحان فليبتدئ  $LM$  على نقطة  $N$  فلان  $LM$  وتر لكل واحد من  
قوسي  $CD$  و  $EF$  فبما استبانة الشكل الاولي خط  $CD$  يمر بكل واحد من  
مركزي دائرتي  $AB$  و  $CD$  ويمثله تبيين ان خط  $AB$  يمر بكل واحد من مركزي  
دائرتي  $AB$  و  $CD$  فالفصل المشترك بين خطي  $AB$  و  $CD$  الذي هو نقطة  $N$   
مركز لكل واحد من دائرتي  $AB$  و  $CD$  فيكون للدائرتين المتقاطعتين  
مركز واحد هذا غير ممكن بالشكل الخامس واما اذا كانت في السطحين  
المتقاطعين وذلك ظاهر انها لا يتقاطعان الا على نقطتين فالحكم ثابت

وذلك ما اردنا ان نبين  
وقد اوردنا ثابت بن قرة برهانا اخر لهذا الشكل تركناه كما ذكرناه  
في اخر الشكل المتقدم

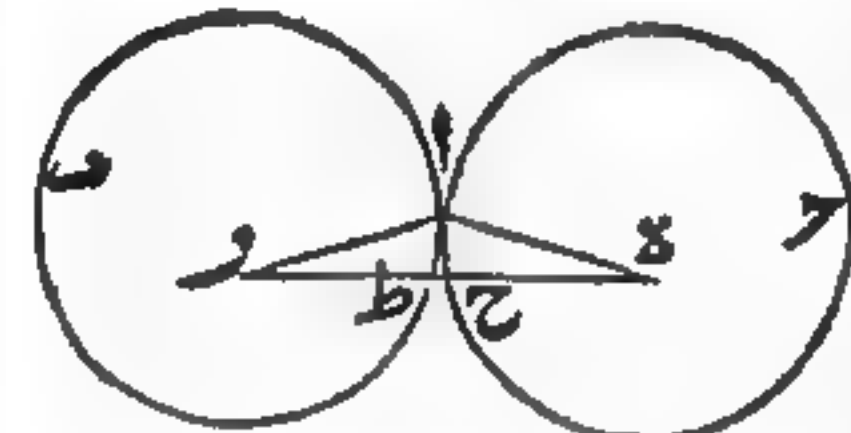
كل دائرتين متماستين احاطت احدهما  
بالاخرى او لم يحيط فان الخط المستقيم المار بمركزيهما  
يمر بنقطة التماس

ليكن دائرة  $AB$  مماس دائرة  $CD$  على نقطة  $A$  ومركز دائرة  $AB$  و  $M$  مركز  
دائرة

دائرة  $AC$  وليكن دائرة  $AB$  هي المحيط فاقول ان الخط المستقيم الواصل  
بين نقطتي  $E$  و  $F$  يمر بنقطة  $A$  برهانه اما الاول فلانه  
لو لم يمر بنقطة  $A$  لقطع خط  $EF$  بعد اخراجه في جهة  
ر محيط دائرة  $AC$  على نقطة  $G$  ومحيط  $AB$  على نقطة  
ط ونصل بين نقطة  $A$  وبين كل واحدة من نقطتي  $E$  و  $F$   
بخط مستقيم فلان خطي  $AE$  و  $AF$  المساويين لخط  $AG$  يكون



ار  $AC$  متساويين اعظم من  $AE$  بالشكل العشرين من الاولي و  $EF$   
يساوي  $AG$  فخط  $AG$  المساوي لخطي  $AE$  و  $AF$   
اعظم من خط  $AG$  فالجزء اعظم من كله هذا  
خلف واما برهان الثاني فلان  $AE$  و  $AF$  معا  
اعظم من  $EF$  بالشكل العشرين من الاولي

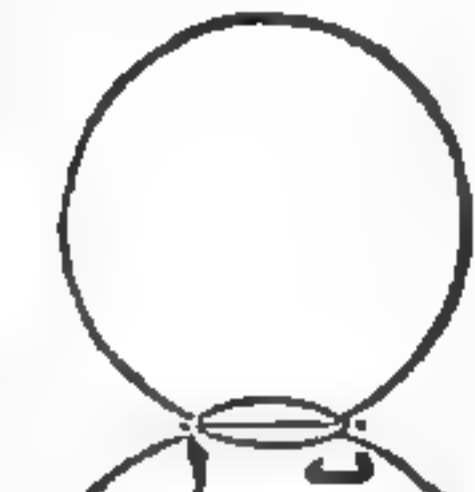


وخط  $AE$  يساوي  $AF$  وخط  $AE$  يساوي  $AG$  فخط  $AG$  و  $AF$  معا اعظم من  
خط  $EF$  فالجزء اعظم من كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان  
نبين

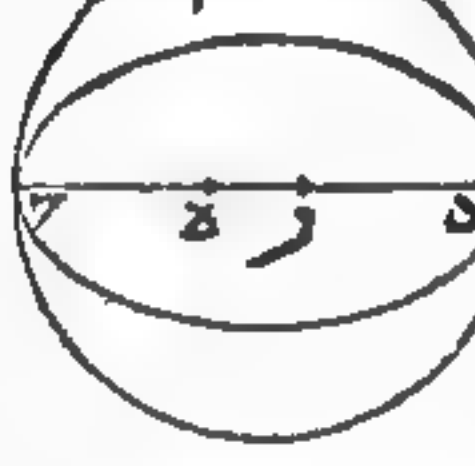
يب

كل دائرتين وقع بينهما تماس من داخل او من  
خارج فانه لا يكون على نقطة واحدة فقط

ليكن دائرة  $AB$  تماس دائرة  $CD$  فاقول ان تماسهما على نقطة واحدة فقط  
برهانه فان امكن على اكثر منها فليكن على نقطتي  $E$  و  $F$  من داخل او على  
نقطتي  $A$  و  $B$  من خارج اما الاول فلان دائرتي  $AB$  و  $CD$



مماستان يكون مركزاهما مختلفي الوضع بالشكل  
السادس فنجدهما بالشكل الاول وليكونا نقطتي  $E$  و  $F$   
ونصل بينهما بخط  $EF$  المستقيم ونخرجه في جهته على  
استقامته فيمر على نقطتي  $E$  و  $F$  اعني موضع تماسهما بالشكل  
المتقدم فلان  $E$  مركز دائرة  $AB$  ف  $EF$  مثل  $ED$  ف  $ED$   
اطول من  $ED$  لان  $ED$  اطول منه ولان  $E$  مركز دائرة  $CD$   
ف  $ED$  مثل  $ED$  وكان  $ED$  اطول من  $ED$  فهو اطول من  $ED$



فجزء الشيء اعظم من كله هذا خلف واما الثاني فلان كلا من نقطتي  $A$  و  $B$   
على كل واحد من محيطي دائرتي  $AB$  و  $CD$  فالخط المستقيم الواصل بينهما  
يكون وترا في كل واحدة منهما بالشكل الثاني وكل وتر يكون في احداهما  
فهو خارج عن الاخرى فيكون خط  $AB$  داخلا في كل واحدة من دائرتي  
 $AB$  و  $CD$  وخارجا عنهما هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ح



جميع الاوتار الواقعة في الدائرة الواحدة ان كانت متساوية كانت ابعادها عن مركزها وبالعكس

ليكن في دائرة  $AB$  وتواحد  $د$   $ر$  فنجد مركزها بالشكل الاول وليكن  $ح$  ونخرج منه علي وتري  $د$   $د$   $ر$  عمودي  $ح$   $ط$   $ح$  بالشكل الثاني عشر من الاولي فاقول ان كان  $د$   $د$  مساويا لهر فعمود  $ح$   $ط$  كعمود  $ح$   $ا$  وبالعكس برهانه اما الاول نصل بين  $ح$  وكل واحدة من نقط  $د$   $د$   $ر$  بخط مستقيم فلان اضلاع مثلثي  $د$   $ح$   $ط$  المتناظرة متساوية فبالشكل الثامن من الاولي زاوية  $ط$   $ح$   $ا$  كزاوية  $ا$   $د$   $ح$  ولان  $ح$   $ط$  نصف



وتر  $\text{د د}$  و  $\text{ه ه}$  نصف وتر  $\text{ه ر}$  بالشكل الثالث ووتر  $\text{د ه}$  متساويان فضلا  $\text{ح ط}$   $\text{ح ح}$  وزاوية  $\text{ط ح ح}$  من مثلث  $\text{ح ح ط}$  يساوي ضلعي  $\text{ه ه}$   $\text{ح ح}$  وزاوية  $\text{ه ح ح}$  من مثلث  $\text{ه ه ح}$  فقاعدة  $\text{ط ح}$  كقاعدة  $\text{ح ح}$  بالشكل الرابع من الاول واما الثاني وهويين ان عمودي  $\text{ح ط}$   $\text{ح ه}$  ان كانا متساويين كان وتر  $\text{د د}$  كوتر  $\text{ه ر}$  فلان كلا من زاويتي  $\text{ح ط ح}$   $\text{ه ح ح}$  قائمة فربيع  $\text{ح ح}$  يساوي مربعي  $\text{ح ط}$   $\text{ح ه}$  وكذلك مربع  $\text{ه ح}$  المساوي لمربع  $\text{ح ح}$  يساوي مربعي  $\text{ه ه}$   $\text{ح ح}$  بالشكل السابع والاربعين من الاول فاذا استقطنا من مربع  $\text{ح ح}$  مربع  $\text{ط ح}$  ومن مربع  $\text{ه ح}$  مربع  $\text{ه ط}$  يكون الباقي من مربع  $\text{ح ح}$  هو مربع  $\text{ح ط}$  ومن مربع  $\text{ه ح}$  مربع  $\text{ه ط}$  فربيع  $\text{ح ط}$  يساوي مربع  $\text{ه ط}$  فربيع  $\text{ح ط}$  يساوي  $\text{ه ه}$   $\text{ه ر}$  ضعفاهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبين  $\text{ه ر}$  واستبان منه ان كل وتر في دائرة فان بعد اصغرهما عن مركزها اعظم من بعد اعظمهما

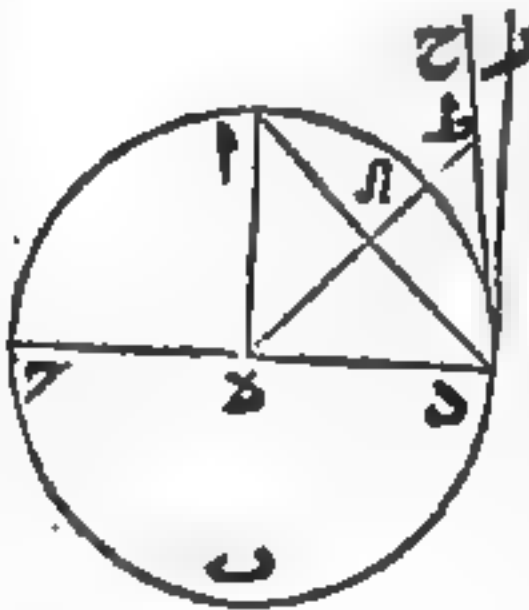
قطر كل دائرة أطول الأوتار الواقعة فيها قطرها  
والأقرب إليه أطول من الأبعد منه

لبيكن خط  $\overline{ج د}$  قطر دائرة  $\overline{أ ب}$  وتتر  $\overline{ه ر}$  اقرب اليه  
 من وتر  $\overline{ح ط}$  فاقول ان قطر  $\overline{ج د}$  اطول منهما وان  $\overline{ه ر}$   
 اطول من  $\overline{ح ط}$  برهانه ن نصف  $\overline{ج د}$  علي نقطة  $\overline{ا}$   
 بالشكل العاشر من الاولي وفي المركز ونخرج منها  
 عمودي  $\overline{ا ل}$  الم علي وتر  $\overline{ه ر}$   $\overline{ح ط}$  بالشكل الثاني عشر  
 من الاولي ولان وتر  $\overline{ه ر}$  اقرب الي المركز من وتر  $\overline{ح ط}$  يكون عمود  $\overline{ا ل}$  اطول  
 من عمود  $\overline{ا ل}$  باستبانة الشكل المتقدم فنفصل من عمود  $\overline{ا ل}$  انه مثل عمود  
 $\overline{ا ل}$  بالشكل

الـ بالشكل الثالث من الاولى وتخرج من نقطة  $\overline{ن}$  وتر  $\overline{س ع}$  يوازي قطر  
 $\overline{ح د}$  في جهته على الاستقامة الى ان ينتهي الى المحيط بالشكل الواحد  
والثلاثين من الاولى فوتر  $\overline{س ع}$   $\overline{ه ر}$  متساويان بالشكل المتقدم ونصل  
بين نقطة  $\overline{ا}$  وكل من نقط  $\overline{س ح ع ط}$  بخط مستقيم فلان ضلعي  $\overline{ا س ه ا ع}$   
معاً عني  $\overline{ح د}$  اعظم من  $\overline{س ع}$  بالشكل العشرين من الاولى فقطر  $\overline{ح د}$  اطول  
من كل واحد من وترى  $\overline{س ع ه ر}$  ولان ضلعي  $\overline{ا س ا ع}$  يساويان ضلعي  
 $\overline{ا ح ا ط}$  وزاوية  $\overline{س ا ع}$  اعظم من زاوية  $\overline{ح ا ط}$  قوس  $\overline{س ع}$  المساوي لهر  
اطول من وتر  $\overline{ح ط}$  بالشكل الرابع والعشرين من الاولى فالحكم ثابت  
وذلك ما اردنا ان نبين

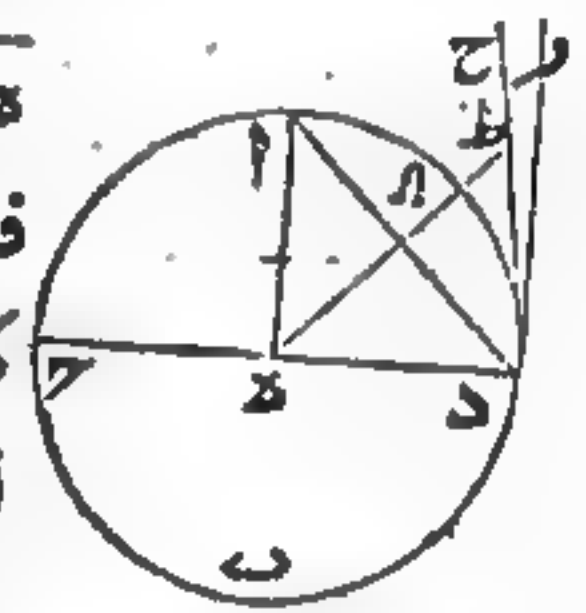
كل خط مستقيم خرج من طرف اي قطر دائرة  
عمودا عليه فانه يقع خارج الدائرة ولا يقع بينه  
وبين محيطها خط اخر مستقيم وكل زاوية حادة  
مستقيمة الخطين فهي اصغر من زاوية نصف الدائرة  
واعظم من الزاوية التي يحيط بها العمود والمحيط \*

ليكن دائرة  $AB$  قطرها  $CD$  وقد خرج من نقطة  $D$  أعني طرفه عمود  $DE$   
 فأقول أنه يقع خارج دائرة  $AB$  ولا يقع بينه وبين محيط  $AD$  خط آخر  
 مستقيم وكل زاوية حادة مستقيمة الخطين فهي أصغر من زاوية  $ADC$   
 التي هي زاوية قطعة  $AD$  وأعظم من الزاوية التي يحيط





تكون زاوية ح د ح التي هي الحادة قائمة هذا خلف ولا على خط د ح بعد  
اخرجه على استقامته في جهة د لان الزاوية المجاورة لزاوية ح د ح  
الحادة منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فبلمزم ان يكون زاويتا  
مثلث اعظم من قائمتين وهما اصغر منهما بما يبين في الشكل السابع عشر  
من الاولي فبقع عمود ه ط على خط د ح في جهة ح ولتقطع المحيط على  
نقطة آ فزاوية د ه ط حادة لانها اصغر من زاوية د ح القائمة فبالشكل  
الثامن عشر من الاولي يكون ضلع د ه اعني ه آ اعظم من  
ه ط فبكون جزئي الشيء اعظم من كله هذا خلف وايضا  
فان زاوية آ د ه اعني زاوية القطعة لو لم يكن اعظم من  
كل زاوية حادة مستقيمة الخطين لكانت اما مساوية  
لها او اصغر منها فان كان الاول ينطبق خط مستقيم  
على قوس د آ وهو محال باستبانة الشكل الثاني وان كان  
الثاني فبقع بين عمود د ر ومحيط آ د خط مستقيم لان الزاوية الحادة  
المستقيمة الخطين قد فرضت انها اعظم من زاوية آ د ح اعني زاوية  
القطعة وهي اصغر من زاوية د ر القائمة هذا خلف وايضا فان زاوية  
آ د ر اصغر من اي زاوية حادة مستقيمة الخطين والا لكانت مساوية لها  
فبصح انطباق الخط المستقيم على محيط آ د على تقدير التساوي وقد  
بيننا استحالة او يقع بين عمود د ر ومحيط آ د خط مستقيم على تقدير  
ان يكون اعظم وقد تبين استحالة ايضا بالحكم ثابت وذلك ما اردنا



ان نـ  
واستبان منه ان كل خط مستقيم خرج من طرف قطري دائرة عمودا عليه  
فانه يماس الدائرة وان لنا ان نرسم على نقط غير متناهية تغرض على  
خط ه ح قبل اخرجه او بعد اخرجه في جهته ح دواير غير متناهية  
نصف قطر كل منها بقدرها يقع من خط د ح وما يتصل به بين النقطة  
التي نرسم عليها الدواير وبين نقطة د ويكون عمود د ر عمودا على قطر كل  
دائرة منها ومحيط كل دائرة منها يقع بين عمود د ر ومحيط دائرة آ د  
وان نرسم على نقط غير متناهية تغرض على خط د ه دواير غير متناهية  
قطر كل منها بقدرها يقع من خط د ه بين النقطة التي نرسم عليه  
الدائرة وبين نقطة د ويكون عمود د ر عمودا على قطر كل دائرة منها  
ومحيط دائرة آ د يقع بين عمود د ر وبين كل واحد من محيط تلك الدواير

كل نقطة ودائرة هما في سطح واحد والنقطة  
خارجة عن الدائرة فان لنا ان نخرج منها خطا  
مستقيما

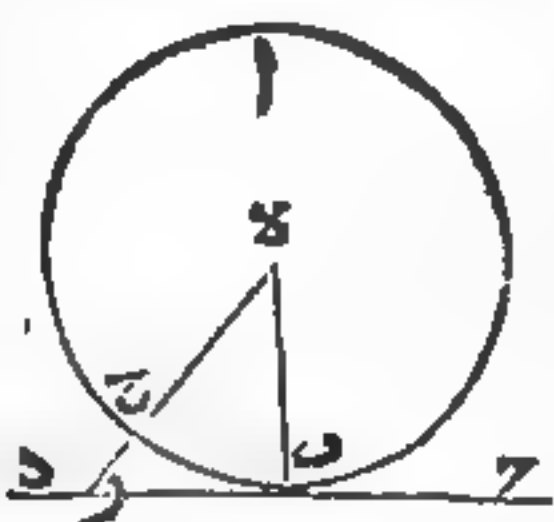
### مستقيما يماس تلك الدائرة



ليكن النقطة آ والدائرة ح ومركزها د فنصل  
بين نقطتي آ د بخط مستقيم فبتقطع محيطها على  
نقطة ر ونرسم على نقطة د وببعد آ د دائرة آ ح  
ونخرج من نقطة ر طرف قطر د ر عمودا على ح عليه  
بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرج العمود على استقامته الى ان ينتهي  
الى محيط آ ح ولينته على نقطة ح ونصل بين نقطتي د ح بخط مستقيم  
فبتقطع محيط ب ح على نقطة ط ونصل بين نقطتي آ ط بخط مستقيم  
فاقول ان خط آ ط يماس دائرة ح برهانه فلان ضلعي د آ د من مثلث  
آ د ط يساويان ضلعي د ح د من مثلث د ح ر كل لنظيرة وزاوية د  
مشتركة بين كل واحد من الضلعين فبالشكل الرابع من الاولي زاوية  
آ د ط تساوي زاوية ح د ر القائمة فزاوية آ د ح قائمة فخط آ ط عمودا على  
قطر ط د فهو يماس دائرة ب ح باستبانة الشكل المتقدم بالحكم ثابت  
وذلك ما اردنا ان نـ  
واستبان منه ان كل زاوية يحيط بها الخط المستقيم المماس للدائرة  
الخارج من نقطة خارجة عنها ونصف قطرها الواصل بين مركزها  
ونقطة التماس قائـ

ير

كل خط مستقيم واصل بين مركزي دائرة  
يماسها خط مستقيم وبين نقطة التماس فهو عمود



علي الخط المماس  
ليكن الدائرة آ ب ومركزها نقطة ه وخط د ح  
المستقيم يماسها على نقطة ب ووصل بين نقطتي ب ه  
بخط مستقيم فاقول ان خط ب ه عمودا على خط د ح  
برهانه فان لم يكن ب ه عمودا على د ح فليكن العمود عليه خط ه ر وليكن  
قد قطع محيط دائرة آ ب على نقطة ح فلان زاوية ه ر ب قائمة فزاوية ه ب ر  
حادة بالشكل السابع عشر من الاولي فضلع ب ه المساوي لخط ه ح اطول  
من ه ر بالشكل التاسع عشر من الاولي فخط ه ح اعظم من ه ر فالجزء اعظم  
من كله هذا خلف بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نـ

ج



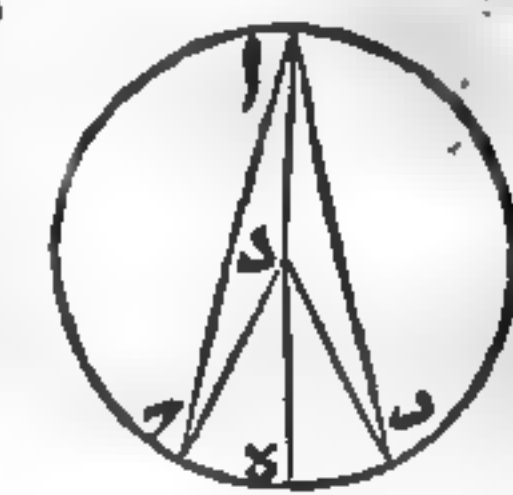
كل خط مستقيم يماس دائرة وخرج من نقطة التماس خط مستقيم عمودا على الخط المماس فهو مركز الدائرة ان اخرج فيها



ليكن خط  $\overline{AB}$  المستقيم يماس دائرة  $\overline{AB}$  على نقطته  $\overline{B}$  وخرج من نقطة  $\overline{B}$  خط  $\overline{AB}$  المستقيم عمودا على خط  $\overline{AB}$  في جهة الدائرة فاقول انه يمر بمركز دائرة  $\overline{AB}$  برهانه فلانه ان لم يمر بمركز الدائرة لم يكن نقطة اخرى وليكن مركز دائرة  $\overline{AB}$  نقطة  $\overline{O}$  فنصل بينها وبين نقطة  $\overline{B}$  بخط مستقيم فهو عمود على خط  $\overline{AB}$  بالشكل المتقدم فتكون زاوية  $\overline{OBA}$  مساوية لزاوية  $\overline{OAB}$  فجزء الشيء يساوي كله هذا خلف بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

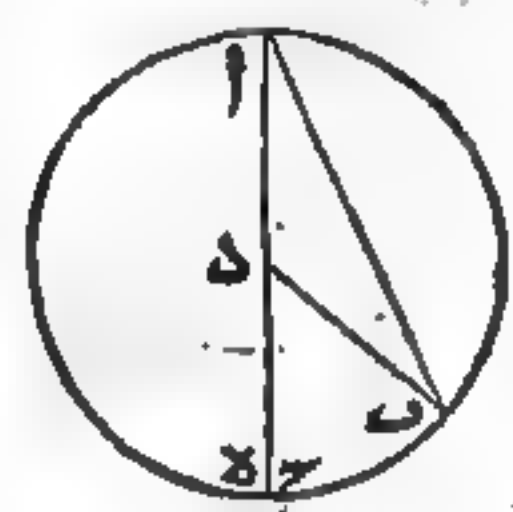
كل زاوية على مركز دائرة فهو ضعف الزاوية التي على محيطها ان كانتا على قوس واحدة من محيطها

ليكن زاوية  $\overline{BAC}$  على مركز دائرة  $\overline{AB}$  وزاوية  $\overline{BAC}$  على محيطها فاقول ان الزاوية المركزية ضعف المحيطية برهانه نصل بين  $\overline{A}$  و  $\overline{C}$  بخط مستقيم ونخرجه على استقامته في جهة  $\overline{D}$  الى ان ينتهي الى المحيط على نقطة  $\overline{E}$  فلان اضلاع  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$  متساوية فكل من زاويتي  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$  متساويتان بالشكل الخامس من الاول في زاويتي  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$  ضعف زاوية  $\overline{BAC}$  ولان زاوية  $\overline{BAC}$  تساوي زاويتي  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$  بالتساوي من الاول والثاني والثالثين من الاول في زاوية  $\overline{BAC}$  ضعف زاوية  $\overline{BAC}$  وذلك ما اردنا ان نبين



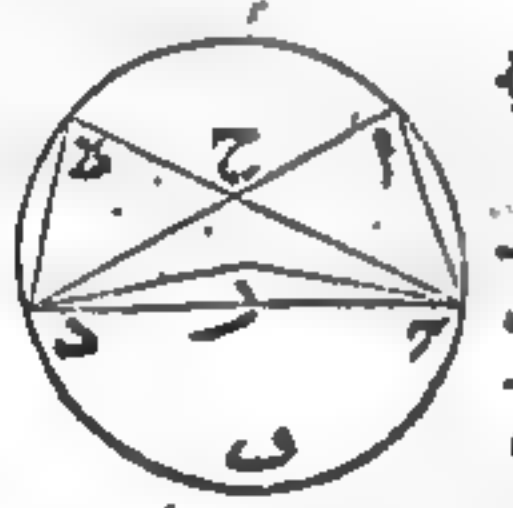
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان خط  $\overline{AE}$  يمكن ان يقع بين خطي  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$  ويمكن ان ينطبق على احدها ويمكن ان يقع خارجا عنهما اما الاول فقد بيناه واما الثاني فلان ضلعي  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$  متساويان يكون زاويتا  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$  متساويتين فهما ضعف زاوية  $\overline{BAC}$  فزاوية  $\overline{BAC}$  من مثلث  $\overline{ABC}$  تساوي زاويتي  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$  بالشكل الثاني والثالثين من الاول في ضعف زاوية  $\overline{BAC}$  واما الثالث فلان ضلعي  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$  متساويان يكون زاويتي  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$  متساويتين فهما ضعف زاوية  $\overline{BAC}$

وزاوية  $\overline{BAC}$  الخارجة تساوي زاويتي  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$  بالشكل الثاني والثالثين من الاول في ضعف زاوية  $\overline{BAC}$  وايضا فلان ضلعي  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$  متساويان تكون زاويتي  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$  متساويتين وهما ضعف زاوية  $\overline{BAC}$  فزاوية  $\overline{BAC}$  الخارجة تساوي زاويتي  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$  بالشكل الثاني والثالثين من الاول في ضعف زاوية  $\overline{BAC}$



وكانت زاوية  $\overline{BAC}$  تساوي ضعف زاوية  $\overline{BAC}$  فاذا استقطنا من زاوية  $\overline{BAC}$  زاوية  $\overline{BAC}$  ومن زاوية  $\overline{BAC}$  زاوية  $\overline{BAC}$  فزاوية  $\overline{BAC}$  ضعف زاوية  $\overline{BAC}$  وهذه صورة

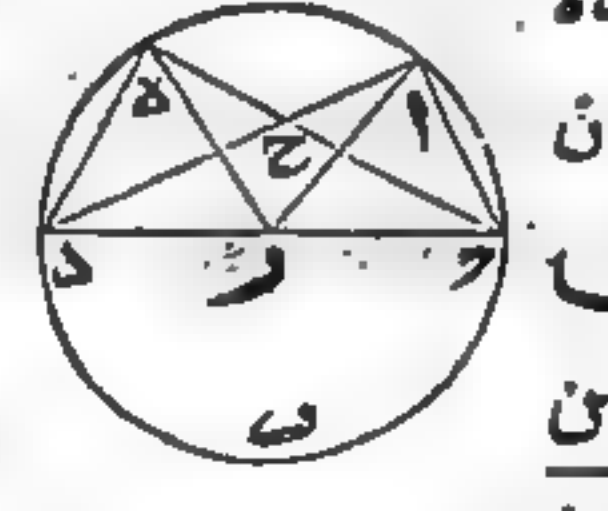
جميع الزوايا الواقعة في قطعة واحدة من دائرة واحدة



متساوية

ليكن في قطعة  $\overline{AB}$  من دائرة  $\overline{AB}$  زاويتي  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$  فاقول انهما متساويتان برهانه نجد مركز دائرة  $\overline{AB}$  بالشكل الاول وليكن  $\overline{O}$  ونصل  $\overline{OB}$  و  $\overline{OC}$  بخطين مستقيمين فزاوية  $\overline{BOC}$  ضعف كل واحدة من زاويتي  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$  بالشكل المتقدم فهما متساويتان

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان قطعة  $\overline{AB}$  يمكن ان تكون اكثر من نصف دائرة ويمكن ان تكون اقل منه ويمكن ان تكون نصف دائرة اما الاول فقد بيناه واما الثاني فلا بد وان يقع التقاطع بين ضلعي  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$  في زاويتي  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$  ويقع بين ضلعي  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$  على نقطة  $\overline{H}$  ونصل بين كل واحدة من نقطتي  $\overline{A}$  و  $\overline{B}$  والمركز بخط مستقيم فيكون زاوية  $\overline{BOC}$  ضعف كل واحدة من زاويتي  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$



بالشكل المتقدم فهما متساويتان وزاويتي  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$  المتقابلتان متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاول فيصير زاويتي  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$  متساويتين بالشكل الثاني والثالثين من الاول اذ بين فيه ان جميع زوايا

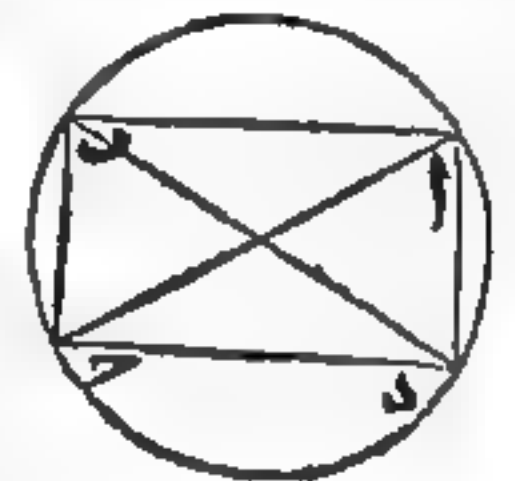
اي مثلث كقائمتين واما الثالث فبين بمثل ما بيناه وهذه صورتها

كل ذي اربعة اضلاع يقع في دائرة فان كل



## متقابلتين من زواياه معادلتان لقيمتين

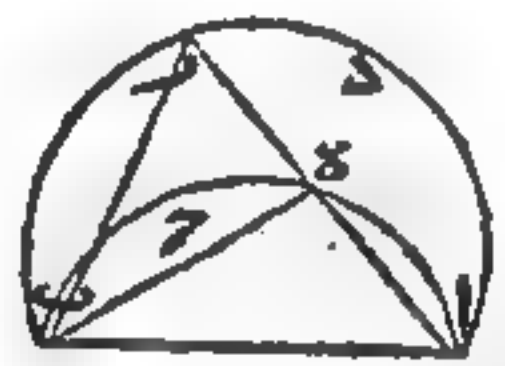
ليكن في دائرة  $أ ب ح$  ذوا ربعة اضلاع  $أ ب ح د$  فاقول ان كل واحدة من زوايتي  $أ ب ح$  و  $أ د ح$  ومن زوايتي  $د أ ب$  و  $د ح ب$  معادلتان لقيمتين برهانه نصل  $أ ح$  ب  $د$  بخطين مستقيمين فبالشكل المتقدم زوايتنا  $د أ ب$  و  $د ح ب$  متساويتان وكذلك زوايتنا  $د ح أ$  و  $د ب أ$  فزاوية  $أ ب ح$  تساوي مجموع زوايتي  $د أ ب$  و  $د ح أ$  وزاوية  $أ د ح$  مع زوايتي  $د ح ب$  و  $د ب أ$  معادلتان لقيمتين بالشكل الثاني والثالثين من الاول فزوايتنا  $أ ب ح$  و  $أ د ح$  معادلتان لقيمتين وبمثلته تبين ان زوايتي  $د أ ب$  و  $د ح ب$  معادلتان لقيمتين وذلك ما اردنا ان نبين



لا يمكن ان يقوم على خط واحد قطعتان متشابهتان في جهة واحدة من ذلك الخط ويكون احدهما

## اعظم من الاخر

ليكن قطعتنا  $أ ب$  و  $أ د ب$  قائمتا على خط  $أ ب$  المستقيم من جهة واحدة منه وهما متشابهتان فاقول لا يمكن ان يكون احديهما اعظم من الاخر برهانه فان امكن فلتكن الاعظم قطعة  $أ د$  فنرسم على قوس  $أ ب$  نقطة  $هـ$  ونصل بينها وبين نقطة  $أ$  بخط مستقيم ونخرجه في جهة  $هـ$  على استقامته الى ان ينتهي الى قوس  $أ ب$  بنقطة  $و$  ونصل بين نقطة  $ب$  وكل واحدة من نقطتي  $هـ$  و  $و$  بخط مستقيم فيكون زاوية  $أ ب هـ$  الخارجة من مثلث  $هـ ب و$  زاوية  $هـ ب و$  الداخلة المقابلة لها وهي اعظم منها بالشكل السادس عشر من الاول هذا خلف بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين وبمثلته تبين لو كانت القطع اكبر من تقعر



جميع القطع المتشابهة الكائنه على خطوط مستقيمة

## متساوية متساوية

ليكن قطعتنا  $أ ب$  و  $أ د ب$  كائنتين على خطي  $أ ب$  و  $أ د ب$  المستقيمين المتساويين فاقول انها متساويتان

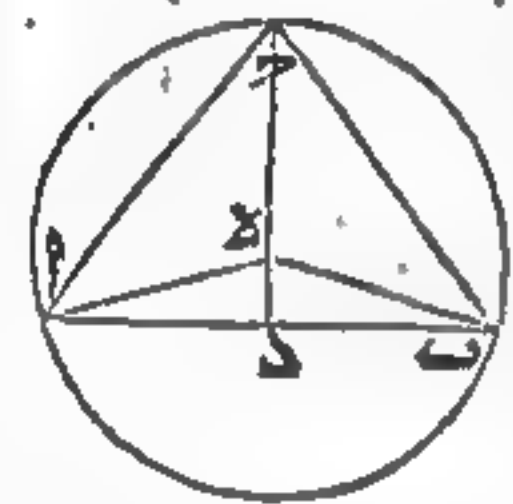


متساويتان برهانه نركب قطعة  $أ ب$  على قطعة  $أ د$  بحيث ينطبق نقطة  $أ$  على نقطة  $ب$  ونقطة  $ب$  على نقطة  $د$  ويكون كل واحدة منهما من القاعدة في جهة واحدة فلا يمكن ان يختلف قوسا  $أ ب$  و  $أ د$  والا فيختلفا ويلزم المحذور المذكور في الشكل المتقدم فينطبق قوس  $أ ب$  على قوس  $أ د$  ويثبت الحكم وذلك ما اردنا ان نبين

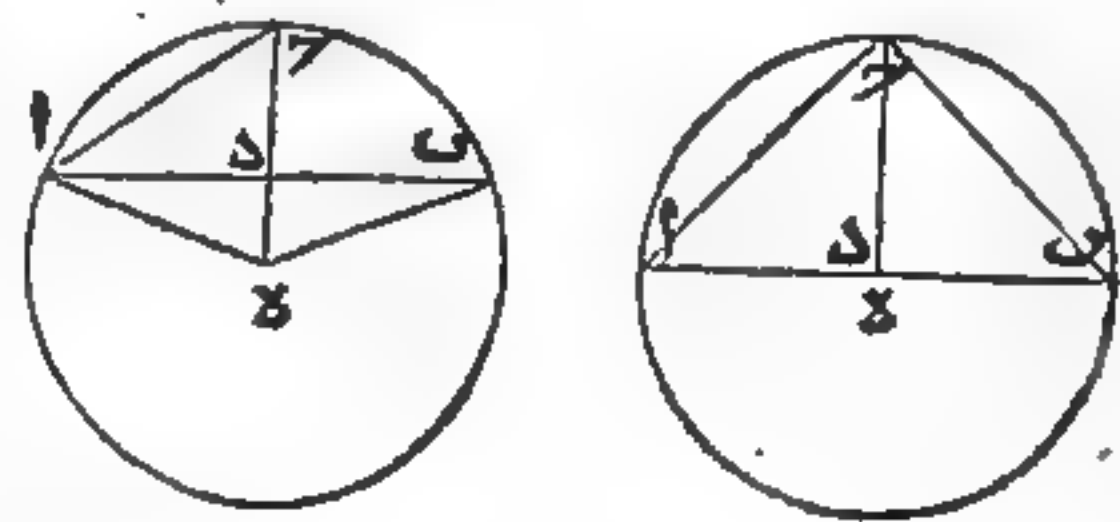
الد

## اي قطعة مفروضة من دائرة لنا ان نقيمها دائرة

ليكن القطعة  $أ ب$  فننصف قاعدة  $أ ب$  على نقطة  $د$  بالشكل العاشر من الاول ونخرج منها عمود  $د ح$  على  $أ ب$  في جهة  $ح$  بالشكل الحادي عشر من الاول ونخرجه في تلك الجهة الى ان ينتهي الى قوس  $أ ب$  فليبتنه على نقطة  $ح$  ونصل  $أ ح$  بخط مستقيم ونرسم على نقطة  $أ$  من خط  $أ ح$  زاوية  $أ ح د$  في جهة  $د$  كزاوية  $أ د ح$  بالشكل الثالث والعشرين من الاول فلان زاوية  $أ د ح$  قائمة تكون زاوية  $د ح أ$  حادة بالشكل السابع عشر من الاول فزوايتنا  $د ح أ$  و  $أ د ح$  المتساويتان اقل من قائمتين فاذا اخرجنا خطي  $د ح$  و  $أ د$  في جهة  $د$  على استقامتهما يلتقيان فليلتقيا على نقطة  $هـ$  فلان زوايتي  $هـ د أ$  و  $هـ د ح$  متساويتان يكون ضلعا  $هـ د$  و  $هـ د$  متساويين بالشكل السادس من الاول ونصل  $ب هـ$  بخط مستقيم فلان خط  $د ح$  عمود على خط  $أ ب$  فكل من زوايتي  $ب د هـ$  و  $أ د هـ$  قائمة بالشكل الثالث عشر من الاول و ضلع  $د هـ$  مشترك بين مثلثي  $ب د هـ$  و  $أ د هـ$  فبالشكل الرابع من الاول قاعدة  $ب هـ$  كقاعدة  $أ هـ$  فزاوية  $أ هـ د$  المساوية لزاوية  $ب هـ د$  فخطوط  $ب هـ$  و  $أ هـ$  متساوية فاذا جعلنا نقطة  $هـ$  مركزا وادرا عليه دائرة ببعد  $هـ أ$  فيمربطها على نقط  $أ ب$  بالشكل التاسع فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان خط  $أ هـ$  اما ان يقع خارجا عن خطي  $أ ب$  و  $أ د$  وذلك اذا كانت القطعة اقل من نصف الدائرة واما ان ينطبق على خط  $أ ب$  بحيث يقع نقطة  $هـ$  على نقطة  $د$  وذلك اذا كانت القطعة نصف الدائرة واما ان يقع فيما بين خطي  $أ ب$  و  $أ د$  وذلك اذا كانت اعظم من نصفها والاولي بيننا



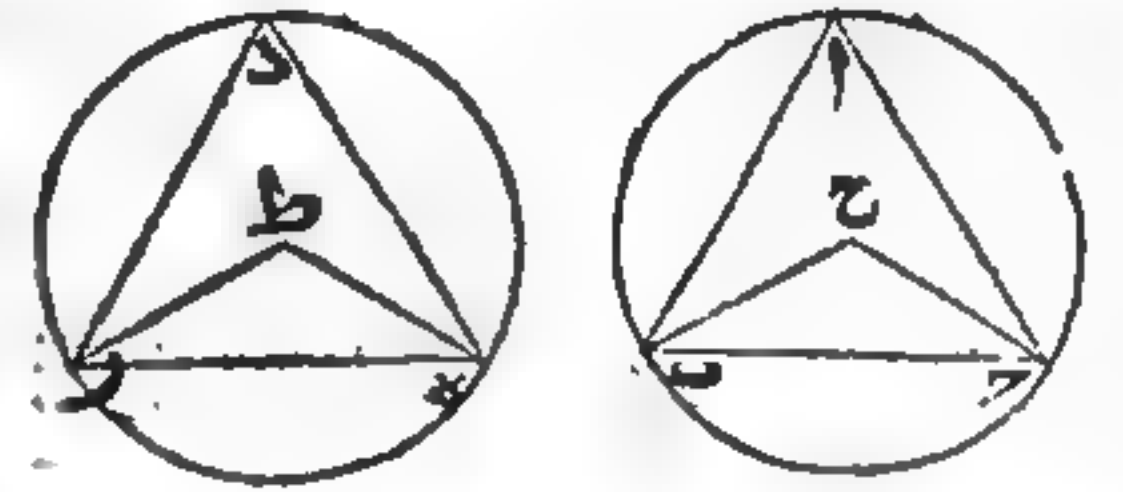
والثاني والثالث يظهر بانه مما ذكرناه وهذه صورته

الله



جميع الزوايا المتساوية الكائنة على محيطات الدوائر  
المتساوية او على مركزها فهي اما تقع على قوسي

متساوية من تلك الدوائر



ليكن زاويتا  $\angle \alpha$  و  $\angle \beta$  من

المتساويتان على مركز دائرتي  $\alpha$  و  $\beta$

وهي المتساويتان وزاويتا  $\angle \alpha$  و  $\angle \beta$

المتساويتان على محيطهما فاقول ان قوسي  $\alpha$  و  $\beta$  متساويتان برهانه  
نصل  $\alpha$  و  $\beta$  بخطين مستقيمين فلان ضلعي  $\alpha$  و  $\beta$  من مثلث  $\alpha$  و  $\beta$   
يساويان ضلعي  $\alpha$  و  $\beta$  من مثلث  $\alpha$  و  $\beta$  كل نظيره لانها انصاف  
اقطار الدائرتين المتساويتين وزاوية  $\angle \alpha$  و  $\angle \beta$  يساوي زاوية  $\angle \alpha$  و  $\angle \beta$   
فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة  $\alpha$  و  $\beta$  تساوي قاعدة  $\alpha$  و  $\beta$  وزاوية  $\angle \alpha$  و  $\angle \beta$   
ضعف زاوية  $\alpha$  و  $\beta$  وضعف اي زاوية تقع في قطعة  $\alpha$  و  $\beta$  وزاوية  $\angle \alpha$  و  $\angle \beta$   
المساوية لزاوية  $\alpha$  و  $\beta$  ضعف زاوية  $\alpha$  و  $\beta$  وضعف اي زاوية تقع في  
قطعة  $\alpha$  و  $\beta$  بالشكل التاسع عشر فقطعتا  $\alpha$  و  $\beta$  متشابهتان وهما  
كائنتان على قاعدتي متساويتين فهما متساويتان بالشكل الثالث  
والعشرين فاذا التقيناها من دائرتي  $\alpha$  و  $\beta$  كلا من نظيرتها بقوس  
 $\alpha$  و  $\beta$  مساوية لقوس  $\alpha$  و  $\beta$  وان فرضنا التساوي لزاويتي  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\beta$  يلزم  
تساوي زاويتي  $\alpha$  و  $\beta$  لان كلا منهما ضعف كل واحدة من زاويتي  
 $\alpha$  و  $\beta$  المتساويتين بالشكل العشرين ويتم المطلوب بمثل ما بينا وذلك  
ما اردنا ان نبين

جميع الزوايا الكائنة على قوسي متساوية من دوائر

متساوية مركزية كانت او محيطية فهي متساوية

ليكن زاويتا  $\angle \alpha$  و  $\angle \beta$  من قوسي  $\alpha$  و  $\beta$  المتساويتين من

دائرتي  $\alpha$  و  $\beta$  المتساويتين فاقول

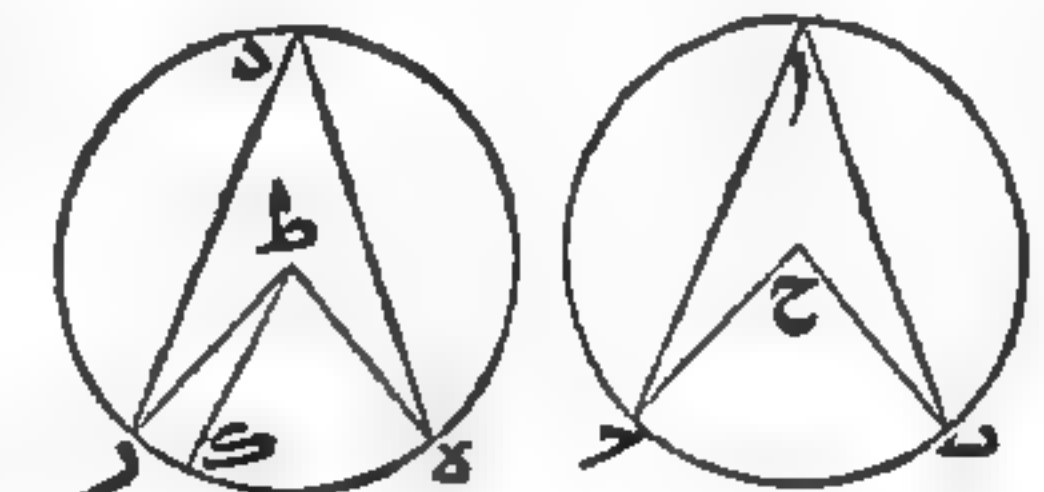
انها متساويتان برهانه فان لم يكونا

متساويتين لكانت احديهما اعظم

من الاخرى ولنكن الاعظم زاوية

$\alpha$  و  $\beta$  فترسم على نقطة  $\alpha$  من خط  $\alpha$

زاوية  $\alpha$  و  $\beta$  كزاوية  $\alpha$  و  $\beta$  بالشكل الثالث والعشرين من الاولي فقوس



اليساوي قوس  $\alpha$  و  $\beta$  بالشكل المتقدم وكانت قوس  $\alpha$  و  $\beta$  كقوس  $\alpha$  و  $\beta$   
فقوس  $\alpha$  و  $\beta$  يساوي قوس  $\alpha$  و  $\beta$  فالجز يساوي كله هذا خلف فزاوية  $\alpha$  و  $\beta$   
كزاوية  $\alpha$  و  $\beta$  وكل منهما ضعف المحيطين الكائنين على قوسي  $\alpha$  و  $\beta$   
كل نظيرته بالشكل التاسع عشر فزاويتا  $\alpha$  و  $\beta$  متساويتان  
متساويتان وذلك ما اردنا ان نبين

جميع الاوتار المتساوية في الدوائر المتساوية تفصل

قوسا متساوية العظمي للصغرى والصغرى للصغرى

ليكن وقرا  $\alpha$  و  $\beta$  من دائرتي  $\alpha$  و  $\beta$  المتساويتين متساويتين فاقول

ان كل واحدة من قوسي  $\alpha$  و  $\beta$  يساوي نظيرتها من قوسي  $\alpha$  و  $\beta$

المفصلة بالوترين برهانه نجد مركز

الدائرتين ولنكن نقطتي  $\alpha$  و  $\beta$  بالشكل

الاول نصل بين  $\alpha$  و  $\beta$  وبين كل واحدة من

نقطتي  $\alpha$  و  $\beta$  بخط مستقيم وكذلك

نصل بين  $\alpha$  و  $\beta$  وبين كل واحدة من

نقطتي  $\alpha$  و  $\beta$  بخط مستقيم فاضلاع مثلث  $\alpha$  و  $\beta$  كاضلاع مثلث  $\alpha$  و  $\beta$

المتناظرة فبالشكل الثامن من الاولي زاوية  $\alpha$  و  $\beta$  كزاوية  $\alpha$  و  $\beta$  فقوسا

$\alpha$  و  $\beta$  متساويتان بالشكل الخامس والعشرين والتساوي الدائرتين

يكون قوسا  $\alpha$  و  $\beta$  متساويتين وذلك ما اردنا ان نبين

جميع القوسي المتساوية من الدوائر المتساوية اوتارها

متساوية

ليكن قوسا  $\alpha$  و  $\beta$  من دائرتي  $\alpha$  و  $\beta$

وهي المتساويتين متساويتين فاقول

ان وتر  $\alpha$  و  $\beta$  كوتر  $\alpha$  و  $\beta$  برهانه نجد

مركز الدائرتين بالشكل الاول وليكونا نقطتي  $\alpha$  و  $\beta$  ونصل بين نقطتي

$\alpha$  و  $\beta$  وبين نقطتي  $\alpha$  و  $\beta$  بخطوط مستقيمة فلان زاويتي  $\alpha$  و  $\beta$

على قوسي  $\alpha$  و  $\beta$  من الدائرتين من دائرتي  $\alpha$  و  $\beta$  المتساويتين فهما

متساويتان بالشكل السادس والعشرين والاضلاع المتناظرة المحيطة هما

متساوية فبالشكل الرابع من الاولي وقرا  $\alpha$  و  $\beta$  متساويان وذلك ما

اردنا ان نبين

٨٣



ط

اي قوس مفروضة لنا ان نصفها



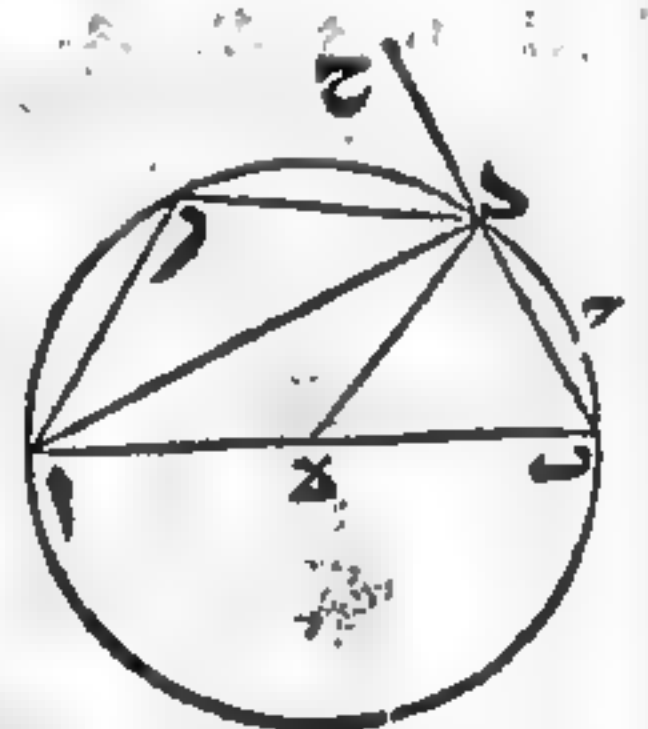
ليكن القوس  $\overline{بـا}$  وترها  $\overline{بـا}$  فاقول لنا ان نصفها  
برهانه نصف  $\overline{بـا}$  على نقطة  $\overline{د}$  بالشكل العاشر  
من الاول ونخرج منها عمود  $\overline{دـا}$  على وتر  $\overline{بـا}$  بالشكل الحادي عشر من  
الاول ونخرج في جهة القوس الى ان ينتهي اليها فليكنه على نقطة  $\overline{آ}$   
ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي  $\overline{ب}$   $\overline{ا}$  بخط مستقيم فلان ضلعي  
 $\overline{دـب}$   $\overline{دـا}$  وزاوية  $\overline{اـدـب}$  تساوي ضلعي  $\overline{دـا}$   $\overline{دـب}$  وزاوية  $\overline{اـدـب}$  كل نظيره  
فصلع  $\overline{اـب}$  كصلع  $\overline{اـج}$  بالشكل الرابع من الاول فقوس  $\overline{اـب}$  كقوس  $\overline{اـج}$   
بالشكل السابع والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين

ل

كل زاوية مستقيمة الخطين تقع في قطعة قائمة

ان كانت القطعة نصف دائرة وحادة ان كانت اعظم  
منه ومنفرجة ان كانت اصغر منه وزاوية القطعة  
منفرجة ان كانت اعظم من النصف وحادة ان لم  
تكن اعظم من النصف سواء كانت القطعة نصف

دائرة او اصغر منه



ليكن قطعة  $\overline{اـب}$  من دائرة  $\overline{اـب}$  نصفها ونرسم على  
قوس  $\overline{اـب}$  نقطة  $\overline{د}$  كيف ما اتفق ونصل بينها وبين كل  
واحدة من نقطتي  $\overline{ا}$   $\overline{ب}$  بخط مستقيم فاقول ان زاوية  
 $\overline{اـدـب}$  قائمة برهانه نصف قطر  $\overline{اـب}$  على نقطة  $\overline{د}$

بالشكل العاشر من الاول فهي المركز ونصل بين نقطتي  $\overline{د}$   $\overline{هـ}$  بخط مستقيم  
مخطوط  $\overline{دـب}$   $\overline{دـا}$  متساوية فلان  $\overline{دـب}$  يساوي  $\overline{دـا}$  تكون زاويتي  $\overline{دـبـا}$   $\overline{دـاـب}$   
 $\overline{دـب}$  متساويتين بالشكل الخامس من الاول فهما ضعف زاوية  $\overline{بـدـه}$   
ومثله تبين ان زاويتي  $\overline{دـا}$   $\overline{دـب}$  متساويتان ومجموعهما ضعف زاوية  
 $\overline{دـا}$  فيكون جميع زوايا مثلث  $\overline{اـبـد}$  المعادلة لقائمتين بالشكل الثاني  
والثلاثين من الاول ضعف زاوية  $\overline{اـدـب}$  فهي قائمة ومثله تبين ان كل  
زاوية تقع في نصف دائرة قائمة واذا اخرجنا خط  $\overline{بـد}$  في جهة  $\overline{د}$  على  
استقامته

استقامته الى نقطة  $\overline{ح}$  يكون زاوية  $\overline{اـدـح}$  قائمة بالشكل الثالث عشر من  
الاول وايضا فلان كل زاويتي مثلث اقل من قائمتين بالشكل السابع  
عشر من الاول وزاوية  $\overline{اـدـب}$  قائمة فزاوية  $\overline{اـبـد}$  حادة وجميع الزوايا التي  
تقع في قطعة واحدة متساوية بالشكل العشرين فالزاوية التي تقع في  
قطعة اعظم من النصف هي حادة وايضا ان رسمنا على قوس  $\overline{اـد}$  نقطة  $\overline{ر}$   
كيف ما اتفق ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي  $\overline{ا}$   $\overline{د}$  بخط مستقيم  
حدث في دائرة  $\overline{اـب}$  دوائر  $\overline{اـبـر}$  اضلاع  $\overline{اـبـر}$  فيكون زاويتا  $\overline{اـبـد}$   $\overline{اـبـر}$   
من زوايا معا متساويتان لقائمتين بالشكل الحادي والعشرين وزاوية  
 $\overline{اـبـد}$  حادة فزاوية  $\overline{اـدـر}$  منفرجة وجميع الزوايا الواقعة في قطعة واحدة  
متساوية بالشكل العشرين فالزاوية الواقعة في قطعة هي اصغر من نصف  
دائرة منفرجة وايضا فلان زاوية  $\overline{اـدـب}$  قائمة فزاوية  $\overline{اـدـج}$  منفرجة  
فزاوية القطعة التي هي اعظم من نصف دائرة منفرجة ولان زاوية  $\overline{اـدـح}$   
قائمة فزاوية  $\overline{اـدـر}$  التي هي زاوية قطعة  $\overline{اـدـر}$  حادة فالزاوية التي هي زاوية  
قطعة هي اقل من نصف الدائرة حادة فاذا اخرجنا عمودا من نقطة  $\overline{ب}$   
على قطر  $\overline{اـب}$  يقع خارج دائرة  $\overline{اـب}$  بالشكل الخامس عشر فيكون  
زاوية  $\overline{اـبـج}$  حادة فالزاوية التي هي زاوية قطعة هي نصف دائرة حادة  
وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان محيط كل دائرة قسم بقسمي كم كانت القسي فان الزوايا  
المحيطية الواقعة في تلك الدائرة على تلك القسي تساوي قائمتين فان  
كانت الزوايا الواقعة على تلك القسي مركزية فانها يساوي اربع قوائم  
لما بين في الشكل التاسع عن ان الزاوية المركزية ضعف المحيطية  
فاقسام محيط اي دائرة تقع قواعد لاربع قوائم مركزية ولقائمتين  
المحيطيتين من الزوايا الواقعة فيها

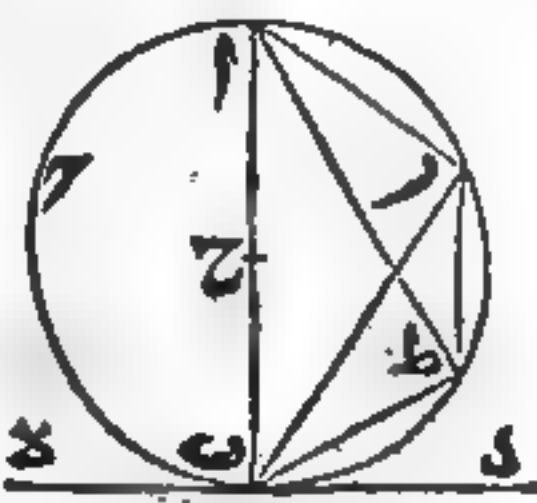
لا

كل خط مستقيم يماس دائرة وخرج من نقطة  
التماس في جهة الدائرة خط مستقيم فاصل للدائرة  
الى قطعتين فهما يقبلان زاويتين مساويتين  
للزاويتين اللتين يحدثان عن جنبي الخط الفاصل  
على التبع

ليكن دائرة  $\overline{اـب}$  يماسها خط  $\overline{دـه}$  المستقيم على نقطة  $\overline{ب}$  وخرج منها



خط  $\overline{ب\Gamma}$  المستقيم فاصلا لها الى  $\overline{رأب}$   $\overline{رط}$  فاقول ان قطعة  $\overline{رأب}$  تقبل زاوية تساوي زاوية  $\overline{ربد}$  وقطعة  $\overline{رط}$  تقبل زاوية تساوي زاوية  $\overline{ربد}$  برهانه نجد مركزها بالشكل الاول وليكن نقطة  $\overline{ح}$  ونصل  $\overline{بح}$  بخط مستقيم ونخرجه الى ان ينتهي الى المحيط ولينته على نقطة  $\overline{آ}$  ونصل بينها وبين نقطة  $\overline{ر}$  بخط مستقيم فزاوية  $\overline{أرب}$  قائمة بالشكل المتقدم وكل من زاويتي  $\overline{أبد}$   $\overline{أبه}$  قائمة بالشكل السابع عشر وزاوية  $\overline{ربا}$  تمام زاوية  $\overline{رأب}$  من قائمة اذ زوايا كل مثلث كقائمتين بالشكل الثاني والثلاثين من الاول وفيه بعينها تمام زاوية  $\overline{ربد}$  من قائمة فزاوية  $\overline{رأب}$  الواقعة في قطعة  $\overline{رأب}$  تساوي زاوية  $\overline{ربد}$  ونرسم على قوس  $\overline{رط}$  نقطة  $\overline{ط}$  كيف اتفق ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي  $\overline{ر}$   $\overline{ب}$  بخط مستقيم فلان زاويتي  $\overline{ربد}$   $\overline{رطد}$  كقائمتين بالشكل الثالث عشر من الاول وزاويتي  $\overline{رأب}$   $\overline{رأط}$  المتقابلتين من ذي اربعة اضلاع  $\overline{أرطب}$  كقائمتين بالشكل الواحد والعشرين وزاوية  $\overline{رأب}$  كزاوية  $\overline{ربد}$  فزاوية  $\overline{رطد}$  كزاوية  $\overline{ربد}$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



لب

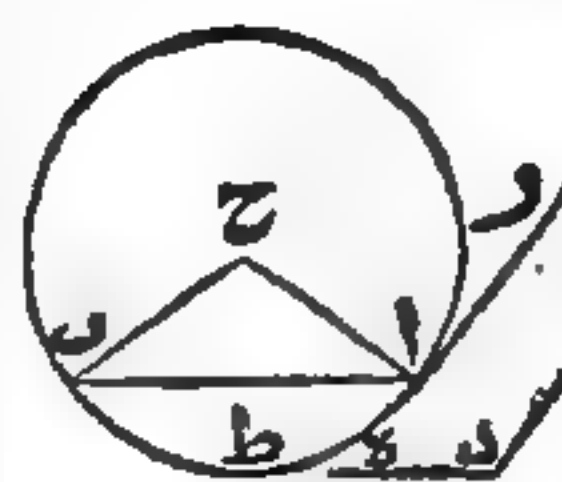
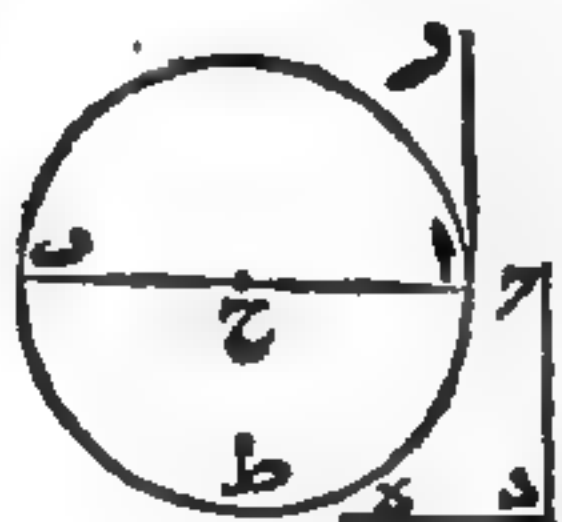
كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نعمل عليه قطعة دائرة تقبل زاوية تساوي زاوية مفروضة

ليكن الخط  $\overline{أب}$  والزاوية  $\overline{حده}$  فنرسم على نقطة  $\overline{آ}$  من خط  $\overline{أب}$  زاوية  $\overline{رأب}$  تساوي زاوية  $\overline{حده}$  بالشكل الثالث والعشرين من الاول ونخرج من نقطة  $\overline{آ}$  عمود  $\overline{أح}$  على خط  $\overline{أر}$  باستبانة الشكل الحادي عشر من الاول ونعمل على نقطة  $\overline{ب}$  من خط  $\overline{أب}$  زاوية كزاوية  $\overline{بأح}$  بالشكل الثالث والعشرين من الاول ونخرج خطي  $\overline{أح}$   $\overline{بح}$  في جهة  $\overline{ح}$  الى ان يلتقيا لان زاوية  $\overline{حأب}$  التي هي فصل زاوية  $\overline{بأر}$  على قائمة اقل منها فزاويتي  $\overline{أبأح}$   $\overline{أببأح}$  اقل من قائمتين فليلتقيا على نقطة  $\overline{ح}$  فخط  $\overline{أح}$   $\overline{بح}$  متساويان بالشكل السادس من الاول فاذا جعلنا نقطة  $\overline{ح}$  مركزا وادرا عليها بعدد  $\overline{أ}$  دائرة  $\overline{أطب}$  فحيطها يمر على نقطة  $\overline{ب}$  ولان  $\overline{أح}$  عمود على  $\overline{أر}$  فهو مماس دائرة  $\overline{أطب}$  على نقطة  $\overline{آ}$  باستبانة الشكل الخامس عشر فقطعة  $\overline{أطب}$  تقبل زاوية كزاوية  $\overline{رأب}$  المساوية لزاوية  $\overline{حده}$  بالشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



ولهذا

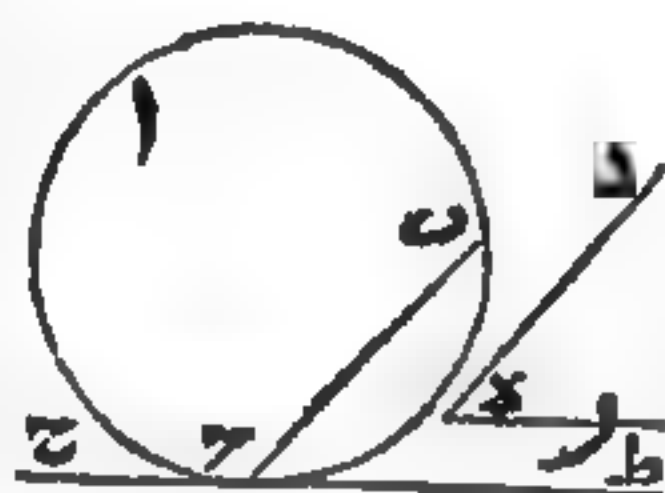
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان عمود  $\overline{أح}$  يقع بين ضلعي  $\overline{أب}$   $\overline{أر}$  ان كانت زاوية  $\overline{رأب}$  منفرجة وخارجا عنهما ان كانت حادة وينطبق على خط  $\overline{أب}$  ان كانت قائمة



فننصف خط  $\overline{أب}$  على نقطة  $\overline{ح}$  وندير بعدد  $\overline{أ}$  دائرة  $\overline{أطب}$  وهذه صورتها

لنا ان نفصل من اي دائرة مفروضة قطعة تقبل

زاوية تساوي زاوية ما مفروضة



ليكن الدائرة  $\overline{أب}$  والزاوية  $\overline{حده}$  فاقول لنا ان نفصل من دائرة  $\overline{أب}$  قطعة تقبل زاوية كزاوية  $\overline{حده}$  برهانه نفرض نقطة  $\overline{ط}$  خارج الدائرة ونخرج منها خط  $\overline{طح}$  مماس الدائرة على نقطة  $\overline{ح}$  بالشكل السادس عشر ونرسم على نقطة  $\overline{ح}$  من خط  $\overline{طح}$  في جهة الدائرة زاوية كزاوية  $\overline{حده}$  بالشكل الثالث والعشرين من الاول وفي زاوية  $\overline{طح}$  ونخرج  $\overline{حرب}$  على استقامته الى ان يلقي المحيط على نقطة  $\overline{ب}$  فقطعة  $\overline{بأح}$  تقبل زاوية تساوي زاوية  $\overline{بأط}$  المساوية لزاوية  $\overline{حده}$  بالشكل الواحد والثلاثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لد

كل وترين يتقاطعان في دائرة فان سطح احد

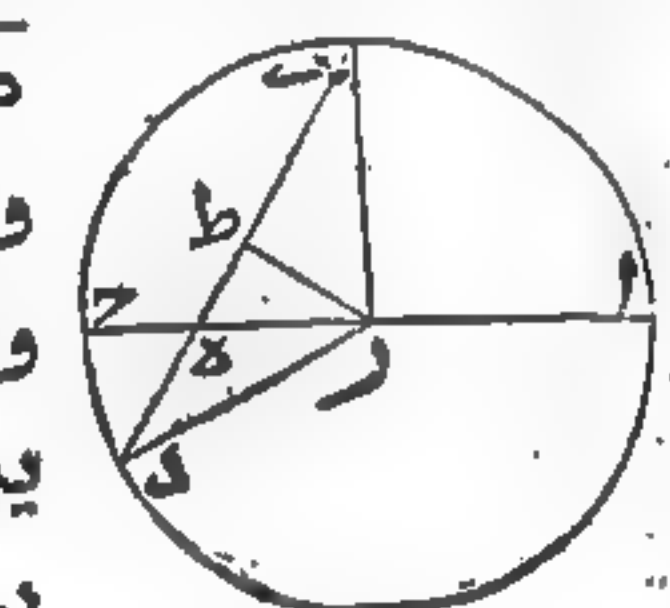
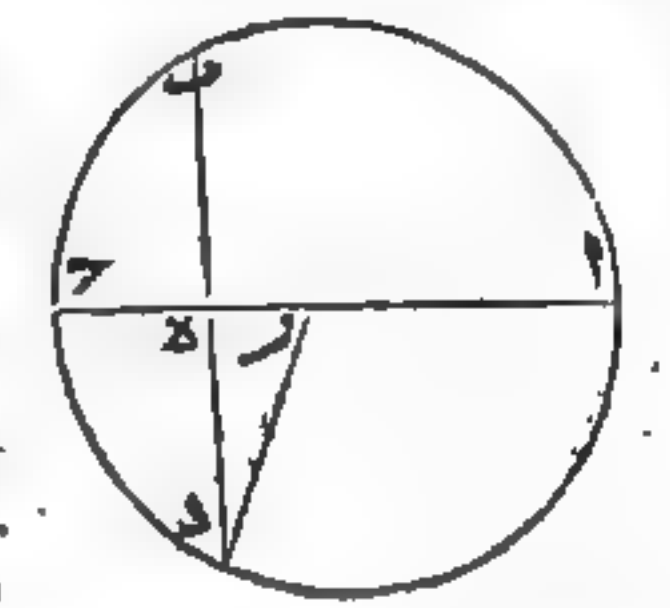
قسمي احد الوترين في قسمة الاخر منه كسطح احد

قسمي الوتر الاخر في قسمة الاخر منه

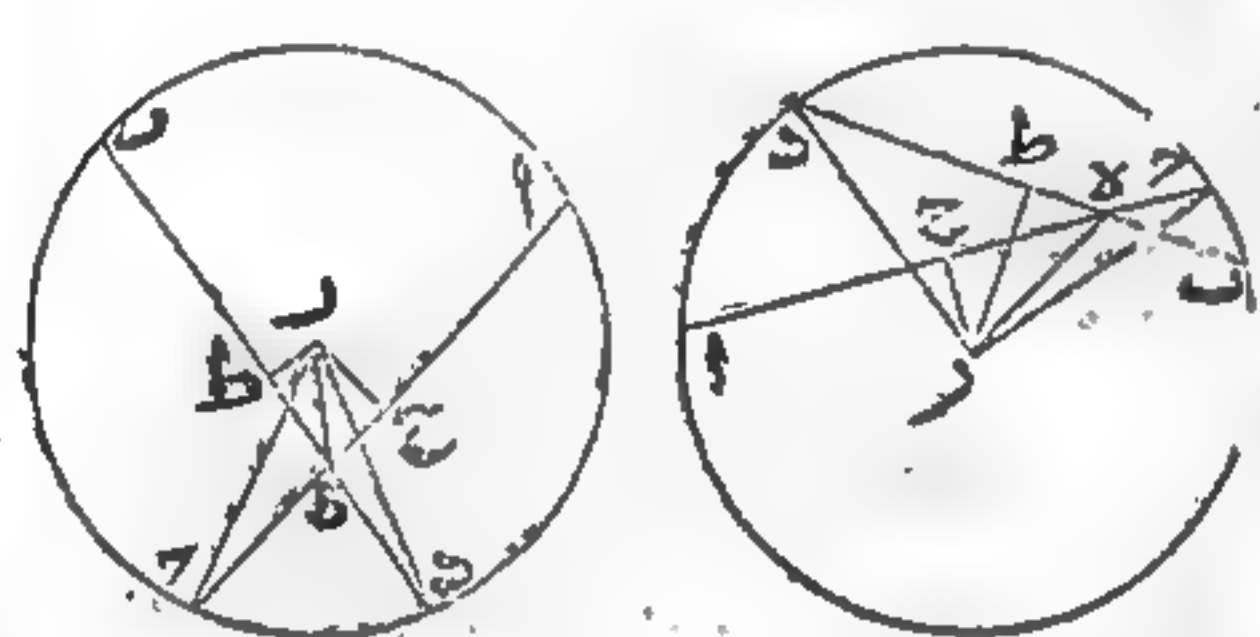
فليتقاطع وتر  $\overline{أب}$  على نقطة  $\overline{د}$  في دائرة  $\overline{أب}$  فاقول ان سطح  $\overline{أد}$  في  $\overline{د}$  كسطح  $\overline{بد}$  في  $\overline{د}$  برهانه فلنجد مركز الدائرة بالشكل الاول وليكن نقطة  $\overline{ر}$  ونصل بينها وبين نقطة  $\overline{د}$  بخط مستقيم ولان كل واحد من الوترين اما ان يكون قطرا او احدهما فقط قطرا منصف للوتر او غير منصف له واما ان لا يكون شي منهما قطرا منصف احدهما الاخر او غير منصف فهذه خمسة اقسام اما الاول فلان انصاف القطر كل دائرة متساوية فسطوح بعضها في بعض متساوية واما الثاني فلان  $\overline{أد}$



نصف على ر وقسم على ه بمختلفين يكون سطح آه في ه مع مربع ره  
متساويين لمربع رح اعني رد بالشكل الخامس من الثانية ومربعاً ره هـ  
يساويان مربع رد بالشكل السابع والاربعين من الاول في فسطح آه في هـ مع  
مربع ره يساويان مربعي ره هـ لكن مربع هـ يساوي  
سطح به في هـ لان قطر آه منصف لوتر بـ د علي  
نقطة هـ لانه عمود عليه بالشكل الثالث فاذا القينا  
مربع ره المشترك ببق سطح آه في هـ مساوياً لسطح  
به في هـ وهذا صورته واما الثالث فنخرج من  
نقطة ر عمود رط على وتر بـ د بالشكل الثاني عشر من الاول فننصفه علي  
نقطة ط بالشكل الثالث فلان وتر بـ د نصف علي نقطتي ر ط  
وقسم بمختلفين علي نقطة هـ سطح آه في هـ مع مربع ره كمربع رح  
بل رد وسط به في هـ مع مربع طه كمربع طد بالشكل الخامس من  
الثانية ونجعل مربع رط مشتركاً بين سطح به في هـ ومربع طه وبين  
مربع طد فيكون سطح به في هـ مع مربعي طر طه يساوي مربعي  
طر طد لكن مربعاً طر طد يساويان مربع ره بالشكل السابع  
والاربعين من الاول فسطح به في هـ مع مربع ره  
يساويان مربع رد وكان سطح آه في هـ مع مربع ره  
يساويان مربع رد فاذا القينا مربع ره المشترك ببق  
سطح آه في هـ يساوي سطح به في هـ وهذه صورته واما الرابع وهو  
ان لا يكون شي من الوترين قطراً ويكون احدهما وهو آه ينصف بـ د  
علي نقطة هـ ونصل بين نقطة ر وبين كل واحدة من نقط هـ د بخط  
مستقيم ونخرج من نقطة ر عمود رط على وتر آه بالشكل الثاني عشر من  
الاول فننصفه بالشكل الثالث ويكون خط ره عموداً علي وتر بـ د بالشكل  
الثالث لانه نصفه فسطح آه في هـ مع مربع طه يساويان مربع طر  
بالشكل الخامس من الثانية فنضيف اليه مربع طر فسطح آه في هـ مع  
مربعي طه طر يساوي مربعي طر طه لكن مربعاً  
طر طه يساويان مربع رح بل مربع رد ومربع  
ره يساوي مربعي طر طه بالشكل السابع  
والاربعين من الاول فسطح آه في هـ مع مربع ره  
يساويان مربع ره ومربعاً ره هـ يساويان مربع رد  
بالشكل السابع والاربعين من الاول فاذا القينا مربع  
ره فبقي سطح آه في هـ يساوي مربع هـ المساوي لسطح به في هـ وهذا  
صورته واما الخامس وهو ان لا يكون شي من الوترين قطراً ولا ينصف  
اخذها الاخر فنخرج من نقطة ر الي مركز دائرة آه عمودي رح  
رط علي



رط علي وتر بـ د بالشكل الثاني عشر من الاول ونصل بين نقطة ر  
وبين كل واحدة من نقط هـ د بخط مستقيم وكل واحد من عمودي رح  
رط اما ان يقع في احدي جهتي ره الاخرى في الجهة الاخرى منه او يقع  
كلاهما في احدي جهتي ره فيعرض لهذا القسم وضعان ولا يختلف  
البرهان بذلك لان سطح آه في هـ مع مربع حه يساويان مربع حـ د وسطح  
به في هـ مع مربع طه يساويان مربع طد بالشكل الخامس من  
الثانية فاذا اضفنا مربع رح تارة الي مربع حـ د وتارة الي مجموع سطح آه  
في هـ ومربع حه واذا اضفنا مربع رط تارة الي مربع طد وتارة الي  
مجموع سطح به في هـ ومربع طه  
صار مجموع مربعي رح حـ د  
مساوياً لمجموع سطح آه في هـ مع  
مربعي رح حـ د وصار مجموع  
مربعي رط طد مساوياً لمجموع  
سطح به في هـ مع مربعي رط  
طه ليعين مربع ره يساوي كل واحد من مجموع مربعي رح حـ د ومجموع  
مربعي رط طه ومربع رح يساوي مربعي رح حـ د ومربع رد يساوي  
مربعي رط طد بالشكل السابع والاربعين من الاول فسطح آه في هـ  
مع مربع ره يساويان مربع رح بل مربع رد وسطح به في هـ مع  
مربع ره يساويان مربع رد فاذا القينا مربع ره المشترك ببق سطح آه  
في هـ مساوياً لسطح به في هـ وذلك ما اردنا ان نبين



كل خطين مستقيمين خرجا من نقطة خارجة  
من دائرة احدهما قاطعاً محيطها من الجانب الاقرب  
ومنتهياً اليه من الجانب الابعد والاخر يماسه علي  
نقطة فسطح القاطع كله فيما وقع منه خارج الدائرة  
يساوي مربع المساس

ليكن الدائرة آه والنقطة الخارجة د والخط القاطع د ب وليكن  
قد قطع محيطها في الجانب الاقرب علي نقطة هـ وانتهى اليه في الجانب  
الابعد علي نقطة ب والخط المماس د آ ونقطة المماس آ فاقول ان سطح  
بـ د في دح يساوي مربع آد برهانه فلان خط د ب اما ان يمر بالمركز او







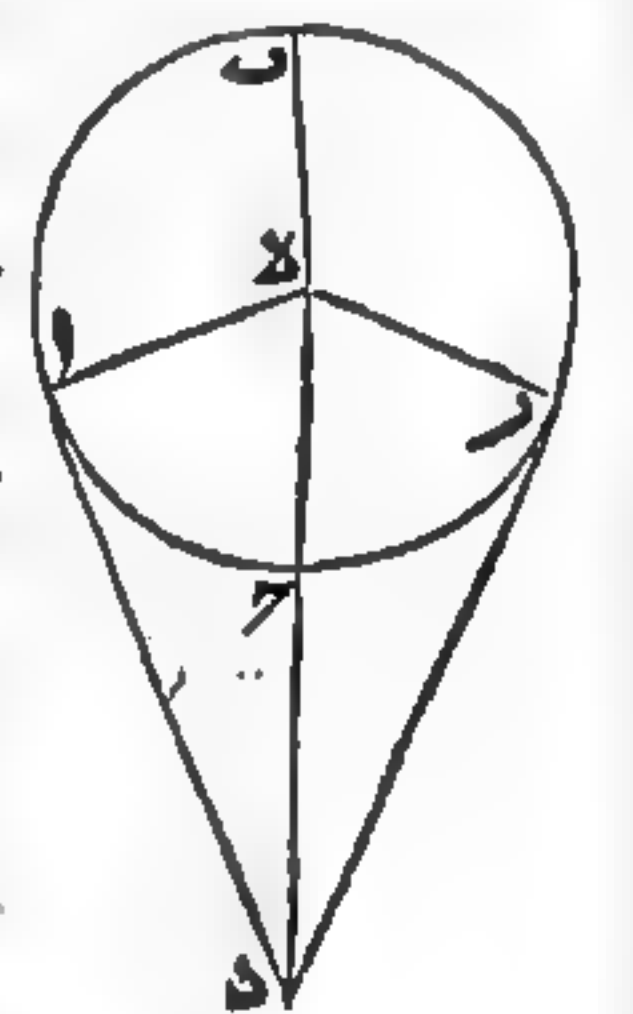
منه عن الدائرة مساويا لمربع المنتهي فان الخط

المنتهي بماس الدائري

والثابت بن قره لما رأي ان اقليدس استعمله في الشكل المذكور الحقه  
باخر هذه المقالة واللايق بالطريقه التي سلكها اقليدس في هذا الكتاب  
ان لا تفرد هذا الشكل بالذكر مع وجود هذه الاستبانات ولذلك الحجاج  
لم يذكره في نسخته لما لم يكن موجودا في النسخ اليونانية والسرانية  
القديمة ونحن اشرنا اليه بالاستبانة ليعلم انه ليس من اصل الكتاب وليس  
استعمل في الشكل العاشر من المقالة الرابعة ثم ان اذكر البرهان الذي

ذكره الثابت  
ليكن سطح خط بـ جـ د المستقيم الخارج من نقطة د الخارجة من دائرة  
ا بـ جـ د منه مساويا لمربع خط ا د المستقيم الخارج من نقطة د  
المنتهي الي دائرة ا بـ جـ د علي نقطة ا فاقول ان خط ا د بماس دائرة ا بـ جـ د

علي نقطة ا برهانه نخرج من نقطة د خط د ر المستقيم  
مماسا لدائرة ا بـ جـ د علي نقطة ر بالشكل السادس  
عشر ونصل بين نقطة د مركز دائرة ا بـ جـ د وبين كل  
واحدة من نقطتي ا ر بـ جـ د مستقيم فلان سطح بـ د في  
د ر يساوي مربع ا د بالفرض ويساوي مربع د ر  
المماس لما بينا في هذا الشكل الذي سبق بكون ا د  
د ر متساويين وخطا ا د ر متساويان وخط د ر  
مشترك بين مثلثي ا د ر د ر فاضلاع المثلثين المتناظرة  
متساوية فزاويا هـ المتناظرة ايضا متساوية بالشكل



الثامن من الاول فزاوية د ا د تساوي زاوية د ر د القائمة باستبانة الشكل  
السادس عشر فزاوية د ا د قائمة فخط ا د بماس دائرة ا بـ جـ د باستبانة  
الشكل الخامس عشر وهذه صـ ورتـ

تمت المقالة الثالثة بعون الله

# المقالة الرابعة فيها ثلثون شكلا

الحدود

اذا كان محيط دائرة بماس جميع اضلاع شكل مضلع او جميع زواياه او جميع  
اضلاع شكل مضلع بماس جميع زواياه مضلع اخر يقال المحيط منهما انه  
مرسوم علي المحيط والمحاط انه مرسوم في المحيط

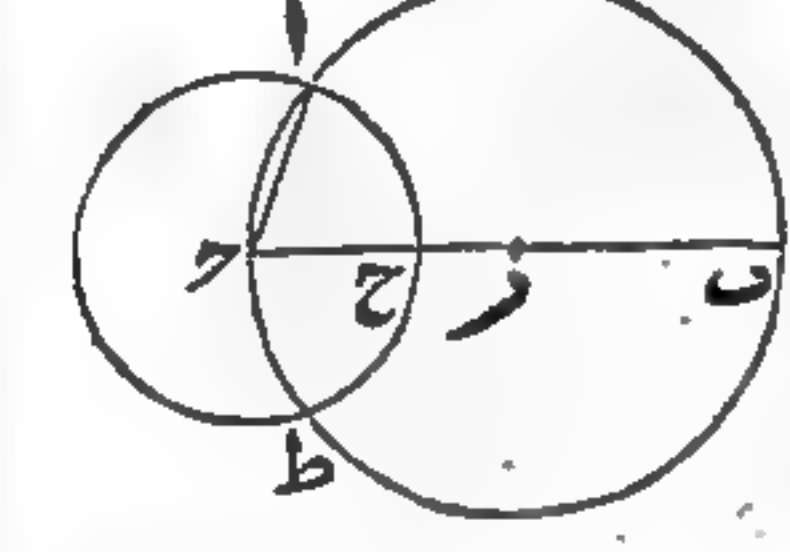
الاشكال

كل دائرة مفروضة معلومة لنا ان نرسم فيها

وتر يساوي خطا مستقيما معلوما مفروضا ليس

باطول من قطر

ليكن الدائرة ا بـ جـ د والخط المفروض د هـ فنجد مركز الدائرة بالشكل  
الاول من الثالث وليكون نقطة م ونرسم علي محيطها نقطة و ليكن  
نقطة ب ونصل بينها وبين المركز بـ م خط مستقيم



ونخرجه في جهة م الي ان ينتهي الي نقطة ح  
اعني محيط جانبها الاخر محيط بـ ح قطرها فان  
كان الخط المفروض مساويا لخط بـ ح فهو  
المطلوب والا فنصل منه خطا يساوي خط د هـ

بالشكل الثالث من الاول وليكن هو خط حـ جـ  
ونرسم علي نقطة حـ وبعده حـ جـ دائرة ا حـ ط  
فبقطع محيطها محيط دائرة ا بـ جـ د علي نقطتي ا ط ونصل بين نقطتي ا حـ  
بخط مستقيم فهو يقع داخل دائرة ا بـ جـ د بالشكل الثاني من الثالث فلان  
خط حـ ا يساوي حـ و كان د هـ يساوي حـ جـ فخط حـ ا يساوي د هـ فالحكم  
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

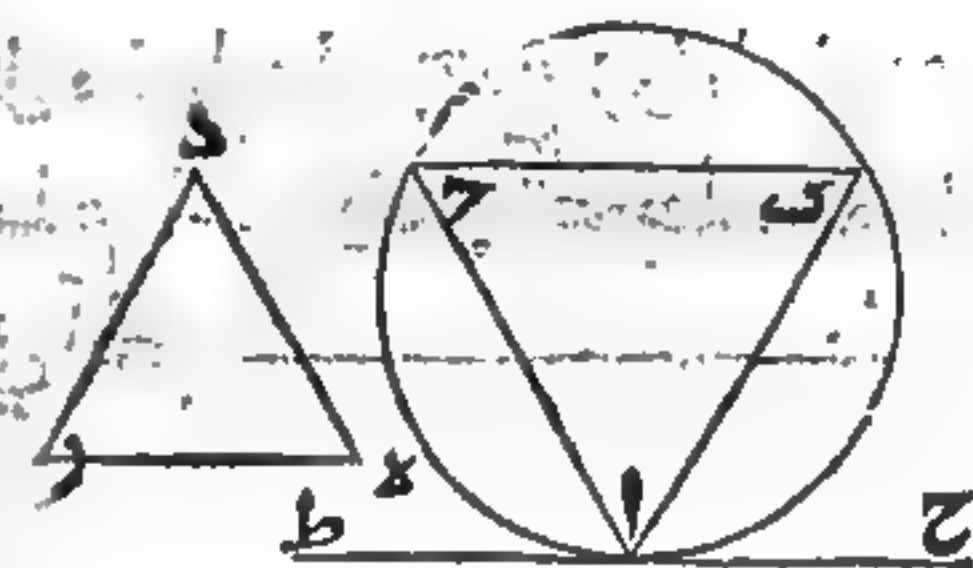
كل دائرة مفروضة معلومة لنا ان نرسم فيها

مثلثا يساوي كل واحدة من زواياه لنظيرتها من



## زوايا مثلث آخر مفروض معلوم

ليكن الدائرة  $أ ب ح$  والمثلث  $د ه ز$  ونرسم خط  $ح ط$  المستقيم مماسا  
للدائرة  $أ ب ح$  على نقطة  $أ$  بالشكل السادس عشر من الثالثة ونرسم على  
نقطة  $أ$  من خطي  $أ ح$   $أ ط$  زاويتي  $أ$  يساويان زاويتي  $د ه ز$  دره  
بالشكل الثالث والعشرين من الاولى  
ولأن الزاوية التي يحيط بها خط  $أ ح$   
وقوس  $أ ب$  أصغر من كل زاوية حادة  
مستقيمة الخطين وكذلك الزاوية التي  
يحيط بها خط  $أ ط$  وقوس  $أ ح$  بالشكل  
الحادي عشر من الثالث فكل من

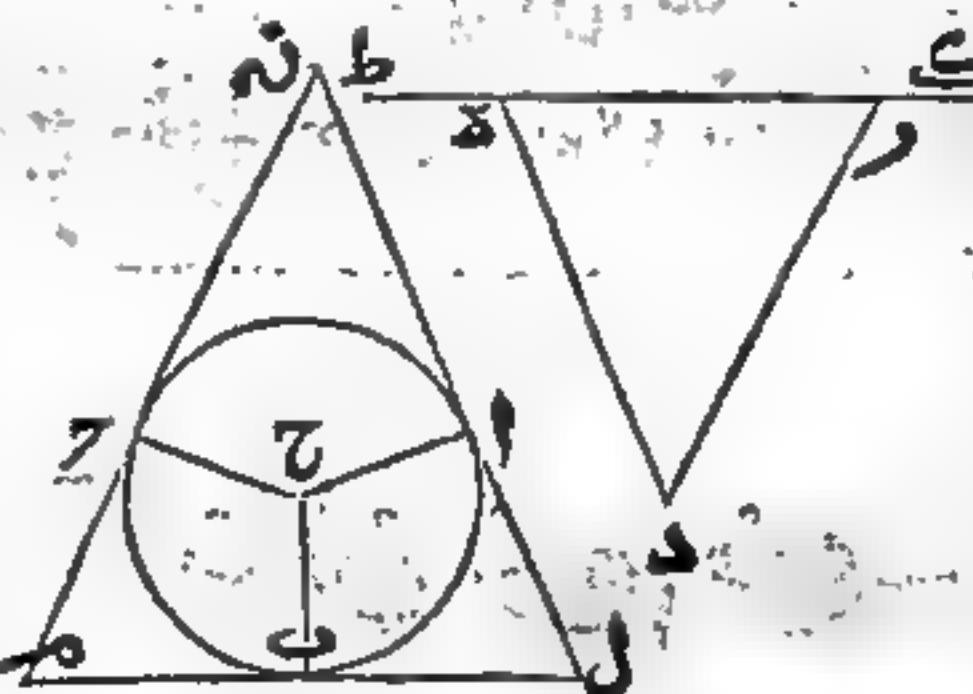


خطي  $أ ب$   $أ ح$  يقع داخل دائرة  $أ ب ح$  فنخرجهما على استقامتهما  
إلى أن يلتقيا بحيط الدائرة على نقطتي  $ب$   $ح$  ونصل بينهما بخط مستقيم  
فهو يقع داخل الدائرة بالشكل الثاني من الثالثة فقول أن كل واحدة  
من زوايا مثلث  $أ ب ح$  تساوي لنظيرتها من زوايا مثلث  $د ه ز$  برهانه  
فلأن كل واحد من خطي  $أ ب$   $أ ح$  خرج من نقطة  $أ$  التي عليها وقع القوس  
بين خط  $ح ط$  ودائرة  $أ ب ح$  قاطعا إياها فبالشكل الواحد والثلاثين من  
الثالثة تكون زاوية  $أ ح ب$  مساوية لزاوية  $ب أ ح$  المساوية لزاوية  $د ه ز$   
وزاوية  $أ ب ح$  مساوية لزاوية  $ح أ ط$  المساوية لزاوية  $د ه ز$  فزاويتي  $أ ب ح$   
 $أ ح ب$  يساويان زاويتي  $د ه ز$  وجميع زوايا أي مثلث مستقيم الاضلاع  
يساوي قائمتين بالشكل الثاني والثلاثين من الاولى فزاوية  $ب أ ح$  تساوي  
زاوية  $د ه ز$  فجميع اضلاع مثلث  $أ ب ح$  واقعة داخل الدائرة ومحيطها  
يماس زواياه على نقط  $أ ب ح$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا أن نبين

كل دائرة مفروضة لنا أن نرسم عليها مثلثا  
تساوي كل واحدة من زواياه لنظيرتها من زوايا

## مثلث مفروض

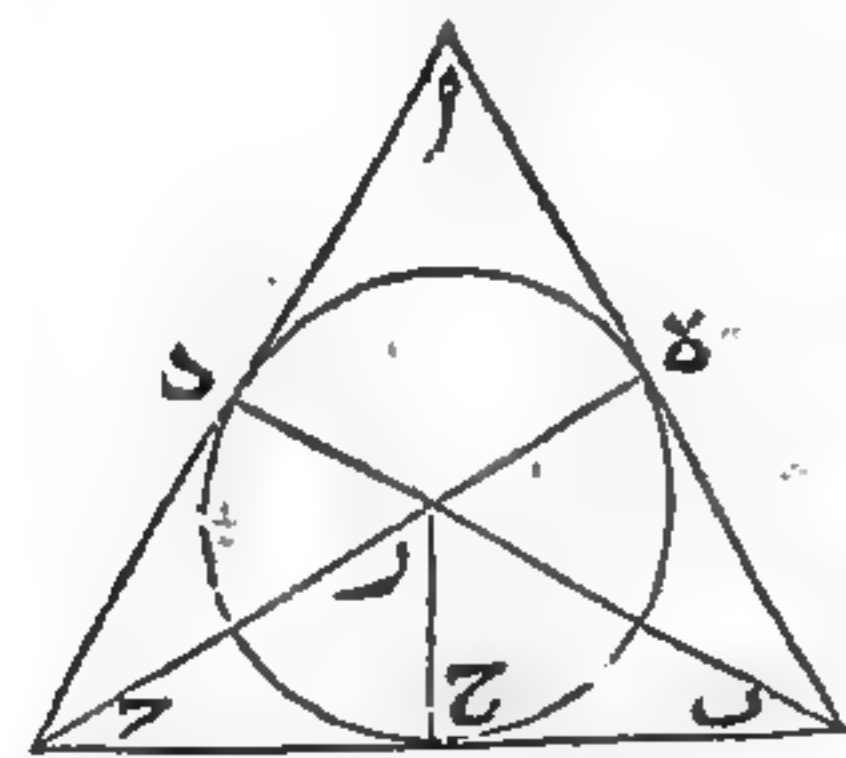
ليكن الدائرة  $أ ب ح$  والمثلث  $د ه ز$   
فاقول لنا أن نرسم على دائرة  $أ ب ح$  مثلثا  
تساوي كل واحدة من زواياه لزاوية هي  
نظيرتها من زوايا مثلث  $د ه ز$  برهانه  
نخرج ضلع  $د ه$  من مثلث  $د ه ز$  على الاستقامته في جهته إلى نقطة  $ط$   $أ$   
ونجد



ونخذ مركز دائرة  $أ ب ح$  بالشكل الاول من الثالثة وليكن نقطة  $ح$  ونصل  
بينها وبين نقطة  $ب$  من محيط دائرة  $أ ب ح$  بخط مستقيم ونرسم على نقطة  
 $ح$  زاوية  $ب ح أ$  مساوية لزاوية  $د ه ط$  وزاوية  $ب ه ح$  مساوية لزاوية  
دره بالشكل الثالث والعشرين من الاولى ونخرج  $ح أ$  على استقامتهما  
إلى أن ينتهيا إلى المحيط فلينتهيا على نقطتي  $أ$   $ح$  ونخرج من نقط  $أ ب ح$   
أعمدة  $أ ل ب م$   $ح ن$  على انصاف اقطار  $أ ب ح$   $ب ح$   $ح أ$  باستبانة الشكل  
الحادي عشر من الاولى فيكون كل من الأعمدة يماس دائرة  $أ ب ح$  باستبانة  
الشكل الخامس عشر من الثالثة فإذا أخرجنا كل واحد منها على  
استقامته في جهته يلقي الباقيين وذلك لأننا إذا وصلنا أوتار  $أ ب$   $أ ح$   $ب ح$   
يكون كل زاويتي من الزوايا الحادة التي يحيط بها أحد الأوتار مع  
العمودين من الأعمدة أقل من قائمتين وليكن التقاء الأعمدة على نقط  $م$   $ن$   
نحدث مثلث  $ن ل م$  مرسوما على دائرة  $أ ب ح$  ولأننا إذا وصلنا بين  
نقطتي  $ل ح$   $م ح$  بخط مستقيم حدث مثلثا  $أ ل ح$   $ب ل ح$  وزوايا كل مثلث  
كقائمتين بالشكل الثاني والثلاثين من الاولى وزاوية  $ح أ ل$  من مثلث  
 $أ ل ح$  قائمة فزاويتي  $أ ل ح$   $ب ل ح$  من مثلث  $أ ل ح$  قائمة وزاوية  $ح ب ل$  من  
مثلث  $ب ل ح$  قائمة فزاويتي  $أ ل ح$   $ب ل ح$  من مثلث  $أ ل ح$  قائمة وزاوية  
 $ح ب ل$  من مثلث  $ب ل ح$  قائمة فزاويتي  $أ ل ح$   $ب ل ح$  من مثلث  $أ ل ح$  قائمة  
 $أ ح ب$   $أ ب ح$  كقائمتين وبمثلته تبين أن زاويتي  $ح ب م$   $ب ح م$  كقائمتين لكن كل  
واحدة من زاويتي  $د ه ط$   $د ه ز$  دره كقائمتين بالشكل الثالث عشر من  
الاولى فزاوية  $د ه ز$  كزاوية  $أ ل م$  وزاوية  $د ه ط$  كزاوية  $د ه ز$  فزاوية  
لنرم الباقية من مثلث  $ن ل م$  كزاوية  $د ه ز$  من مثلث  $د ه ز$  فزاوية  $د ه ز$  كزاوية  
مثلث فان زواياه الثلث كقائمتين بالشكل الثاني والثلاثين من الاولى  
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا أن نبين

## كل مثلث مستقيم الاضلاع مفروض لنا أن

## نرسم فيه دائرة

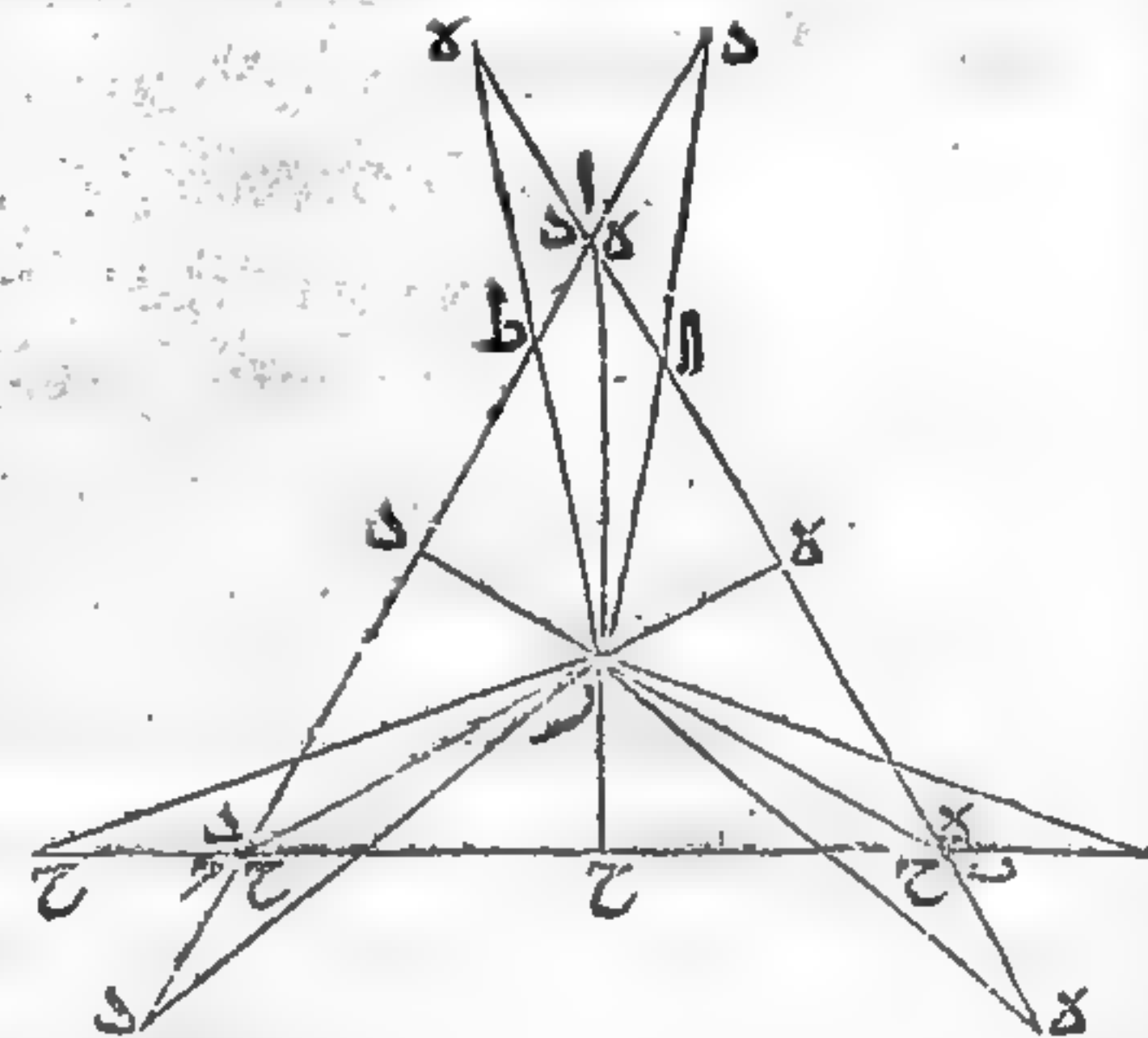


ليكن المثلث  $أ ب ح$  فننصف كل واحدة  
من زاويتي  $أ ب ح$   $أ ح ب$  بخطي  $ب د$   $ح د$   
بالشكل التاسع من الاولى فلان مجموع زاويتي  
 $أ ب ح$   $أ ح ب$  أقل من قائمتين بالشكل السابع  
عشر من الاولى فخطا  $ب د$   $ح د$  يلتقيان  
فليلتقيان على نقطة  $د$  داخل مثلث  $أ ب ح$  والاي لزم احاطة خطين  
مستقيمين بسطح لوان التقيا خارج المثلث او على احد ضلعي  $أ ب$   $أ ح$  هذا



خلف ويخرج منها عمود  $\overline{رح}$  علي ضلع  $\overline{ب\delta}$  فلا يقع علي احدي نقطتي  $\overline{ب\delta}$  ولا علي ضلاع  $\overline{ب\delta}$  بعد اخراجه في احدي جهتيه والا يلزم ان تكون الزاوية الحادة

كقائمة في الاول وان يكون  
في مثلث زاوية قائمة  
والاخرى منفرجة في  
الثاني لان الزاوية المجاورة  
لزاوية  $\widehat{R}$  منفرجة  
بالشكل الثالث عشر من  
الاولي هذا خلف لما تبين  
ان زوايا كل مثلث  
كقائمتين بالشكل الثاني  
والثلثون من الاول فيقع



عمود  $\overline{مرح}$  على ضلع  $\overline{ب}$  فيما بين نقطتي  $\overline{ب}$   $\overline{ح}$  وتخرج من نقطة  $\overline{مرح}$  عمود  
 $\overline{ره}$  على ضلع  $\overline{آب}$  فلا يقع على نقطة  $\overline{ب}$  ولا على ضلع  $\overline{آب}$  بعد اخراجه  
في جهة  $\overline{ب}$  لما بينهما ولا على نقطة  $\overline{آ}$  ولا على ضلع  $\overline{آب}$  بعد اخراجه في  
جهة  $\overline{آ}$  لانه في الصورتين يلزم ان يكون عمود  $\overline{ره}$  كعمود  $\overline{مرح}$  بالشكل  
السادس والعشرين من الاولي لانه حينئذ يكون كل واحدة من زاويتي  
 $\overline{مرح ب ره}$  من مثلتي  $\overline{مرح ب ره}$  قائمة ويكون زاويتا  $\overline{ح ب ره}$   $\overline{ب ره}$  منها  
متساويتين وضلع  $\overline{رب}$  مشترك بينهما وهو محال اما اذا كان عمود  $\overline{ره}$  واقعا  
على نقطة  $\overline{آ}$  فتخرج من نقطة  $\overline{مرح}$  عمود  $\overline{رد}$  على ضلع  $\overline{آح}$  فلا يقع على نقطة  
 $\overline{ح}$  ولا على ضلع  $\overline{آح}$  بعد اخراجه في جهة  $\overline{ح}$  لما بينهما ولا على نقطة فيما  
بين نقطتي  $\overline{آح}$  ولا على نقطة  $\overline{آ}$  ولا على ضلع  $\overline{آح}$  بعد اخراجه في جهة  
 $\overline{آ}$  والا لكان عمود  $\overline{رد}$  مساويا لعمود  $\overline{مرح}$  في الصور الثالث لما بينهما فيكون  
مساويا لعمود  $\overline{ره}$  ففي الصورة الاولي يكون زاويتا  $\overline{ره}$   $\overline{رد}$  متساويتين  
بالشكل الخامس من الاولي وزاوية  $\overline{ره}$  التي هي اصغر من الزاوية المجاورة  
لزاوية  $\overline{ره}$  القائمة حادة فيلزم ان يكون زاوية  $\overline{رد}$  القائمة حادة  
وزاوية  $\overline{رد}$  الحادة قائمة هذا خلف وفي الصورة الثانية يلزم ان يكون  
زاوية  $\overline{رد}$  الحادة قائمة هذا خلف وفي الصورة الثالثة تكون زاوية  $\overline{ره}$   
حادة تكون زاوية  $\overline{رد}$  منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فيلزم  
ان يكون زاويتا  $\overline{مرح}$   $\overline{ره}$   $\overline{رد}$   $\overline{ره}$  اعظم من قائمتين وهما اصغر  
منهما بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف واما اذا كان عمود  $\overline{ره}$  واقعا  
على ضلع  $\overline{آب}$  بعد اخراجه في جهة  $\overline{آ}$  لا بد وان يقطع ضلع  $\overline{آح}$  على  
نقطة فليقطع على نقطة  $\overline{ط}$  فتكون زاوية  $\overline{رط آ}$  الخارجة من مثلث  
 $\overline{آط}$  اعظم من زاوية  $\overline{آط}$  القائمة بالشكل السادس والعشرين من الاولي  
فهى

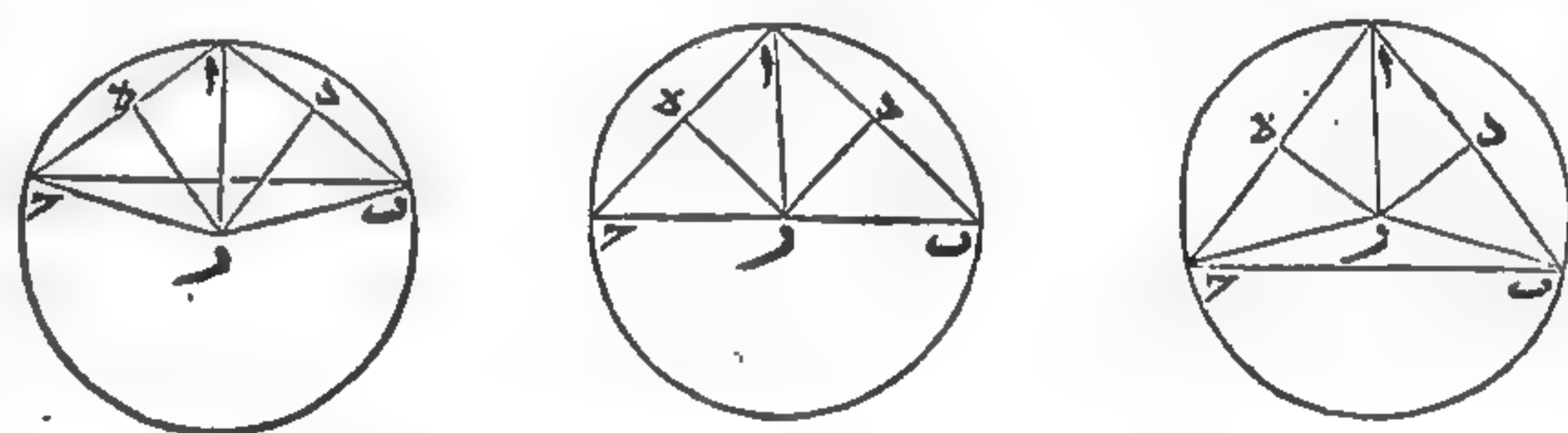
فهي منفرجة فزاوية  $\widehat{رط}$  حادة بالشكل الثالث عشر من الاولي فعمود  
 $\widehat{رد}$  حبيذ اما ان يقع علي نقطة  $\widehat{ح}$  او علي ضلع  $\widehat{آ}$  بعد اخراجه في جهة  
 $\widehat{ح}$  وذلك غير ممكن لما بينا او علي نقطة بين نقطتي  $\widehat{ط}$   $\widehat{ح}$  او علي نقطة  $\widehat{ط}$   
او علي نقطة  $\widehat{آ}$  او علي ضلع  $\widehat{آ}$  بعد اخراجه في جهة  $\widehat{آ}$  في الصور الاربع  
يكون عمود  $\widehat{رد}$  مساويا للعمود  $\widehat{مرح}$  لما بينا فهو مساو لعمود  $\widehat{ره}$  لان الزاوية  
العظمي من كل مثلث يوترها الضلع الاطول بالشكل التاسع عشر من  
الاولي يكون ضلع  $\widehat{رط}$  في الصورة الاولي اعظم من عمود  $\widehat{رد}$  فهو اعظم من  
عمود  $\widehat{ره}$  فيكون جزء مقدرا اعظم منه هذا خلف وفي الصورة الثانية  
يلزم ان يكون  $\widehat{رط}$  مساويا للعمود  $\widehat{رد}$  فيكون مساويا للعمود  $\widehat{ره}$  فيكون  
جزء مقدرا مساويا له هذا خلف وفي الصورتين الثالثة والرابعة يكون  
في مثلث  $\widehat{رط}$  زاوية  $\widehat{رط}$  قائمة وزاوية  $\widehat{رطد}$  منفرجة فيلزم ان يكون  
زاويتا مثلث اعظم من قائمتين وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من  
الاولي هذا خلف فعمود  $\widehat{ره}$  انما يقع علي ضلع  $\widehat{آب}$  فيما بين نقطتي  $\widehat{آ}$   $\widehat{ب}$   
وحبيذ تبين ان عمود  $\widehat{رد}$  انما يقع علي ضلع  $\widehat{آ}$  فيما بين نقطتي  $\widehat{آ}$   $\widehat{ح}$  لانه  
حبيذ لا يمكن ان يقع علي  $\widehat{ح}$  ولا علي ضلع  $\widehat{آ}$  بعد اخراجه في جهة  $\widehat{ح}$   
لما بينا ولا علي نقطة  $\widehat{آ}$  والا لكان ضلعا  $\widehat{رد}$   $\widehat{ره}$  متساويين لانها مساويان  
ضلع  $\widehat{مرح}$  لما بينا فيكون زاويتا  $\widehat{رد}$   $\widehat{ره}$  متساويين بالشكل الخامس من  
الاولي لكن زاوية  $\widehat{رد}$  التي هي اصغر من الزاوية المجاورة لزاوية  $\widehat{ردح}$   
القائمة حادة فتكون زاوية  $\widehat{ره}$  القائمة حادة هذا خلف ولا يمكن ان  
يقع علي ضلع  $\widehat{آ}$  بعد اخراجه في جهة  $\widehat{آ}$  لانه حبيذ يقطع ضلع  $\widehat{آب}$   
فلينقطع علي نقطة  $\widehat{آ}$  فلان زاوية  $\widehat{ره}$  قائمة فزاوية  $\widehat{راه}$  تكون حادة  
بالشكل السابع عشر من الاولي فيكون ضلع  $\widehat{راه}$  اعظم من ضلع  $\widehat{ره}$   
المساوي لضلع  $\widehat{رد}$  فيكون ضلع  $\widehat{راه}$  جزء  $\widehat{رد}$  واعظم منه هذا خلف  
فاعمد  $\widehat{مرح}$   $\widehat{ره}$   $\widehat{رد}$  متساوية فاذا جعلنا نقطة  $\widehat{ر}$  مركزا ورسمنا عليه  
بعد  $\widehat{مرح}$  مثلا دائرة  $\widehat{رحد}$  فان محيطها يمر علي نقطتي  $\widehat{ه}$   $\widehat{د}$  فاضلاع  
مثلث  $\widehat{آب}$   $\widehat{ر}$   $\widehat{ه}$   $\widehat{د}$   $\widehat{ر}$   $\widehat{ح}$  باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة  
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل مثلث مفروض مستقيم الاضلاع لنا ان



نرسم عليه رأياً

ليكن المثلث  $ABC$  فننصف ضلعي  $AB$   $AC$  علي نقطتي  $D$   $E$  بالشكل  
 العاشر من الاول ونخرج من نقطتي  $D$   $E$  عمودي  $DM$   $EN$  علي ضلعي  $AB$   $AC$   
 بالشكل الحادي عشر من الاول فلانا اذا وصلنا بين نقطتي  $D$   $E$  بخط  
 مستقيم كانت زاويتا  $DEM$   $EN$  قائمتين فاذا اخرج العمودان  
 في جهة وتر  $BC$  يلتقيان فليلتقيا علي نقطة  $O$  ونصل  $BO$   $CO$   $AO$  بخطوط  
 مستقيمة فلان زاوية  $B$   $DO$  زاوية  $C$   $DO$  وضلع  $BO$   $CO$  كضلع  $AO$  وضلع  
 $DO$  مشترك بين مثلثي  $BDO$   $COO$  فبالشكل الرابع ضلع  $BO$   $CO$  كضلع  $AO$   
 وبمثلته تبين ان ضلع  $BO$   $CO$  كضلع  $AO$  فاضلاع  $BO$   $CO$   $AO$  الثلاثة متساوية  
 فاذا جعلنا نقطة  $O$  مركزا وادرنّا بعد احد الاضلاع دائرة فان محيطها  
 يمر علي نقطتي  $B$   $C$   $A$  فاضلاع مثلث  $ABC$  يقع داخلها بالشكل الثاني من  
 الثالثة فمحيطها يماس زواياه علي نقطتي  $B$   $C$   $A$  فالحكم ثابت وذلك ما  
 اردنا ان نبينه



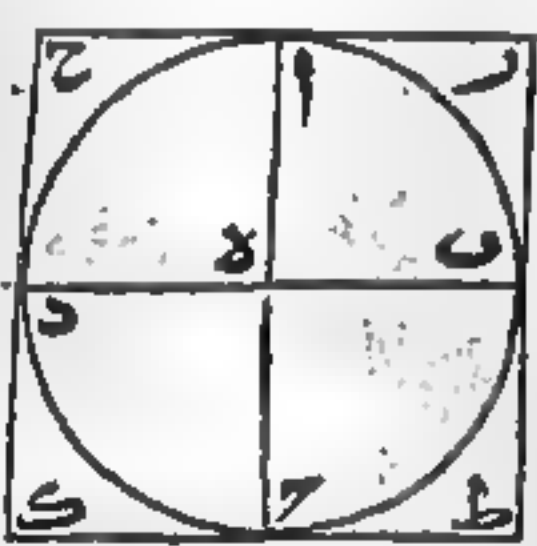
كل دائرة مفروضة لنا ان نرسم فيها مربعاً \*

ليكن الدائرة  $\widehat{AB\Gamma}$  فاجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة وليكن نقطة  $\delta$  ونصل بينها وبين نقطة علي محيطها وليكن نقطة  $\alpha$  بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته الي ان ينتهي الي المحيط فليكنه علي نقطة  $\epsilon$  ونخرج من المركز علي قطر  $\alpha\epsilon$  عمود  $\beta\gamma$  بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في جهته الي ان ينتهي الي المحيط فليكنه علي نقطتي  $\beta$  و  $\gamma$  ونصل بين نقط  $\alpha\beta$  و  $\alpha\gamma$  بخطوط مستقيمة فهي تقع داخل دائرة  $\widehat{AB\Gamma}$  بالشكل الثاني

الثاني من الثالثة فاقول ان شكل  $\triangle ABC$  مربع برهانه فلان ضلعي  $AB$   
 $AC$  متساويان فبالشكل الخامس من الاولي زوايا  $\angle BAC$   $\angle ABC$  متساويتان  
 ولان كل مثلث فان زواياه الثلث كقائمتين بالشكل الثاني والثالثين من  
 الاولي وزاوية  $\angle A$  قائمة فكل واحد من زاويتي  $\angle B$   $\angle C$   
 $\angle B$   $\angle C$  نصف قائمة وبمثله تبين ان كل واحدة من زوايا  
 $\angle B$   $\angle C$   $\angle D$   $\angle E$   $\angle F$   $\angle G$  نصف قائمة فكل  
 واحدة من زوايا  $\angle B$   $\angle C$   $\angle D$   $\angle E$   $\angle F$   $\angle G$  قائمة ولان  
 نقطة  $H$  مركز دائرة  $\triangle ABC$  فصلها  $AH$   $\angle B$  وزاوية  
 $\angle C$  من مثلث  $\triangle ABC$  تساوي ضلعي  $BC$   $\angle D$  وزاوية  
 $\angle E$  من مثلث  $\triangle BCD$  كل لنظيره فبالشكل الرابع من الاولي يكون ضلع  
 $AB$  كضلع  $BC$  وبمثله تبين ان كل واحد من ضلعي  $AD$   $DE$   $EF$   $FG$   $GA$  يساوي ضلع  
 $BC$  فاضلاع  $AB$   $BC$   $CD$   $DE$   $EF$   $FG$   $GA$  متساوية فذو اربعة اضلاع  $\triangle ABC$  مربع  
 فمحيط دائرة  $\triangle ABC$  ملاق لزوايا المربع على نقط  $A$   $B$   $C$   $D$   $E$   $F$   $G$   $H$  وغير قاطع  
 ضلعا من اضلاعه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل دائرة مفروضة لنا أن نرسم عليها مربعاً

لتكن الدائرة  $أ ب د$  فنجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة وليكن نقطة  $هـ$  ونصل بين نقطة  $ب$  علي محيطها وبين المركز بخط مستقيم ونخرجه الي ان ينتهي الي محيطها وليكنه علي نقطة  $د$  ولنخرج من نقطة  $هـ$  عمودا علي قطر  $ب د$  بالشكل الحادي عشر من الاول ونخرجه في جهته الي ان ينتهي الي المحيط وليكنه علي نقطة  $آ$  ونخرج من نقط  $آ ب د$  عمدة علي قطري  $آ د$  فهي تماس دائرة  $أ ب د$  باستبانة الشكل الخامس عشر من





الرابع والثلاثين من الاول ضلعا رط ح ا يساويان قطر ا ح فهما متساويان  
وضلعا مر ح ط ا يساويان قطر ب د فهما متساويان والقطران متساويان  
فاضلاع مر ح ح ا ط ط ر من شكل ر ا متساوية ولان كل واحدة من  
الزوايا التي عند نقطة ه قائمة فكل واحدة من الزوايا التي عند نقط ر ح  
ا ط قائمة بالشكل الرابع والثلاثين من الاول فذو اربعة اضلاع ر ا مربع  
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

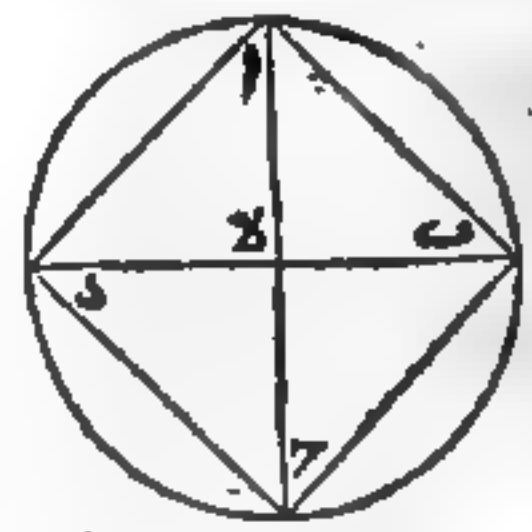
### كل مربع مفروض لنا ان نرسم فيه دائرة

ليكن المربع ا ب ح د فننصف كل واحد من ضلعي ا ب ا د علي نقطتي ر ه  
بالشكل العاشر من الاول ونخرج من كل واحدة من نقطتي ر ه عمودي ر ط  
ه ح علي ضلعي ا ب ا د بالشكل الحادي عشر من الاول  
ولان كل واحدة من زوايا ط ر ب ح ه ا ح د قائمة  
وكل واحدة من زوايا المربع ايضا قائمة فعمود ط ر  
يوازي كل واحد من ضلعي ا د ب ح وعمود ه ح يوازي  
كل واحد من ضلعي ا ب د ح بالشكل الثامن والعشرين  
من الاول فاذا اخرجنا العمودين الي داخل المربع علي  
استقامتهما ينتهي عمود ر ط الي ضلع د ح فليبتنه الي نقطة ط وعمود ه ح  
الي ضلع ب ح فليبتنه الي نقطة ح ولا بد ان يتقاطعا فليبتنا علي نقطة  
ا فاقول انها مركز دائرة يحيط بها المربع برهانه ولان اضلاع مربع ا ب  
متساوية فانصافها متساوية فخطوط ا ر ر ب ا ه د متساوية وكل  
واحد من سطوح ا ا د ا ر ا ب متوازي الاضلاع فالاضلاع المتقابلة من  
كل منها متساوية بالشكل الرابع والثلاثين من الاول فخطوط ا ر ا ه ط  
ا ح متساوية فاذا جعلنا نقطة ا مركزا ورسمنا عليه بعد خط ا ر دائرة  
فان محيطها يمر علي نقط ر ه ط ح ولان كل واحدة من الزوايا التي عند  
نقطتي ر ه قائمة و اضلاع المربع متوازية فكل من الزوايا التي عند نقطتي  
ح ط قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاول فاضلاع المربع تماس  
الدائرة علي نقط ط ه ر ح باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة  
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

### كل مربع مفروض لنا ان نرسم عليه دائرة

ليكن المربع ا ب ح د فخرج منه قطري ا ح ب د فلا بد ان يتقاطعا  
فليبتنا علي نقطة ه فاقول انها مركز دائرة تحيط بمربع ا ب ح د برهانه  
فلان ضلعي ا ب ا د وزاوية ب ا د من مثلث ا ب د متساوية لضلعي ا ب  
ب ح وزاوية

ب ح وزاوية ا ب ح من مثلث ا ب ح فبالشكل الرابع من الاول قاعدة  
ب د كقاعدة ا ح وزاوية ا ب د كزاوية ب ا ح ومثله تبين ان زاوية ا ب ح



من مثلث ا ب ح كزاوية د ب ح من مثلث ب د ح فكل  
من ضلعي ا ه ح يساوي ضلعي ه ب بالشكل السادس من  
الاول فهما متساويان فكل منهما نصف قطر ا ح وكان  
قطرا ا ح ب د متساويين فضلعا ب ه د متساويان  
فاضلاع ا ه ب ه ح د متساوية فاذا جعلنا نقطة

مركزا ورسمنا عليها بعد ا ه مثلا دائرة فان محيطها يمر علي نقط ا ب ح د  
فاضلاع مربع ا ب ح د واقعة داخل دائرة ا ب ح د بالشكل الثاني من  
الثالثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

وبين في اصلي الثابت والحاج هذا الشكل بهذا الطريق فلان ضلع ا ب  
كضلع ا د تكون زاويتا ا ب د ا د ب متساويتين بالشكل الخامس من  
الاول وزاوية ب ا د قائمة وكل مثلث زواياه الثلث كقائمتين بالشكل  
الثاني والثلاثين من الاول فكل من زاويتي ا ب د ا د ب نصف قائمة ومثله  
تبين ان كل واحدة من زوايا ا ب ا ح ا ب ح د ب د ح نصف قائمة فيكون  
ضلع ب ه كضلع ح ه وضلع ا ه كضلع ب ه وضلع د ه كضلع ا ه بالشكل  
السادس من الاول فليكون اضلاع ا ه د ه ح ه ب ا اربعة متساوية فاذا  
جعلنا نقطة ه مركزا وادنا بعد احداهما دائرة فان محيطها يمر علي نقط  
ا ب ح د

واستبان منه ان مربع نصف قطر الدائرة المحيطة بالمربع نصف مربع  
ضلع المربع لان اضلاع المثلثات الواقعة في مربع ا ب ح د متساوية علي  
التناظر فبالشكل الثامن من الاول زواياه المتناظرة متساوية فمربع ضلع  
ضعف مربع نصف قطر المحيط بالدائرة بالشكل السابع والاربعين من  
الاول

لنا ان نعمل مثلثا متساوي الساقين كل واحد  
من الزاويتين اللتين عند القاعدة ضعف الزاوية  
التي عند راسه

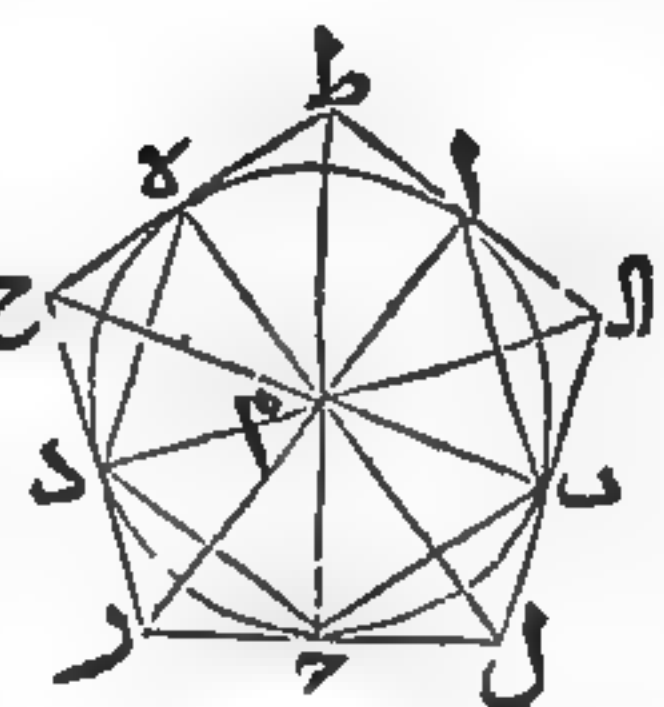
ليكن ا ب خطا مستقيما محدودا مفروضا فنقسمه علي نقطة ح فسمه  
يكون سطح ا ب في ب ح كربع ا ح بالشكل الحادي عشر من الثانية ونرسم  
علي نقطة ا وبعده ا ب دائرة ب د ه ونرسم فيها وتر ب د يساوي خط  
ا ح بالشكل الاول ونصل ا د فاقول ان مثلث ا ب د هو المطلوب برهانه  
نصل ح د بخط مستقيم ونرسم علي مثلث ا ح د دائرة ا ح د بالشكل





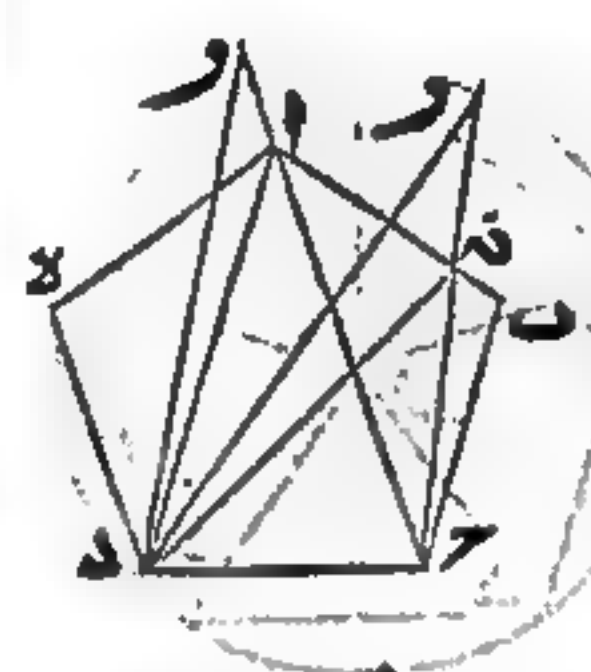


المتناظرة فجميع زوايا المثلثات التي عند نقطة م متساوية وهي زوايا أم د م د م ج م ب م أ ونخرج من كل واحدة من نقط أ ب ج د ه اعمدة على انصف اقطار دائرة أب ح د ه التي هي خطوط أم د م ج م ب م باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولي فالاعدة تماس الدائرة باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة ونخرجها في الجهتين الي ان يتلاقى لان كل زاويتين محيط بها وترتفع مع عمودين هما اقل من قائمتين فليتلاقى على نقط ح ر ل ط فشكل ح ر ل ط خماس متساوي الاضلاع والزوايا برهانه نصل بين نقطة م وبين كل واحدة من نقط ح ر ل ط بخط مستقيم فلان سطح م ر وما يتصل به الي المحيط فيما هو خارج منه من دائرة أب ح مربع كل واحد من خطي رد ر بالشكل الخامس والثلاثين من الثالثة فمهما متساويان وبمثله تبين ان خط ح د مثل ح و ط مثل ط ا والا مثل ا ب و ب مثل ل ح ولان اضلاع كل واحد من مثلثي ح م ر د م ر المتناظرة متساوية فبالشكل الثامن من الاولي زاويتي ح م ر د م ر متساويتان وكذلك زاويتي ح م ر د م ر وكل من زاويتي ح م ر د م ر نصف زاوية ح م د فخط م نصف زاوية ح م د وبمثله تبين ان كل واحدة من الزاويتين اللتين عند نقط ح ر ل ط متساويتان وان خط ح م نصف زاوية د م ه وخط ط م نصف زاوية ا م ه وخط ا م نصف زاوية ا م ب وخط ل م نصف ب م ه وهذه الزوايا الخمسة المنصفه بنوا انها متساوية فالزوايا العشر التي عند نقطة م متساوية ولان زاويتي ح م ر د م ر مثلث ح م ر يساويان زاويتي ل ح م ل م د م من مثلث ل م د م كل لنظيره وضيع ح م مشترك بين مثلثي ح م ر ل م د م فمهما متساويان بالشكل السادس والعشرين من الاولي فضيع ح ل كضيع ح ر وزاوية م ل ح كزاوية م ر ح وزاوية بل ح ضعف زاوية م ل ح وزاوية د ر ح ضعف زاوية م ر ح فزاويتي بل ح د ر ح متساويتان وبمثله تبين ان زوايا الثلاثة التي عند نقط ح ط ا متساوية ومتساوية لزاويتي بل ح د ر ح وان خطوط ح ر ل ط د ر ح ه ط ا ط ا ب ا ب ل العشرة متساوية فاضلاع ح ر ل ل ا ط ط ح الخمسة متساوية لان كلا منها ضعف احد الخطوط العشر المتساوية فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين واستبان منه ان كل خماس متساوي الاضلاع الواقع في دائرة ينقسم الي خمسة مثلثات متساويان الاضلاع النظائري



كل خماس مفروض متساوي الاضلاع والزوايا لنا ان نرسم

ان نرسم فيه دائرة



ليكن الخمس أب ح د ه ولنصف زاويتي ب ح د ح د ه بالشكل التاسع من الاولي بخطي ح د ه فمهما يلتقيان داخل الخمس والا فليكن الالتقاء خارج الخمس فليخرج خط ح د ه على نقطة م من خط ا ب ا و على نقطة ا ونصل خطي م د م ا فلان في مثلث ب ح د ضلعي ب ح د ه وزاوية بينهما يساوي ضلعي د ح د ه وزاوية بينهما من مثلث د ح د ه فبالشكل الرابع من الاولي زاوية ح د ه مساوية لزاوية ح د ه يساوي زاوية ح د ه هذا خلف وايضا فلان ضلعي ب ح د ه وزاوية بينهما من مثلث ب ح د ه يساوي ضلعي د ح د ه وزاوية بينهما من مثلث د ح د ه فبالشكل الرابع من الاولي زاوية ا ب ح مساوية لزاوية ا ب ح تساوي زاوية ح د ا هذا خلف وبمثله تبين ان خط د ر لا يمكن ان يخرج على نقطة بين نقطتي ا ه ا و على نقطة بين نقطتي د ه ا وان خطي ح د ه د ر لا يمكن التقائهما على نقطة من احد ضلعي ا ب ب ج فلا بد وان يلتقيان داخل الخمس فليتقيا على نقطة ر ونخرج منها اعمدة على كل واحد من اضلاع الخمس بالشكل الثاني عشر من الاولي وهي خطوط ر ح ر ط ر ل ر م فاقول انها متساوية برهانه نصل ر ه ر ا ر ب بخطوط مستقيمة فلان ضلع ب ح ح ر وزاوية ح التي بينهما من مثلث ب ح د ه يساوي ضلعي ح د ه وزاوية ح التي بينهما من مثلث د ح د ه فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة ب ر كقاعدة د ر وزاوية ح ب ر كزاوية ح د ر لكن زاوية ح د ر نصف زاوية ح د ه المساوية لزاوية ح د ا فزاوية ح ب ر نصف زاوية ح د ا وبمثله تبين ان كل واحدة من زوايا الخمس الباقية منصفه بالخطوط المستقيمة الخارجة من نقطة ر اليها ولان زاويتي ر ح د ه من مثلث ر ح د ه يساويان زاويتي ر ح م ر م د م من مثلث ر ح م ر ح مشترك بينهما فبالشكل السادس والعشرين من الاولي عمود م ر عمود م د وبمثله تبين ان اعمدة ر ط ر ل ر م متساوية ومتساوية لعمودي م ر م د فبالاعدة الخمسة متساوية فاذا جعلنا نقطة ر مركزا ورسمنا عليها ببعد احد الاعمدة دائرة فمحيطها يمر على نقط ح ط ا ل م و اضلاع الخمس عمود على الاعمدة فهي تماس الدائرة باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خماس مفروض متساوي الاضلاع والزوايا

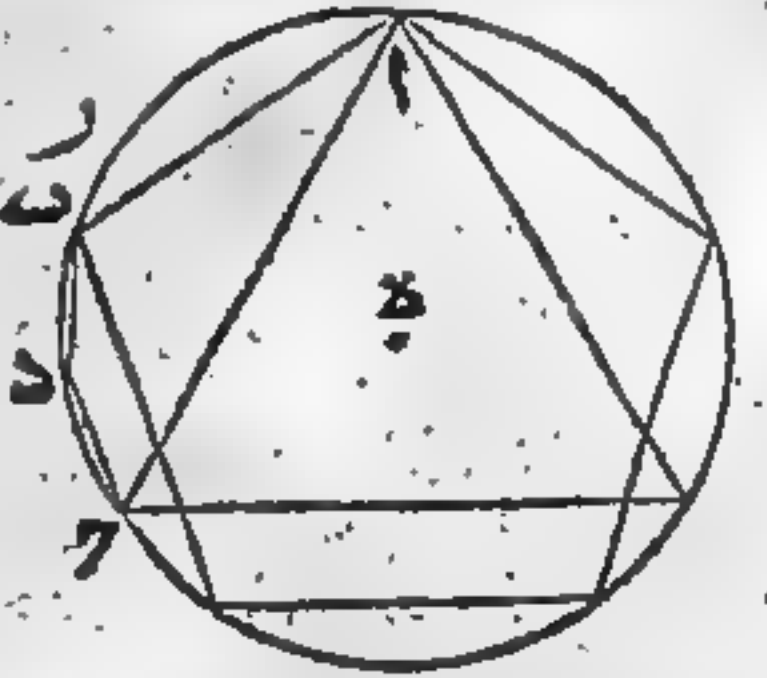






كل دائرة مفروضة لنا ان نرسم فيها شكلا ذا خمسة

عشر ضلعا متساوية



فلتكن الدائرة  $أ ب$  فنجعل مركزها بالشكل الأول من الثلاثة ولتكن نقطة  $هـ$  ونرسم على نقطة  $ر$  من محيطها وببعد  $هـ$  دائرة  $أ ح$  فنقطع دائرة  $أ ب$  لما بيننا في الشكل الأول من الأولي فنقطع على نقطتين بالشكل العاشر من الثلاثة ولتكن نقطتي  $آ$  فنصل بينهما بخط  $آ ح$  المستقيم فهو وتر ثلث دائرة  $أ ب$  باستبانة الشكل المتقدم ونرسم في دائرة  $أ ب$  نجس متساوي الاضلاع والزوايا بالشكل الحادي عشر وليكن احد اضلاع خط  $أ ب$  فاذا توهمنا محيط دائرة  $أ ب$  مقسوما بخمسة عشر قسما متساوية انقسمت قوس  $أ ب$  بخمسة اقسام منها قوس  $أ ب$  بثلاثة اقسام فيكون حصة قوس  $ب ح$  قسما فننصفها بالشكل التاسع والعشرين من الثلاثة على نقطة  $د$  ونصل وتر  $ب د$  فلو رسمنا في الدائرة امثال وتر  $ب د$   $د ح$  متتالية بالشكل الأول الى ان يعود الى المبدأ يتم الشكل ولنا ان نرسم على الدائرة هذا الشكل وفيه وعليه دائرة كما رسمنا في الخامس وذلك ما اردنا ان نبين

تمت المقالة الرابعة بعون الله وتوفيقه

## المقالة الخامسة عشر وشكلا

تقدير احد المقدرات بالآخر وذلك لا يتبقي الا اذا كانا متجانسين هو اضافة احد هما الى الاخر في القدر فالنسبة اضافة واحد المقدرات المتجانسين الى الاخر في القدر فان قدره مرة واحدة فهي المساواة او مزان ولم يبق من الاخر فضلة فهي باعتبار المقدار الى المقدار جزء وبالعكس ضعف او اضعاف وان بقيت فضله وشكلنا بقدر بها وبكل فضله بعدد المقدار وكل فضله تلبيها فاما ان ينتهي الى فضله تستعرف بالتقدير ما يلبيها قبلها واما ان لا ينتهي فان انتهى فكل من المقدارين اضعاف لمقدار بعينه فهو بقدرها ويقال لهما المشترك وان لم ينتهيه فهما متباينان اي ليس احدهما بقدر الاخر ولا ثالث بقدرهما

اما الاول

اما الاول فليكن  $ح د$  قدر  $أ ب$  وبقي منه  $أ هـ$  وهو قدر  $ح د$  وبقي منه  $ح ر$  وهو قدر  $أ هـ$  وافناه فاقول ان  $ح ر$  بقدر كل واحد من مقدار  $أ ب$   $ح د$  برهانه ان  $ح ر$  قدر  $أ هـ$  وهو قدر  $ح د$  بقدر  $أ ب$   $ح د$  بقدر نفسه  $ح ر$  بقدر  $أ هـ$  فبقدر  $ب هـ$  الذي قدره  $ح د$   $ح ر$  بقدر  $ب هـ$  وكان قدر  $أ هـ$   $ح ر$  بقدر  $أ ب$  وكان قدر  $ح د$  فهو بقدر مقدار  $أ ب$   $ح د$   $أ ب$  وكل منهما اضعاف  $ح ر$   $ح ر$  اجزاء  $أ ب$

واما الثاني فلانها لو اشترك كانت الفضلات بالتقدير ينتهي الى فصله تقدير التي يلها قبلها والمقدر خلافا هذا خلافا فكل مقدارين يمكن ان تفصل بعضها على بعض بالتصنيف فهما من نوع واحد لانه يستلزم تقدير احدهما بالآخر او تقدير بعض من احدهما بالآخر ويكون لكل منهما نسبة الى صاحبه باحد الوجوه الاربعة وبالعكس فكل مقدارين متجانسين لاحدهما الى الاخر نسبة قطعا على احد الوجوه الاربعة فان وقعت مثل تلك النسبة بعينها من غير تفاوت اصلا بين دينك المقدارين بعينهما او بين مقدار منهما ومقدار اخر غيرهما او بين مقدارين اخرين غيرهما يقال لهذه المقادير بذلك الاعتبار المتناسبة فالتناسب نسبة النسب ولكل نسبة حدان احدهما المنسوب ويسمى مقدما والاخر المنسوب اليه ويسمى تالبا فان جعل التالي مقدما في نسبة اخري والمقدم تالبا فيها بعينها فاقبل ما يقع فيه التناسب حينئذ المقدرات وان كانا اربعة مقادير في الحقيقة وهذه انما يتبقي في النسب المتساوية والمتماثلة وان جعل التالي مقدما ولم يجعل المقدم تالبا لتالبه بل جعل تالبا شيء اخر فاقبل ما يقع فيه التناسب ثلثه مقادير وان كانت اربعة في الحقيقة

وكل واحد من المقادير المتناسبة هي التي اذا اخذ الاول والثالث منها اي اضعاف كانت من الاضعاف والغير المتناهية بعده واحده والثاني والرابع اي اضعاف كانت بعده واحده مما لانهاية له فان اضعاف الاول اذا كانت زايده على اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زايده على اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة عنه اذا احدثت الاضعاف على الاول ليكن نسبة  $آ$  الى  $ب$  كنسبة  $ح$  الى  $د$  واحد لاح اضعاف بعده ماويه  $هـ$  رولب  $د$  اضعاف بعده ماويه  $ح ط$  فاقول ان كان  $هـ$  زايده على  $ح$  كان  $ب$  زايده على  $ط$  وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا برهانه فلان نسبة  $آ$  الى  $ب$  كنسبة  $ح$  الى  $د$  فان كان  $آ$  زايده على  $ب$  كان  $ح$  زايده على  $د$  وان كان مساويا له كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا و  $هـ$  ر اضعاف لاح بعده واحده فان كان  $هـ$  زايده على  $ب$  كان  $هـ$  زايده



على د وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا وح ط اضعاف لب د بعده واحدة فان كان د زائدا على ح كان زائدا على ط وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا وذلك ما اردنا ان نبين  
 واذا كانت اربعة مقادير وليست نسبة الاول الى الثاني كنسبة الثالث الى الرابع فليس يمكن اذا اخذ اي اضعاف للاول والثالث متساوية العدة والثاني والرابع كذلك ان يكون اضعاف الاول لا يزيد على اضعاف الثاني الا ويزيد اضعاف الثالث على اضعاف الرابع ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا

وينقص عنه  
 فليكن نسبة آ الى ب ليست كنسبة ح الى د واخذ لآ اي اضعاف كانت متساوية العدة وهي ه ر وليت د اي اضعاف كانت متساوية العدة وهي ح ط فلان ه لا يزيد على ح الا ويزيد ر على ط ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنه ه ه اضعاف متساوية لآ قال لا يزيد على ح الا ويزيد ر على ط لا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنه ح ط ه اضعاف متساوية لقدر د ب د قال لا يزيد على ب الا ويزيد ر على د ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنه وكان آ زائدا على ب وح غير زائدا على د او كان متساويا لب وح غير مساويا لآ او كان ناقصا عن ب وح غير ناقص عن د في الوضع هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

### والشكل كالمقدم

فاستبان منه وما يقدر انه اذا كانت اربعة مقادير من جنس واحد او الاول والثاني من جنس والثالث والرابع من جنس آخر وكان اي اضعاف اخذ الاول والثالث متساوية العدة مما لانهاية له واي اضعاف اخذ الثاني والرابع مما لانهاية له على الولاء كانت اضعاف الاول لا تزيد على اضعاف الثاني الا وتزيد اضعاف الثالث على اضعاف الرابع ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنها الا وينقص عنها كانت نسبة الاول الى الثاني كنسبة الثالث الى الرابع  
 اذا كان اربعة مقادير وهي آ ب ح د من جنس واحد او الاول والثاني من جنس والثالث والرابع من جنس آخر وكان اي اضعاف اخذ الاول والثالث وهما آ ح متساوية العدة مما لانهاية له وهي ه ر واي اضعاف اخذ الثاني والرابع وهما ب د متساوية العدة مما لانهاية له وهي ح ط وكانت اضعاف الاول زائدة على اضعاف الثاني واضعاف الثالث غير زائدة

زائدة على اضعاف الرابع فاقول ان نسبة آ الى ب اعظم من نسبة ح الى د برهانه فلان ه اعظم من ح ور ليس باعظم من ط فنسبة ه الى ح اعظم من نسبة ر الى ط وه ر ه اضعاف متساوية العدة لقدر د ب ح فنسبة آ الى ح اعظم من نسبة ح الى ط وح ط ه اضعاف متساوية العدة لقدر د ب د فنسبة آ الى ب اعظم من نسبة ح الى د وذلك ما اردنا ان نبين

كل مقادير متناسبة على الولاء كم كانت فان كانت ثلاثة كانت نسبة الاول الى الثالث كنسبته متناه بالتكرير وان كانت خمسة كانت مربعة وعلى هذا القياس بالغ ما بلغت وتكلم على النسبة المولفة في صدم المقالة السادسة ان شاء الله تعالى فبظهر منه تكرار النسبة

المقادير المتسعة في النسبة والنظر ان يقال فيها نسبة المقدم الى تاليه كنسبة مقدم اخر الى تاليه وهكذا بالغ ما بلغت ولا تصر فيها مقدم تاليا وبالعكس  
 عكس النسبة هو ان تجعل التالي مقدما للمقدم والمقدم تاليا للتالي  
 ابد ال النسبة هو ان نصف المقدم الى المقدم والتالي الى التالي  
 تركيب النسبة هو ان تجعل المقدم والتالي معا مقدما للتالي بعينه  
 تفصيل النسبة هو نسبة فصل المقدم على التالي الى التالي  
 قسمة النسبة هو نسبة المقدم الى فضله على التالي  
 نسبة المساواة ان يكون صنفان من المقادير المتناسبة متساوية العدة كل اثنين كل اثنين من احدهما على نسبة نظيرتهما من الاخر فتؤخذ الاطراف متناسبة على نصف ما فهمما وتترك الاوساط  
 المتناسبة المنتظمة منها ان يكون نسبة مقدم الى تاليه من صنف كنسبة مقدم الى تاليه من صنف اخر ونسبة الثاني من الصنف الاول الى شيء اخر كنسبة تالي الصنف الاخر الى شيء اخر  
 والمتناسبة المضطربة منها ان يكون نسبة مقدم الى تاليه من صنف كنسبة مقدم الى تاليه من صنف اخر ونسبة الثاني من الصنف الاول الى شيء اخر كنسبة شيء اخر الى المقدم من الصنف الاخر

### الاشكال

اي مقادير كانت فان كان في الاول منها من اضعاف الثاني بقدرها في الثالث من اضعاف الرابع فان في جميع الاول والثالث من اضعاف الثاني والرابع



بقدر ما في احدهما من اضعاف صاحبه  
 ا ل يكن في ا ب من اضعاف ه مثل ما في ج د من اضعاف ز فاقول  
 ان مجموع ا ب ج د من اضعاف مجموع ه ز مثل ما في ا ب مثل من  
 اضعاف ه برهانه انا نقسم ا ب بمقدار ه فلتكن اقسامه  
 ا ح ب ونقسم ج د بمقدار ز فلتكن اقسامه ج ط د ففي  
 ا كل واحد من ا ب ج د ضعف قريبه فلان ا ح مثل د و ج ط  
 مثل ز فمجموع ا ح ج ط مثل مجموع ه ز ولان ح ب مثل ه و ط د  
 مثل ز فمجموع ح ب ط د مثل مجموع ه ز ففي مجموع ا ب ج د ضعف  
 مجموع ه ز وذلك ما اردنا ان نبين

اذا كانت مقادير في الاول منها من اضعاف الثاني  
 مثل ما في الثالث من اضعاف الرابع وفي الخامس  
 من اضعاف الثاني مثل ما في السادس من اضعاف  
 الرابع ففي مجموع الاول والخامس من اضعاف الثاني  
 مثل ما في مجموع الثالث والسادس من اضعاف الرابع

ا ل يكن في ا ب الاول من اضعاف ج الثاني مثل ما في د الثالث  
 من اضعاف ز الرابع وفي ب ح الخامس من اضعاف ه الثاني  
 مثل ما في ه ط السادس من اضعاف ز الرابع فاقول ان في جميع  
 ا ح من اضعاف ج مثل ما في جميع د ط من اضعاف ه برهانه  
 فلان عدد ما في ا ب من اضعاف ج يساوي عدد ما في د ه من  
 اضعاف ز وعدد ما في ب ح من اضعاف ه يساوي عدد ما في  
 ه ط من اضعاف ز واذا ازيد على المتساويين المتساويان حصلنا  
 متساويين في ا ح من اضعاف ج مثل ما في د ط من اضعاف ه  
 وذلك ما اردنا ان نبين  
 واستبان منه ان الحكم المذكور لا يقتصر على المقادير الستة  
 بل لو كان في الاول والخامس والسابع والتاسع من اضعاف  
 الاول مثل ما في الثالث والسادس والثامن والعاشر من اضعاف الرابع  
 وعلى هذا النسب الى اي حد نريد فان البرهان ينتظم عليه  
 اذا كانت

اذا كانت اربعة مقادير في الاول منها من اضعاف  
 الثاني مثل ما في الثالث من اضعاف الرابع واخذ  
 للاول والثالث اضعاف كم كانت متساوية العدد فان  
 في اضعاف الاول من الثاني مثل ما في اضعاف

الثالث من الرابع  
 ا ل يكن في ا الاول من اضعاف ب الثاني مثل ما في ج  
 الثالث من اضعاف د الرابع واخذ لاجل اضعاف  
 متساوية بعدة واحدة وفي ه ز ح ط فاقول ان في  
 ه من اضعاف ب مثل ما في ح ط من اضعاف د  
 برهانه نقسم ه ز بقدر ا ب فكل واحد  
 منهما يساوي ا ونقسم ح ط بقدر ج د فكل واحد منهما  
 يساوي ج فلان في ا ه من اضعاف ب مثل ما في ج د وفي  
 ا ز من اضعاف ب مثل ما في د ط من اضعاف ه وفي جميع ه ز  
 ب مثل ما في جميع ح ط من اضعاف د بالشكل الثاني وذلك ما  
 اردنا ان نبين  
 واستبان منه ان الحكم لا يقتصر على المقادير الستة لو كانت ثمانية او  
 عشرة او اثني عشر وعلى هذا النسب الى اي حد فان البرهان ينتظم  
 عليه

اذا كانت مقادير نسبة الاول منها الى الثاني كنسبة  
 الثالث الى الرابع واخذ للاول والثالث اضعاف  
 متساوية العدد كم كانت وللثاني والرابع اضعاف  
 متساوية العدد كم كانت فان نسبة اضعاف الاول الى  
 اضعاف الثاني كنسبة اضعاف الثالث الى اضعاف  
 الرابع



لتكن نسبة  $\bar{A}$  الاول الى  $\bar{B}$  الثاني كنسبة  $\bar{C}$  الثالث  
 الى  $\bar{D}$  الرابع واخذ لاح  $\bar{A}$  ضعاف كم كانت بعدة  
 واحدة وهي  $\bar{E}$  رولب  $\bar{D}$  اضعاف كم كانت بعدة  
 واحدة وهي  $\bar{H}$  ط فاقول ان نسبة  $\bar{E}$  الى  $\bar{H}$  كنسبة  $\bar{A}$   
 الى  $\bar{D}$  برهانه ناخذ له  $\bar{A}$  ضعافا كم كانت بعدة  
 واحدة وهي  $\bar{L}$  م ولح  $\bar{D}$  اضعافا كم كانت بعدة  
 واحدة وهي  $\bar{N}$  سه فلي  $\bar{L}$  من اضعاف  $\bar{A}$  مثل ما في  
 $\bar{M}$  من اضعاف  $\bar{D}$  وفي  $\bar{N}$  من اضعاف  $\bar{B}$  مثل ما في  
 $\bar{N}$  من اضعاف  $\bar{D}$  بالشكل المتقدم ونسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{B}$   
 كنسبة  $\bar{C}$  الى  $\bar{D}$  فل  $\bar{M}$  اما مساويان لن  $\bar{N}$  معا  
 او زائدا ان علمهما او ناقصان عنهما لذلك فاي  
 اضعاف اخذ له  $\bar{A}$  كم كانت بعدة واحدة واي  
 اضعاف اخذ لح  $\bar{D}$  كم كانت بعدة واحدة  
 فاضعاف الاولين اما مساوية لاضعاف الآخرين  
 او زائدة عليها واما ناقصة عنها معا فتحكم  
 المصادرة نسبة  $\bar{E}$  الى  $\bar{H}$  كنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{D}$  وذلك ما  
 اردنا ان نبين  
 واستبان منه ان الحكم لا يقتصر على اربعة مقادير  
 البرهان ولو كانت المتناسبة ستة او ثمانية او عشرة  
 الى اي حد اريد



اذا كان مقداران احدهما اضعاف الآخر بعدة  
ما ونقص منها مقداران احدهما اضعاف الاخر  
بتلك العدة النظير من النظير ففي الباقي من  
الاضعاف اضعاف الباقي من الاجزاء وبتلك العدة

لَيْكِنْ أَبْ أَضْعَافٍ حَرْفٌ بَعْدَهُ مَا وَنَقَصَ مِنْهُمَا آه حَرْفٌ وَآه أَضْعَافٍ حَرْفٌ  
بِئْسَكَ الْعِدَّةُ فَأَقُولُ إِنَّ أَبْ أَضْعَافٍ لَرَدِّ بِئْسَكَ الْعِدَّةُ بَعِيْنَهَا بِرَهَانِهِ نَآخِذُ  
أَطْ أَضْعَافًا لَرَدِّ بِئْسَكَ الْعِدَّةُ فَلَانِ فِي آهٍ مِنْ أَضْعَافٍ حَرْفٌ مِثْلُهُ مَا فِي أَطْ مِنْ  
أَضْعَافٍ رَدٍّ فِي جَمِيعِ طَّهٍ مِنْ أَضْعَافٍ حَرْفٌ مِثْلُهُ مَا فِي آهٍ مِنْ أَضْعَافٍ حَرْفٌ  
بِالشَّكْلِ

بالشكل الاول وكان في اب من اضعاف حـ د مثل ما في آه من  
 اضعاف حـ ر ف اب طه متساويا فاذا القينا آه المشترك بينهما  
 منهما يبقى اط مساويا لهـ ب وكان في اط من اضعاف رـ د مثل  
 ما في اب من اضعاف حـ د فبقي هـ ب من اضعاف رـ د مثل ما في  
 اب من اضعاف حـ د وذلك ما اردنا ان نبين  
 واستبان منه انه اذا نقص من المقدارين الباقيين او من  
 المتقوسين مقداران احدهما اضعاف الاخر بتلك العدة  
 النظم من النظم مرة بعد اخرى الى ما لانهاية له فان الباقي  
 في كل مرة فيهما اضعاف لنظيره بتلك العدة ويكون كل  
 واحد منهما لانهاية له فردا من افراد الدعوي المذكور في  
 اصل الكـ

اذا كان مقداران كل منهما اضعاف المقدار الآخر بعدة  
واحدة ونقص من كل واحد منهما مقدار هو اضعاف  
لذلك المقدار الآخر بعدة واحدة النظير للنظير  
فالباقي من كل واحد من المقدارين اما مساو لذلك  
المقدرا الآخر واما اضعاف له بعدة واحدة النظير  
للنظير

لنكن  $\bar{A}B$  اضعاف  $\bar{A}$  بعدة ما  $\bar{A}$  اضعاف  $\bar{A}$  بتلك  
 العدد بعينها ونقص من  $\bar{A}B$  اضعاف  $\bar{A}$  بعدة ما وتر من  $\bar{A}$   
 $\bar{A}$   $\bar{A}$  اضعاف  $\bar{A}$  بتلك العدد بعينها فاقول ان  $\bar{A}B$   
 ط  $\bar{A}$  اما مساويان له روا اما اضعاف لهما بعدة واحدة  
 برهانه نأخذ  $\bar{A}$  مساويا ل  $\bar{A}$  ان كان  $\bar{A}B$  مساويا له واضعافا ل  $\bar{A}$  بعدة  
 اضعاف  $\bar{A}B$  له فلان في  $\bar{A}B$  من اضعاف  $\bar{A}$  مثل ما في  $\bar{A}$  من اضعاف  
 $\bar{A}B$  اما مثل له او امثال له بعدة ما  $\bar{A}$  مثل ل  $\bar{A}$  او امثال له بتلك  
 العدد بعينها فبالشكل الثاني عدة اضعاف  $\bar{A}B$  له لعدة اضعاف  $\bar{A}$  ل  $\bar{A}$   
 وكان عدة اضعاف  $\bar{A}B$  له كعدة اضعاف  $\bar{A}$  ل  $\bar{A}$  و  $\bar{A}$   $\bar{A}$  متساويان فاذا  
 القينا  $\bar{A}$   $\bar{A}$  المشترك بينهما منهما يبقى ط  $\bar{A}$  مثل  $\bar{A}$  و  $\bar{A}$  مثل  $\bar{A}$  ان كان  
 $\bar{A}B$   $\bar{A}$  و اضعاف ل  $\bar{A}$  بعدة اضعاف  $\bar{A}B$  له فط  $\bar{A}$  مثل  $\bar{A}$  ان كان



حـ ب مثل ة او اضعاف لربعدة اضعاف حـ ب لـه وذلك ما اردنا ان نبين

كل واحدة من نسب المقادير المتساوية الى مقدار واحد متساوية وكل واحدة من نسب مقدار واحد

الى اي المقادير المتساوية متساوية

ليكن آ ب متساويين فاقول ان نسبة آ الى ح كنسبة ب اليه ونسبة ح الى آ كنسبته الي ب برهانه ناخذ لا ب اي اضعاف كانت متساوية العدة وهي دـ ة ولح اي اضعاف اتفقت بعدة ما وهي ر فان كان د يساوي ر كان ة يساويه وان كان زايذا عليه كان ة زايذا عليه وان كان ناقصا عنه كان ة ناقصا عنه وبالعكس اي ان كان ر مساويا لد كان مساويا له وان كان زايذا علي د كان زايذا علي ة وان كان ناقصا عن د كان ناقصا عن ة وذلك اما كان كذلك لان اي اضعاف اخذت لا ب تكون متساوية ان كانت بعدة واحدة فآ ب مقادير اذا اخذ لا ب اضعاف باي عدة ولح اضعاف باي عدة فان كانت اضعاف آ زايذا علي اضعاف ح كانت اضعاف ب زايذا علي اضعاف ح وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فتحكم المضادة نسبة آ الى ح كنسبة ب اليه ونسبة ح الى آ كنسبته الي ب بهذا البيان ايضا وذلك ما اردنا ان نبين

كل مقدارين مختلفين فان نسبة الاعظم منهما الى ثالث اعظم من نسبة اصغرها اليه ونسبة الثالث الى اصغرها اعظم من نسبته الى اعظمها

ليكن آ ب ح مقدارين مختلفين وآ ب اعظمهما ود مقدار ثالث فاقول ان نسبة آ الى د اعظم من نسبة ح اليه ونسبة د الى ح اعظم من نسبته الي آ ب برهانه نفصل من آ ب مثل ح بالشكل الثالث من الاول وهو بـ ة فن قدر بـ ة ب الذي ليس باعظم من الاخر وليكن هو آ لا يخلوا اما ان يكون اعظم من د وليس اعظم منه فان كان اعظم



اعظم منه ناخذ له اضعافا كم كانت وان لم يكن اعظم فنضعفه حتى يزيد اضعافه علي د وليكن الاضعاف مرح ولناخذ لكل واحد من قدر بـ ة اضعافا بعدة ما في مرح من اضعاف آـ ة وليكونا قدر بـ ح ط ال فهما متساويان لتساوي قدر بـ ة بـ ح فلان في مرح من اضعاف آـ ة مثل ما في ح ط اضعاف بـ ة ففي ر ط من اضعاف آ ب مثل ما في مرح من اضعاف آـ ة بالشكل الاول فعدة اضعاف ر ط لقدر آ ب لعدة اضعاف ال لقدر حـ ر ولان كل واحد من قدر بـ ة بـ ح اما مساو لقدر آـ ة او اعظم منه فكل واحد من قدر بـ ح ط ال اما مساو لقدر مرح او اعظم منه فكل واحد من قدر بـ ح ط ال اعظم من قدر د فليضعف د علي الولاء الي اول قدر فريد علي الـ وتكن هي مـ ة فقدر مـ ة اما مساو لقدر الـ او اصغر منه بمقدار هو اصغر من د فاذا زيد علي مـ ة مقدار يساوي د صار مـ ة فقدر مـ ة اعظم من الـ واذا زدنا مرح الذي هو اعظم من د علي ح ط المساوي لكل حصل ر ط فزط اعظم من مـ ة والـ ليس باعظم من مـ ة فنسبة آ ب الي د اعظم من نسبة ح اليه ولان مـ ة الذي هو اضعاف د علي الولاء يزيد علي الـ الذي هو اضعاف ح علي الولاء ولا يزيد علي ر ط الذي هو اضعاف آ ب فنسبة د الي ح اعظم من نسبة د الي آ ب وذلك ما اردنا ان نبين

كل واحد من المقادير التي نسبة كل واحد منها الى مقدار واحد متساوية فهي متساوية وكل واحد من المقادير التي نسبة مقدار واحد الي كل واحد منها

متساوية فهي متساوية

ليكن نسبة آ الى ح كنسبة ب اليه فاقول ان آ يساوي ب برهانه لان آ لو لم يكن مساويا لب لكان اما اعظم منه او اصغر فيكون نسبة آ الى ح اعظم من نسبة ب اليه او اصغر بالشكل المتقدم وكانت نسبة آ الى ح كنسبة ب اليه هذا خلف وان كانت نسبة ح الى آ كنسبته الي ب فآ ب متساويان والا لكان احدهما وليكن آ اعظم من ب او اصغر منه فيكون نسبة ح الى ب اعظم من نسبته الي آ او اصغر بالشكل المتقدم وكانت نسبة ح الى ب كنسبته الي آ هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

اعظم



كل مقادير فان كانت نسبة مقدار منها الى ثالث اعظم من نسبتها اليه فهو اعظمها وان كانت نسبة الثالث الى احدها اعظم من نسبته الى البواقي فهو

اصغر

ليكن نسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{C}$  اعظم من نسبة  $\bar{B}$  اليه فاقول ان  $\bar{A}$  اعظم  
من  $\bar{B}$  برهانه والا لكان  $\bar{B}$  مساويا لـ  $\bar{A}$  او اصغر منه فيكون  
نسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{C}$  حينئذ كنسبة  $\bar{B}$  اليه بالشكل السابع او اصغر  
من نسبة  $\bar{B}$  اليه بالشكل الثامن هذا خلف لان المقدار خلافهما وايضا  
ليكن نسبة  $\bar{C}$  الى  $\bar{B}$  اعظم من نسبته الى  $\bar{A}$  فـ  $\bar{B}$  اصغر من  $\bar{A}$  والا لكان  
مساويا له او اعظم منه فيكون نسبة  $\bar{C}$  الى  $\bar{B}$  كنسبته الى  $\bar{A}$  بالشكل  
السابع او اصغر من نسبته اليه بالشكل الثامن هذا خلف لان المقدم  
ايضا خلافهما فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين هـ

جميع النسب المساوية لنسبة واحدة فتلك النسب

متساوية

لپکن نسبتہ آ آلی ب کنسبتہ ح آلی د ونسبتہ ء  
 آلی ر کنسبتہ ح آلی د فاقول ان نسبتہ آ آلی ب  
 کنسبتہ ء آلی ر برہانہ فلانا اذا اخذنا لا ح  
 ء ای اضعاف اتفقت بعدہ واحدة مما لا یتناہی  
 ولتکن ہی ح ط آ ولب د رای اضعاف  
 اتفقت بعدہ واحدة مما لا یتناہی ولتکن ہی  
 ل م نہ ونسبتہ آ آلی ب کنسبتہ ح آلی د فان کان  
 ح زایدا علی ل کان ط زایدا علی م وان کان  
 مساویا لہ کان مساویا لہ وان کان ناقصا عنہ کان  
 ناقصا عنہ ونسبتہ ء آلی ر کنسبتہ ح آلی د فان  
 کان ا زایدا علی نہ کان ط زایدا علی م وان کان مساویا لہ کان مساویا  
 لہ وان کان ناقصا عنہ کان ناقصا عنہ فان کان ح زایدا علی ل کان آ زایدا  
 علی نہ وان کان مساویا لہ کان مساویا لہ وان کان ناقصا عنہ کان ناقصا عنہ  
 وح آ اضعاف بعدہ واحدة لقدری آ ء ول نہ اضعاف بعدہ واحدة  
 لقدری

القدری

لقدري بـ ر ق ا بـ ر أربعة مقادير اي اضعاف اخذت للاول والثالث  
بعدة واحدة والثاني والرابع بالطريق المذكور فان كانت اضعاف  
الاول زائدة علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زائدة علي  
اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة  
كانت ناقصة فتحكم المصادرة نسبة آ الي ب كنسبة هـ الي م وذلك  
ما اردنا ان نبين

كل واحد من المقادير التي نسبة الاول منها الي  
الثاني كنسبة الثالث الي الرابع ونسبة الثالث  
الي الرابع اعظم من نسبة الخامس الي السادس  
فنسبة الاول الي الثاني منها اعظم من نسبة

الخامس الى السادس

٣  
ع  
ر ح د ع ر  
م ن ه ج ك ط ل  
ف  
٤

فَرَحٌ مِنْ اَضْعَافٍ حَرَجٍ مِثْلُ مَا فِي فَرَصَةٍ مِنْ اَضْعَافٍ عَسَةٍ فِي حَصَةٍ مِنْ  
اَضْعَافٍ حَسَةٍ مِثْلُ مَا فِي فَرَصَةٍ مِنْ اَضْعَافٍ عَسَةٍ بِالشَّكْلِ الْاَوَّلِ فَلَانِ فِي  
حَقِّهِ اَعْنِي اَضْعَافٍ حَرَجٍ اَعْظَمُ مِنْ دَوَقَصَةٍ اَضْعَافٍ لِعَسَةٍ بِتِلْكَ الْعِدَّةِ  
وَعَسَةٍ اَمَّا اَعْظَمُ مِنْ حَرَجٍ اَوْ مَسَاوِلُهُ فَفَرَصَةٍ اَعْظَمُ مِنْ دَ فَتَضْعَفُ دَ  
مَرَّةً بَعْدَ اُخْرَى اِلَى اَنْ يَصِيرَ اَعْظَمُ مِنْ فَرَصَةٍ اَمَّا بِمُقْدَارِ دَ اَوْ بِمَا هُوَ  
اَصْغَرُ مِنْ مُقْدَارِ دَ وَهُوَ مُقْدَارُ اَلْمِ وَلِنَاخِذْ مُقْدَارَةَ اَضْعَافًا بَعْدَةً مَا  
فِي فَرَصَةٍ مِنْ اَضْعَافٍ عَسَةٍ وَالْمُقْدَارُ رَاَضْعَافًا بَعْدَةً مَا فِي اَلْمِ مِنْ اَضْعَافٍ  
دَ وَهِيَ طَلٌّ فَلَانِ نِسْبَةُ عَسَةٍ اِلَى دَ كَنِسْبَةِ اَلْيِ رَاخِذْ لِكُلِّ وَاحِدٍ مِنْ



الاول والثالث اضعاف بعدة واحدة وهما  $\text{ق} \text{هـ}$   $\text{ط}$  والثاني والرابع اضعاف بعدة واحدة وهما  $\text{ل}$   $\text{آ}$  فان كان  $\text{ق} \text{هـ}$  اعظم من  $\text{ل}$  كان  $\text{ط}$  اعظم من  $\text{آ}$  وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا لكن  $\text{ق} \text{هـ}$  ليس بزايد على  $\text{ل}$  فط ليس بزايد على  $\text{ل}$  ولان  $\text{ح} \text{ق} \text{هـ}$  اعظم من  $\text{د} \text{ق} \text{هـ}$  يكون اعظم من  $\text{ل}$  وناخذ لمقدار  $\text{آ}$  اضعافا بعدة ما في  $\text{ح} \text{ق} \text{هـ}$  من اضعاف  $\text{ق} \text{هـ}$  وهو  $\text{م}$  وناخذ لمقدار  $\text{ب}$  اضعافا بعدة ما في  $\text{ل}$  من اضعاف وهو  $\text{ن}$  ولان نسبة  $\text{آ}$  الى  $\text{ب}$  كنسبة  $\text{ق} \text{هـ}$  الى  $\text{د}$  واخذ الاول والثالث منها اضعاف بعدة واحدة وهما  $\text{م} \text{ح} \text{ق} \text{هـ}$  والثاني والرابع اضعاف بعدة واحدة وهما  $\text{ن} \text{ل}$  فان كان  $\text{م}$  زائدا على  $\text{ن}$  كان  $\text{ح} \text{ق} \text{هـ}$  زائدا على  $\text{ل}$  وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا لكن  $\text{ح} \text{ق} \text{هـ}$  اعظم من  $\text{ل}$  فم اعظم من  $\text{ن}$  والا لكان مساويا له او اصغر منه فكان  $\text{ح} \text{ق} \text{هـ}$  مساويا لـ  $\text{ك}$  او اصغر منه وهو اعظم منه هذا خلف فم اعظم من  $\text{ن}$  ف  $\text{ب} \text{د}$  رابعة مقادير اخذ الاول والثالث منها وهما  $\text{آ} \text{هـ}$  اضعاف بعدة واحدة وهما  $\text{م} \text{ط}$  والثاني والرابع اضعاف بعدة واحدة وهما  $\text{ن} \text{ل}$  واضعاف الاول زايد على اضعاف الثاني واضعاف الثالث غير زايد على اضعاف الرابع فنسبة  $\text{آ}$  الى  $\text{ب}$  اعظم من نسبة  $\text{هـ}$  الى  $\text{د}$  وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه انه اذا كانت نسبة الاول

الى الثاني كنسبة الثالث الى الرابع

ونسبة الثالث الى الرابع اعظم من

نسبة الخامس الى السادس وكانت

نسبة الخامس الى السادس كنسبة

السابع الى الثامن فان نسبة الاول الى

الثاني اعظم من نسبة السابع الى الثامن

ولیکن في مقالنا نسبة  $\text{هـ}$  الى  $\text{م}$  كنسبة

$\text{ق} \text{هـ}$  الى  $\text{ر}$  وليكن في  $\text{ش} \text{هـ}$  من اضعاف  $\text{ق} \text{هـ}$

مثل ما في اضعاف  $\text{ط}$  من اضعاف  $\text{هـ}$  وفي

$\text{ت}$  من اضعاف  $\text{ر}$  كما في  $\text{ل}$  من اضعاف

$\text{ر}$  ونسبة  $\text{هـ}$  الى  $\text{م}$  كنسبة  $\text{ق} \text{هـ}$  الى  $\text{ر}$  فان

كان  $\text{ط}$  زائدا على  $\text{ل}$  كان  $\text{ش} \text{هـ}$  زائدا على

$\text{ت}$  وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا لكن  $\text{ط}$  غير

زايد على  $\text{ل}$  ف  $\text{ش} \text{هـ}$  غير زائد على  $\text{ت}$  ف  $\text{ق} \text{هـ}$   $\text{د}$  رابعة مقادير اخذ

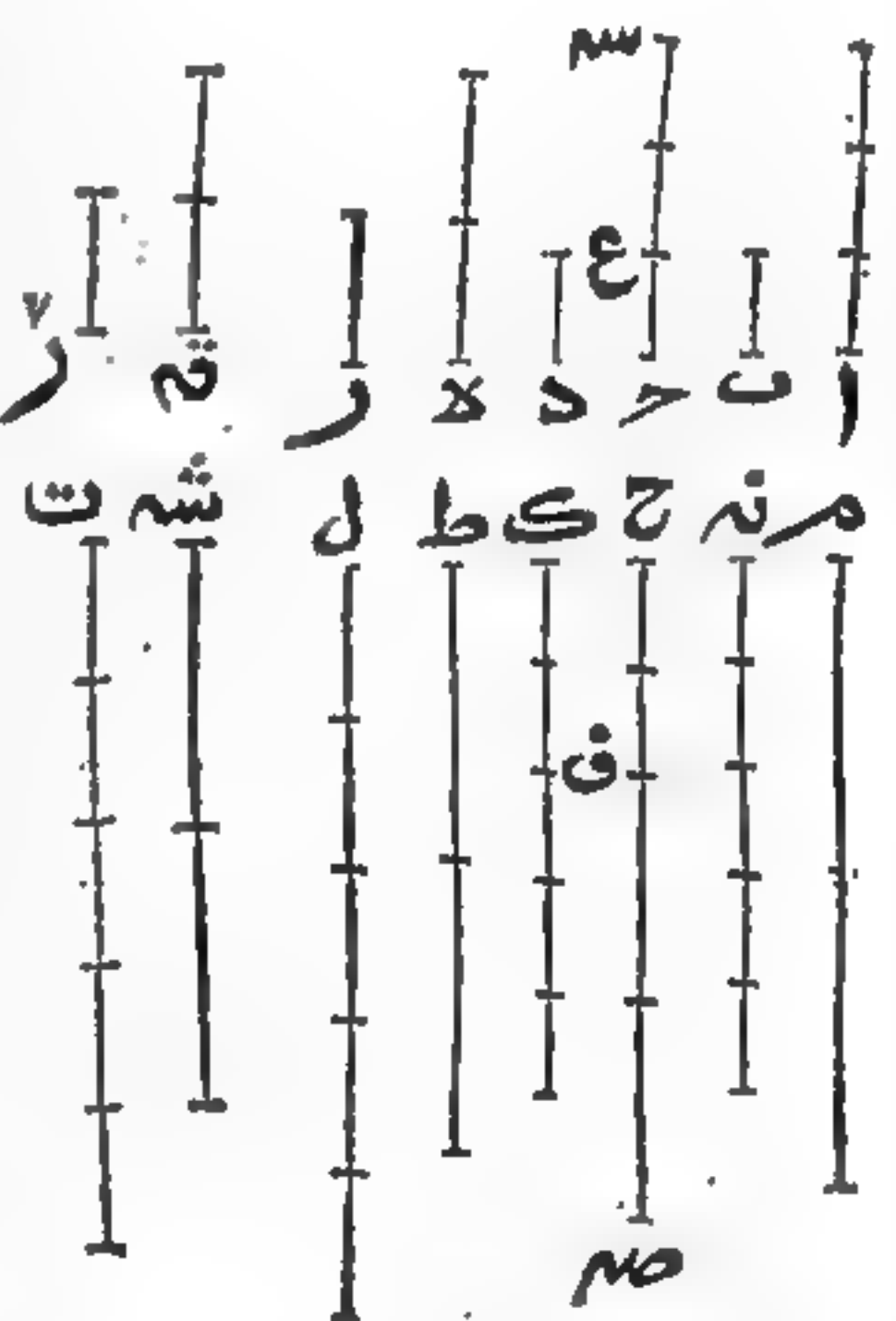
للاول والثالث منها وهما  $\text{ق} \text{هـ}$  اضعاف متساوية العدة وهما  $\text{ح} \text{ق} \text{هـ}$   $\text{ش} \text{هـ}$

واخذ للثاني والرابع وهما  $\text{د} \text{ق} \text{هـ}$  اضعاف متساوية العدة وهما  $\text{ل} \text{ن}$

واضعاف الاول وهي  $\text{ح} \text{ق} \text{هـ}$  زائدة على اضعاف الثاني وهي  $\text{ل} \text{ن}$  واضعاف

الثالث وهي  $\text{ش} \text{هـ}$  غير زائدة على اضعاف  $\text{ر}$  وهي  $\text{ت}$  فنسبة  $\text{ق} \text{هـ}$  الى  $\text{د}$

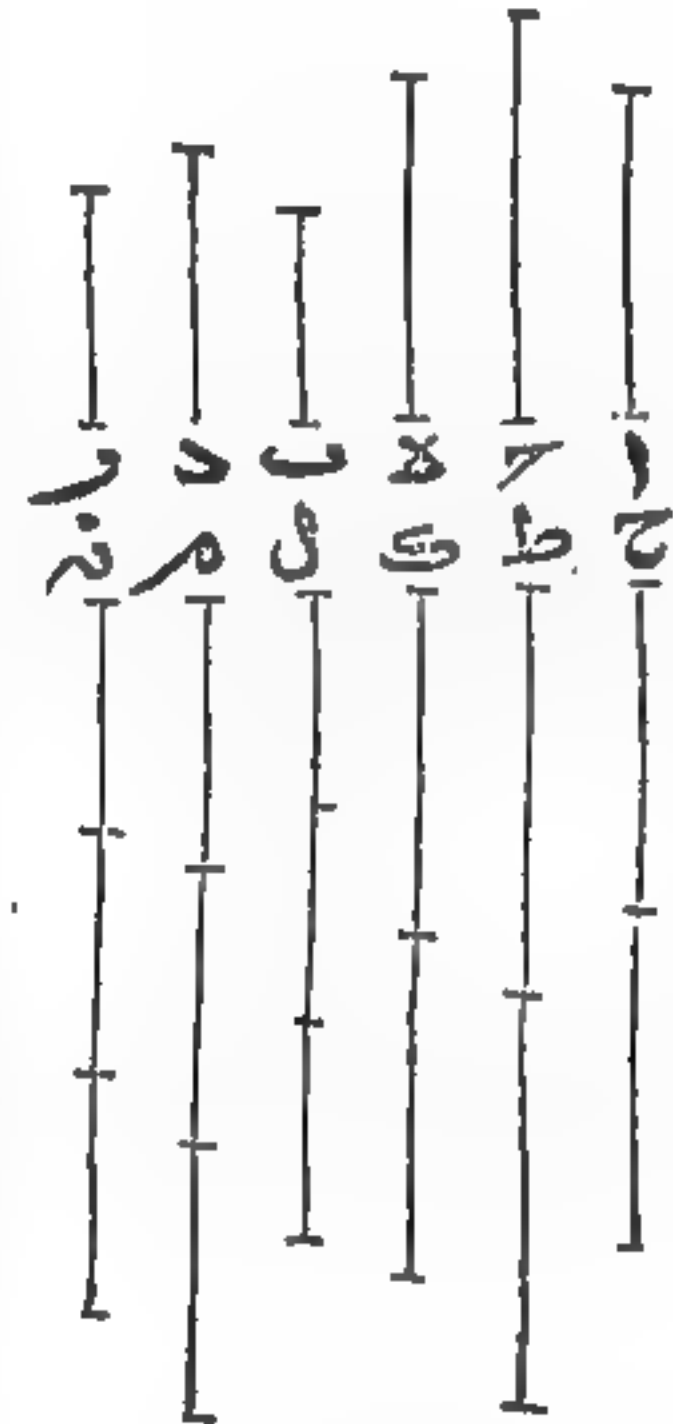
اعظم



اعظم من نسبة  $\text{ق} \text{هـ}$  الى  $\text{ر}$  فنسبة  $\text{آ}$  الى  $\text{ب}$  اعظم من نسبة  $\text{ق} \text{هـ}$  الى  $\text{م}$  وظهر منه ايضا انه اذا كانت نسبة مقادير وكانت نسبة الاول الى الثاني اعظم من نسبة الثالث الى الرابع ونسبة الثالث الى الرابع كنسبة الخامس الى السادس فان نسبة الاول الى الثاني اعظم من نسبة الخامس الى السادس من  $\text{ح} \text{ق} \text{هـ}$   $\text{ك} \text{م}$

جميع المقادير المتناسبة ان يكون نسبة مقدم واحد منها الى ثلاثة كنسبة جميع مقدماتها الى

ثلاثة



لتكن نسبة  $\text{آ}$  الى  $\text{ب}$  كنسبة  $\text{ق} \text{هـ}$  الى  $\text{د}$  وكنسبة

$\text{هـ}$  الى  $\text{ر}$  فاقول ان نسبة  $\text{آ}$  الى  $\text{ب}$  كنسبة مجموع

$\text{آ} \text{هـ}$  الى مجموع  $\text{ب} \text{د}$  برهانه ناخذ لـ  $\text{آ} \text{هـ}$

اضعافا كم كانت بعدة واحدة وهي  $\text{ح} \text{ط}$   $\text{آ}$

ولـ  $\text{ب} \text{د}$  راضعافا كم كانت بعدة واحدة

وهي  $\text{ل} \text{م}$   $\text{ن}$  ونسبة  $\text{آ}$  الى  $\text{ب}$  كنسبة  $\text{ق} \text{هـ}$  الى  $\text{د}$

وكنسبة  $\text{هـ}$  الى  $\text{ر}$  فزيادة  $\text{ح} \text{ط}$   $\text{آ}$  على  $\text{ل} \text{م}$   $\text{ن}$

ونقصانها منها ومساواتها لها معا ولان في  $\text{ح}$

من اضعاف  $\text{آ}$  مثل ما في  $\text{ط}$  من اضعاف  $\text{ق} \text{هـ}$

وفي  $\text{ل}$  من اضعاف  $\text{هـ}$  وفي  $\text{ن}$  من اضعاف  $\text{ب}$

مثل ما في  $\text{م}$  من اضعاف  $\text{د}$  وفي  $\text{ت}$  من اضعاف

$\text{ر}$  ففي  $\text{ح}$  من اضعاف  $\text{آ}$  مثل ما في مجموع  $\text{ح} \text{ط}$   $\text{آ}$  من اضعاف مجموع  $\text{آ} \text{هـ}$

وفي  $\text{ل}$  من اضعاف  $\text{ب}$  مثل ما في مجموع  $\text{ل} \text{م}$   $\text{ن}$  من اضعاف مجموع  $\text{ب} \text{د}$   $\text{ر}$

بالشكل الاول فان  $\text{ح}$  زائدا على  $\text{ل}$  كان مجموع  $\text{ح} \text{ط}$   $\text{آ}$  زائدا على مجموع  $\text{ل} \text{م}$   $\text{ن}$

$\text{م}$   $\text{ن}$  وان كان ناقصا كان ناقصا وان كان مساويا كان مساويا فنسبة  $\text{آ}$  الى  $\text{ب}$

كنسبة مجموع  $\text{آ} \text{هـ}$  الى مجموع  $\text{ب} \text{د}$  وذلك ما اردنا ان نبين

يد

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة فالاول ان كان

اعظم من الثالث كان الثاني اعظم من الرابع وان كان

مساويا كان مساويا وان كان اصغر كان اصغر







ط  $\alpha$  لم منه فلان في ح ط من اضعاف آه مثل ما في ط  $\alpha$  من اضعاف  
 ه ب وفي لم من اضعاف حر مثل ما في م نه من اضعاف رد ففي جميع ح  $\alpha$   
 ل نه من اضعاف اب ح د مثل ما في ط  $\alpha$  م نه من اضعاف ه ب رد بالشكل  
 الاول واضعاف ط  $\alpha$  له ب كاضعاف م نه لرد فاضعاف ح  $\alpha$  ل  $\alpha$  ب كاضعاف  
 ل نه ل ح د وناخذ ايضا لمقارن ب ه ب رد اي اضعاف كانت بعدة واحدة  
 مما لا يتناهي وهي  $\alpha$  سه نزع ففي ط  $\alpha$  الاول من اضعاف ه ب الثاني مثل ما  
 في م نه الثالث من اضعاف رد الرابع وفي  $\alpha$  سه  
 الخامس من اضعاف ه ب الثاني مثل ما في نه ع  
 السادس من اضعاف رد الرابع ففي جميع ط  $\alpha$  سه الاول  
 والخامس من اضعاف ه ب الثاني مثل ما في جميع م ع  
 الثالث والسادس من اضعاف رد الرابع بالشكل  
 الثاني وكان في ح  $\alpha$  من اضعاف اب مثل ما في ل نه من  
 اضعاف ح د ونسبة اب الى ه ب كنسبة ح د الى رد  
 فاب ب ه ح د در اربعة مقادير متناسبة فاذا اخذت  
 للاول والثالث اضعاف بعدة واحدة كم كانت  
 العدة مما لانهاية له والثاني والرابع اضعاف بعدة واحدة كم كانت  
 العدة مما لانهاية له فان كانت اضعاف الاول زائدة على اضعاف الثاني  
 كانت اضعاف الثالث زائدة على اضعاف الرابع وان كانت مساوية  
 كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فتكون زيادة ح  $\alpha$  ل نه على  
 ط  $\alpha$  سه م ع ونقصا عنها مساواتهما لهما معا فاذا القينا ط  $\alpha$  م نه المشترك  
 يكون ان كان ح ط زائدا على  $\alpha$  سه كان لم زائدا على نه نزع وان كان ناقصا  
 كان ناقصا وان كان مساويا كان مساويا فاه ه ب ح د اربعة مقادير اذا  
 اخذ للاول والثالث وهما ا ه ح ر اي اضعاف متساوية العدة مما لانهاية له  
 والثاني والرابع وهما ه ب رد اي اضعاف متساوية العدة مما لانهاية له  
 وكانت اضعاف الاول لا تزيد على اضعاف الثاني الا وتزيد اضعاف  
 الثالث على اضعاف الرابع ولا تساويه الا وتساويه ولا تنقص عنه الا  
 وتنقص عنه فنسبة آه الى ه ب كنسبة ح ر الى رد وذلك ما اردنا ان نبين



كل المقادير المتناسبة المفصلة اذا ركت  
 كانت متناسبة

ليكن نسبة اب الى ب ح كنسبة ده الى ه ر فاقول بالتركيب نسبة ا ح الى  
 ح ب كنسبة د ر الى ر ه برهانه فلانه لو لم يكن كذلك لكانت نسبة ا ح  
 الى ح ب كنسبة د ر الى مقدار اعظم او اصغر من ه ر وليكن الى ما هو  
 اصغر

اصغر من ه ر وهو م ح فيكون بالتفصيل والتقديم نسبة د ح الى ح ر  
 كنسبة اب الى ب ح بالشكل المتقدم وكانت نسبة ده الى ه ر كنسبة  
 اب الى ب ح فبالشكل الحادي عشر نسبة د ح الى ح ر كنسبة  
 ده الى ه ر ولكن د ح اعظم من ده فره اعظم من ه ر بالشكل  
 الرابع عشر فيكون جزء الشيء اعظم من كله هذا خلف  
 فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  
 واستبان من هذا الشكل ومن الشكل المتقدم انه اذا كانت  
 نسبة ا ح الى ح ب بالتركيب كنسبة د ر الى ر ه كانت بالقلب  
 نسبة ا ح الى اب كنسبة د ر الى ده لان بالتفصيل نسبة اب الى ب ح  
 كنسبة ده الى ه ر فبالخلاف نسبة ح ب الى ب ا كنسبة ر ه الى ه د  
 فبالتركيب نسبة ا ح الى اب كنسبة د ر الى ده

كل مقدارين متناسبين فصل منهما مقداران  
 علي نسبتهمما النظير من النظير فالباقيان علي تلك  
 النسبة النظير من النظير

ليكن نسبة اب الى ح د كنسبة آه الى ه ر وفصل من اب آه  
 ومن ح د ح ر فاقول ان نسبة ه ب الى ب ا كنسبة ا ح الى ح د  
 برهانه فلان نسبة اب الى ح د كنسبة آه الى ه ر فبالابدال  
 نسبة اب الى آه كنسبة ح د الى ح ر بالشكل السادس عشر  
 وبالتفصيل نسبة ب ه الى ه ا كنسبة د ر الى ر ح بالشكل السابع عشر  
 وبالابدال نسبة ب ه الى د ر كنسبة ه ا الى ح ر بالشكل السادس عشر  
 وكانت نسبة اب الى ح د كنسبة آه الى ه ر فبالشكل الحادي عشر نسبة  
 ب ه الى د ر كنسبة اب الى ح د ذلك ما اردنا ان نبين

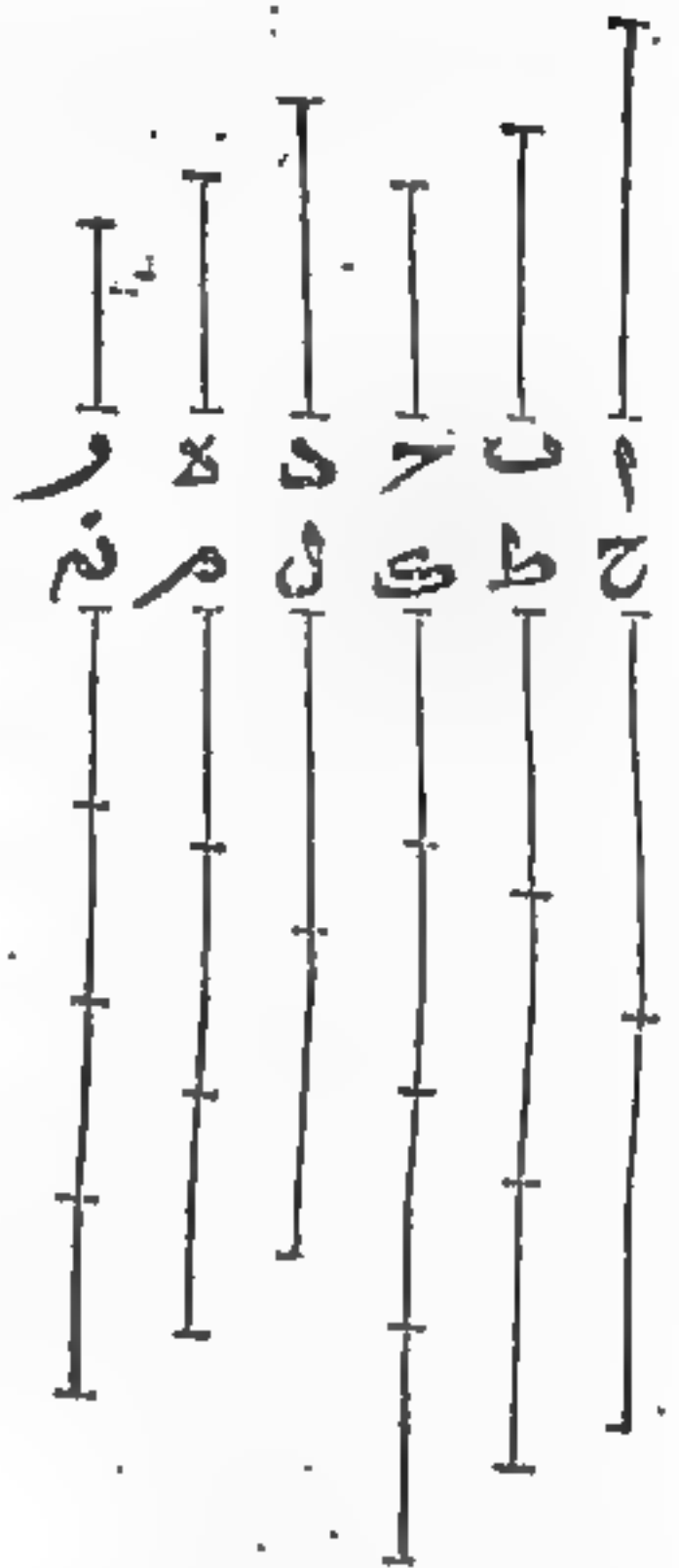
كل صنفين من المقادير متساويي العدة كم كانت  
 العدة وكل اثنين من صنف علي نسبة اثنين من  
 الصنف الاخر وانتظمت النسبة في المساواة ان  
 كان الاول من الصنف الاول اعظم من الآخر منه





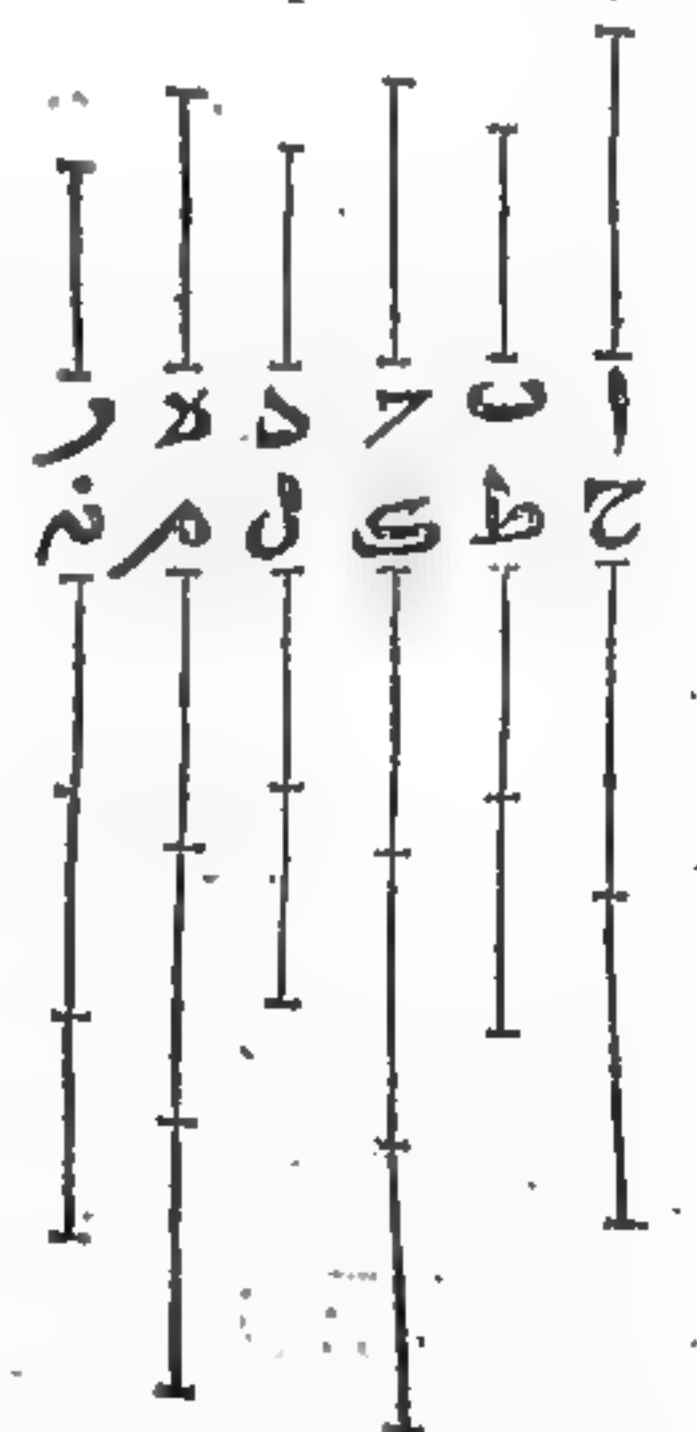


اخر وانتظمت النسبة في الشكل العشرين ان  
كان ح زائدا على آ كان ل زائدا على ن وان  
كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا  
فا ح د ر اربعة مقادير اخذ للاول والثالث  
وهما آ د اضعاف متساوية العدد كم كانت مما  
لانهاية له وهي ح ل والثاني والرابع وهما ح ر  
اضعاف متساوية العدد كم كانت مما لانهاية  
له وهي آ ن و اضعاف الاول ان كانت زائدة على  
اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زائدة  
على اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت  
مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة  
آ الي ح كنسبة د الي ر وذلك ما اردنا ان نبين



كل صنفين من المقادير متساويين في العدد كم  
كانت العدد كل اثنين من صنف على نسبة اثنين  
من صنف آخر واضطربت النسبة في المساواة  
نسبة الاول من الصنف الاول الى الاخير منه  
كنسبة الاول من الصنف الاخر الى الاخير منه

ليكن نسبة آ الي ب كنسبة د الي ر ونسبة ب  
الي ح كنسبة د الي هـ فاقول ان نسبة آ الي ح  
كنسبة د الي ر برهانه ناخذ لثلاثة ا ب د  
اضعافا ما هي اضعاف كانت بعدة واحدة وهي  
ح ط ل ولح د ر اضعافا ما هي اضعاف كانت  
بعدة واحدة وهي آ م ن فبالشكل الخامس  
عشر نسبة ح الي ط كنسبة آ الي ب ونسبة د  
الي ر كنسبة آ الي ب فبالشكل الحادي عشر  
نسبة ح الي ط كنسبة د الي ر ونسبة م الي ن  
كنسبة د الي ر فبالشكل الحادي عشر نسبة  
ح الي ط كنسبة م الي ن ولان ب د ح د اربعة  
مقادير



مقادير متناسبة واخذ الاول والثالث منها اضعاف بعدة واحدة وهي  
ط ل وكذلك الثاني والرابع وهي آ م فبالشكل الرابع نسبة ط الي آ  
كنسبة ل الي م وكانت نسبة ح الي ط كنسبة م الي ن فبالشكل  
الحادي والعشرين ان كان ح زائدا على آ كان ل زائدا على ن وان كان  
مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا فا ح د ر اربعة مقادير اذا  
اخذ للاول والثالث وهما آ د اضعاف متساوية العدد كم كانت وهي ح  
ل والثاني والرابع وهما ح ر اضعاف متساوية العدد كم كانت وهي آ ن  
فاضعاف الاول ان كانت زائدة على اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث  
زائدة على اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت  
ناقصة كانت ناقصة فنسبة آ الي ح كنسبة د الي ر  
وان اخذنا لمقادير آ ب ح د هـ اضعافا ما بعدة واحدة كانت نسبة ح  
الي ط كنسبة م الي ن ونسبة ط الي آ كنسبة ل الي م بالشكل الرابع  
ثم يتم البرهان بالشكل الواحد والعشرين كان البرهان ابسط والثابت  
بن قرعة بينه في كتابه كما بيناه اولاً وذلك ما اردنا ان نبين

كل مقادير نسبة الاول منها الى الثاني كنسبة  
الثالث الي الرابع ونسبة الخامس الي الثاني كنسبة  
السادس الي الرابع فنسبة الاول والخامس معاً الى  
الثاني كنسبة الثالث والسادس معاً الى الرابع

ليكن نسبة آ الي ب كنسبة د الي ر ونسبة ب ح الي ح كنسبة د ط  
الي ر فاقول ان نسبة آ ح الي ح كنسبة د ط الي ر برهانه  
فلان نسبة آ ب الي ح كنسبة د هـ الي ن وبالحلاف نسبة  
ح الي ب كنسبة ر الي هـ فبالشكل الثاني والعشرين  
نسبة آ ب الي ب ح كنسبة د هـ الي هـ ط وبالتركيب نسبة  
آ ح الي ب ح كنسبة د ط الي هـ ط بالشكل الثاني عشر  
ونسبة ب ح الي ح كنسبة هـ ط الي ن فبالشكل الثاني  
والعشرين نسبة آ ح الي ح كنسبة د ط الي ر وذلك ما  
اردنا ان نبين

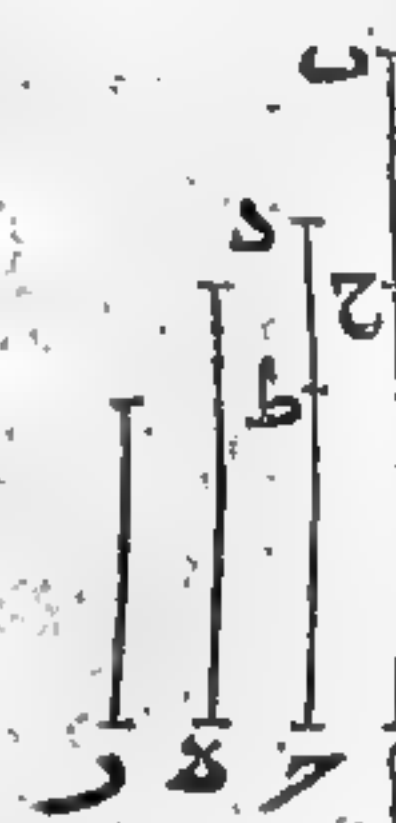


كل اربعة مقادير متناسبة من نسبة الاول الي



الثاني كنسبة الثالث إلى الرابع والاول اعظمها  
والرابع اصغرهما فان الاول والرابع معاً اعظم من

الثاني والثالث معاً



ليكن نسبة  $أ ب$  إلى  $ح د$  كنسبة  $أ$  إلى  $ر$  وأب اعظمها  
ور اصغرهما فاقول ان  $أ ب$  ر معاً اعظم من  $ح د$  برهانه  
نفصل من  $أ ب$   $أ ح$  مثل  $ه$  ومن  $ح د$  مثل  $ز$  بالشكل  
الثالث من الاول فلان نسبة  $أ ب$  إلى  $ح د$  كنسبة  $ه$  إلى  $ز$   
فاذا اخذت مقدار  $أ ب$  أي اضعاف اثنين متساوية  
العدة مما لا يتناهي ولمقداري  $ح د$  رأي اضعاف امكنت مما لا يتناهي  
متساوية العدة فان كانت اضعاف  $أ ب$  زيادة على اضعاف  $ح د$  كانت  
اضعاف  $ه$  زيادة على اضعاف  $ز$  وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان  
كانت مساوية كانت مساوية وأح يساوي  $ه$  وحط يساوي  $ز$  فأي  
اضعاف اخذت لمقداري  $أ ب$   $أ ح$  متساوية العدة مما لا يتناهي ولمقداري  
 $ح د$   $ح ط$  أي اضعاف اثنين متساوية العدة مما لا يتناهي فان كانت  
اضعاف  $أ ب$  زيادة على اضعاف  $ح د$  كانت اضعاف  $أ ح$  زيادة على  
اضعاف  $ح ط$  وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان كانت مساوية كانت  
مساوية فنسبة  $أ ب$  إلى  $ح د$  كنسبة  $أ ح$  إلى  $ح ط$  فاذا نقصنا  $أ ح$   $ح ط$  من  
 $أ ب$   $ح د$  كانت نسبة  $أ ب$  إلى  $ح د$  كنسبة  $ب$  إلى  $ط د$  بالشكل التاسع  
عشر واذا بدلنا كانت نسبة  $أ ب$  إلى  $ح$  كنسبة  $ح$  إلى  $ط د$  بالشكل  
السادس عشر لكن أب اعظم من  $ح د$  فب  $ح$  اعظم من  $ط د$  بالشكل الرابع  
عشر فاذا اضعفنا مجموع  $أ ح$   $ح ط$  نارة إلى  $ب ح$  حصل مجموع  $أ ب$   $ح ط$  وتارة  
اخرى إلى  $ط د$  حصل مجموع  $أ ح$   $ح د$  فبكون مجموع  $أ ب$   $ح ط$  اعظم من  
مجموع  $أ ح$   $ح د$  لكن مجموع  $أ ب$   $ح ط$  يساوي مجموع  $أ ب$   $ح د$  ومجموع  $أ ح$   $ح د$   
يساوي مجموع  $ح د$   $ف ب$  ر معاً اعظم من  $ح د$  معاً وذلك ما اردنا ان نبين

تمت المقالة الخامسة ولله الشكر على الاعانة

بسم الله

## بسم الله الرحمن الرحيم السادس اثنتان وثلاثون

صدر

السطوح المتشابهة هي السطوح التي زواياها متساوية والاضلاع المحبطة  
بتلك الزوايا على التناظر ايضاً متساوية  
السطوح المتكافئة الاضلاع هي السطوح التي يشتمل كل منها على مقدم  
وتال من حدود النسب  
ارتفاع الشكل هو العمود الخارج من نقطة زاوية في رأسه على اضلاع هو  
قاعدته

فان كانت كل واحدة من الزاويتين اللتين فوق القاعدة حادة فالعمود  
يقع بين ضلعي الزاوية وان كانت احدهما قائمة فالعمود على احد ضلعي  
الزاوية وان كانت منفرجة فالعمود يقع خارج من ضلعي الزاوية على  
القاعدة بعد اخراجه في جهة الزاوية المنفرجة

الخط المقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين هو الخط المقسوم بمختلفين  
تكون نسبة الخط كله إلى أطول قسميه كنسبة أطول قسميه إلى اصغرهما  
النسبة هي الكمية الحاصلة من اضافة احد انواع الكم إلى ما هو من نوعه  
وتضعيف الكمية بعضها ببعض أي ضرب بعضها في بعض امرين  
للاعداد والمقادير ايضاً بعد ان يفرض مقدار من نوع ذلك المقادير  
الذي يرا من تقديره

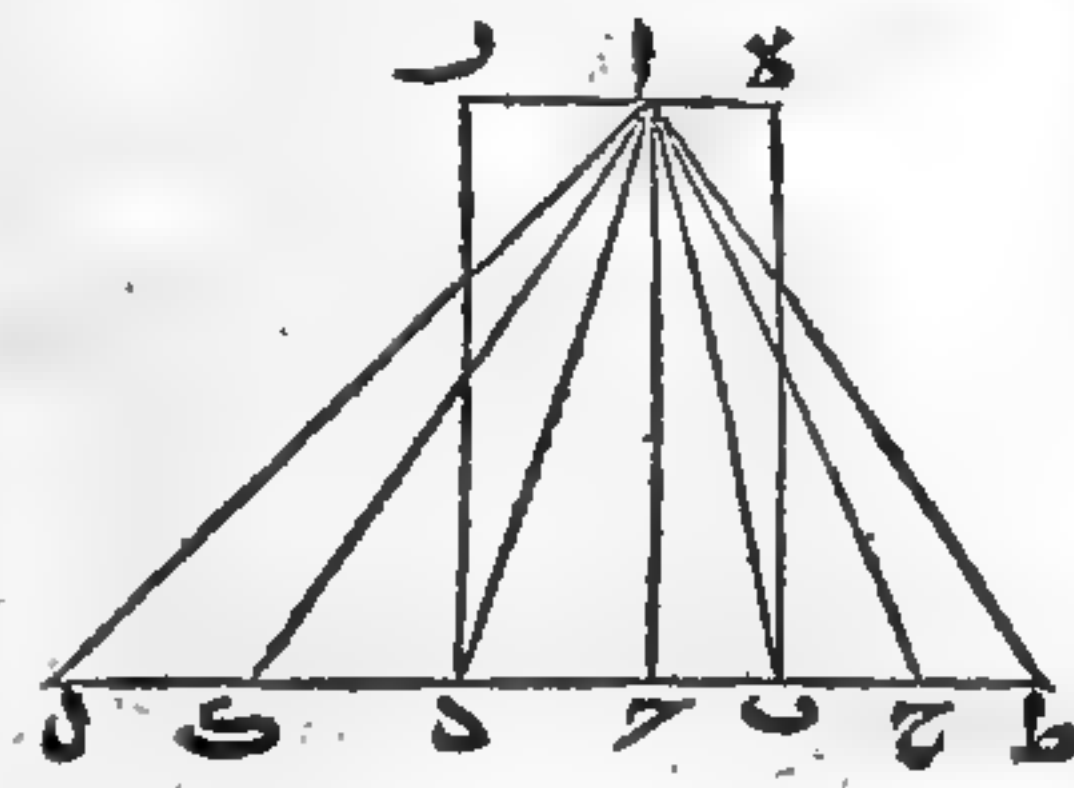
فبكون نسبة ذلك المقدار المفروض إلى المقادير التي من نوعه كنسبة  
الواحد إلى الاعداد وسيتضح هذا المعنى في صدر المقالة العاشرة  
فتألف النسبة من نسبتين متتاليتين النوع هو تحصيل نسبة تكون نسبة  
مقدارها إلى احد النسبتين كنسبة مقدارها النسبة الاخرى إلى الواحد  
وتجزئتها بنسبة لان النسبة مقدار وتضعيف مقدار وتجزئته باجزاء  
مقدار اخر ظاهر في تحصيل نسبة تكون نسبة مقدارها إلى الواحد  
كنسبة الجزء إلى الجزء بها فحصل هذا المعنى امرين للنسبة أي  
قسمة نسبة على نسبة الا ان الحكم ارادوا ان يبرهنوا على ان نسبة أي  
مقدار إلى مقدار اخر من نوعه مولفه من نسب غير متناهية وعلى  
عكس هذا المعنى أي يبرهنوا على ان النسبة المولفة من النسب الغير  
المتناهية في قوة نسبة بسطه لتكن ثلثه مقادير وهي  $أ ب$   $ح د$  فاقول ان  
نسبة أي مقدار منها ولتكن  $آ$  إلى مقدار اخر منها أي مقدار كان من  
الباقين وليكن  $ح$  مولفه من النسبتين الباقيتين نسبة  $آ$  إلى  $ب$  ونسبة







كانت اضعاف الثالث زائدة على اضعاف الرابع وان كانت مساوية  
كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة مثلث  $أ ب ح$  الى  
مثلث  $أ ج د$  كنسبة قاعدة  $ب ح$  الى قاعدة  $ج د$  وسط  $ح$  ضعف مثلث  
 $أ ب ح$  وسط  $ح$  ضعف مثلث  $أ ج د$  بالشكل الواحد والرابعين من الاولي  
ونسبة الاضعاف كنسبة الاجزا



بالشكل الخامس عشر من الخامس  
فنسبة سطح  $ح$  الى سطح  $ج ح$  كنسبة  
مثلث  $أ ب ح$  الى مثلث  $أ ج د$  وكانت  
نسبة قاعدة  $ب ح$  الى قاعدة  $ج د$   
كنسبة مثلث  $أ ب ح$  الى مثلث

$أ ج د$  فبالشكل الحادي عشر من  
الخامس نسبة سطح  $ح$  الى سطح  $ج ح$  كنسبة قاعدة  $ب ح$  الى قاعدة  $ج د$   
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان كل سطحين متوازيي الاضلاع يحصلان من سطح الخطين  
المستقيمين المحدودين في خط ثالث مستقيم محدود فان نسبة احد  
السطحين الى الآخر كنسبة احد الخطين الى الآخر الى الولا وان سطح الخط  
المستقيم المحدود في الخطين المستقيمين المحدودين المتساويين  
متساويان وبالعكس

مثلا سطح  $أ ح$  هو الحاصل من سطح  $أ ب$  في  $ب ح$  و  $ب د$  ضعف نصف  $ب ح$   
فاقول ان سطح  $أ ب$  في  $ب ح$  يساوي سطح  $ب د$  في  $ب ح$  وذلك لان نسبة سطح  
 $د ح$  الى سطح  $أ ح$  كنسبة  $ب د$  الى  $ب ح$  ونسبة  $ب ح$  الى  $ب د$  كنسبة  $ب د$  الى  
 $ب ح$  فبالشكل الحادي عشر من الخامس نسبة سطح  $د ح$  الى سطح  $أ ح$  كنسبة  
 $ب ح$  الى  $ب د$  ونسبة سطح  $أ ح$  الى سطح  $أ ب$  كنسبة  $ب ح$  الى  $ب د$  فبالشكل  
الحادي عشر من الخامس نسبة سطح  $د ح$  الى  $أ ح$  كنسبة سطح  $أ ح$  الى سطح  
 $أ ب$  فبالشكل التاسع من الخامس سطح  $أ ح$  متساويان

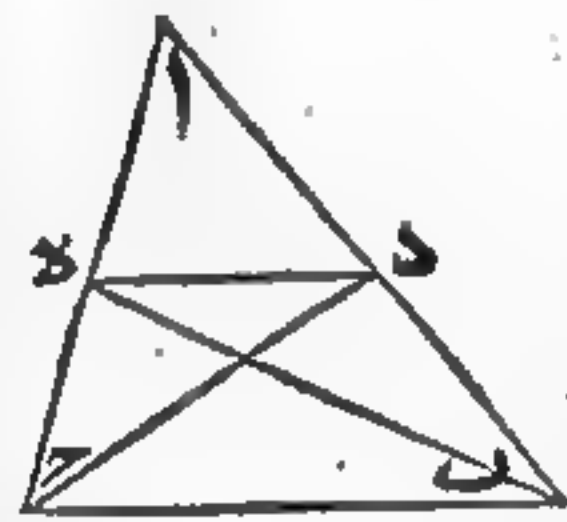
ومن هذا يتبين ان السطحين الحاصلين من  
سطح الخط المستقيم وسط نصف ذلك الخط  
بعينه في خطين مختلفين اذا كانا متساويين  
كان احد الخط المختلفين ضعف الخط  
الآخر وهذه صورة

وان سطح الخط في خط اخر يساوي سطح  
ضعف ذلك الخط في نصف الخط المضروب فيه  
مثل سطح  $أ ح$  هو سطح  $أ ب$  في  $ب ح$  و  $ب د$  ضعف  $ب ح$

ب

كل

كل مثلث مستقيم الاضلاع خرج من نقطة  
على ضلع من اضلاعه خط مستقيم الى ضلع اخر  
من الضلعين الباقيين فان كان الخط الخارج  
موازيا للضلع الباقي قد قسم الخط الضلعين على  
نسبة واحدة وان قسمهما على نسبة واحدة فالخط  
موازي للضلع الباقي



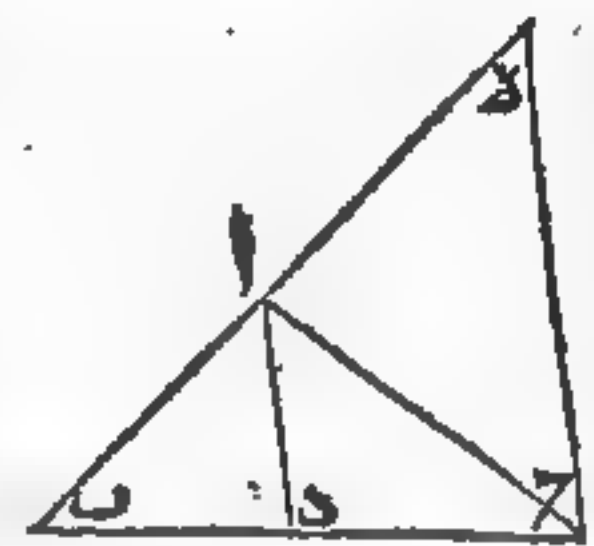
ليكن مثلث  $أ ب ح$  وخرج من نقطة  $د$  الكائنة على  
ضلع  $أ ب$  خط  $د ح$  المستقيم الى نقطة  $هـ$  على ضلع  $أ ج$   
فاقول ان كان  $د ح$  موازيا للضلع  $ب ح$  كانت نسبة  $ب د$

الى  $د أ$  كنسبة  $ح د$  الى  $هـ أ$  وان كانت نسبة  $ب د$  الى  $د أ$  كنسبة  $ح د$  الى  $هـ أ$   
فان خط  $د ح$  يوازي  $ب ح$  برهانه ليكن  $د ح$  يوازي  $ب ح$  فنصل  $د ح$  ب  $هـ$   
بخطين مستقيمين فيكون مثلث  $د ح ب$  متساويين بالشكل السابع  
والثلاثين من الاولي ونسبة  $ب د$  الى  $د أ$  كنسبة مثلث  $ب د ح$  الى مثلث  $د أ هـ$   
بالشكل المتقدم لان العمود الخارج من نقطة  $هـ$  الى ضلع  $أ ب$  ارتفاع  
المثلثين ونسبة مثلث  $د ح ب$  الى مثلث  $د أ هـ$  كنسبة مثلث  $د ح ب$  الى  
مثلث  $د أ هـ$  بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من  
الخامسة نسبة  $ب د$  الى  $د أ$  كنسبة مثلث  $د ح ب$  الى مثلث  $د أ هـ$  ونسبة  $ح د$   
الى  $هـ أ$  كنسبة مثلث  $د ح ب$  الى مثلث  $د أ هـ$  بالشكل المتقدم لان العمود  
الخارج من نقطة  $هـ$  الى ضلع  $أ ج$  ارتفاع المثلثين فنسبة  $ب د$  الى  $د أ$   
كنسبة  $ح د$  الى  $هـ أ$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة وليكن نسبة  $ب د$   
الى  $د أ$  كنسبة  $ح د$  الى  $هـ أ$  فلان نسبة مثلث  $ب د ح$  الى مثلث  $د أ هـ$  كنسبة  
 $ب د$  الى  $د أ$  بالشكل المتقدم ونسبة  $ح د$  الى  $هـ أ$  كنسبة  $ب د$  الى  $د أ$  فبالشكل  
الحادي عشر من الخامسة نسبة مثلث  $ب د ح$  الى مثلث  $د أ هـ$  كنسبة  $ح د$   
الى  $هـ أ$  ونسبة مثلث  $د ح ب$  الى مثلث  $د أ هـ$  كنسبة  $ب د$  الى  $د أ$  بالشكل  
المتقدم فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مثلث  $ب د ح$  الى مثلث  
 $د أ هـ$  كنسبة مثلث  $د ح ب$  الى مثلث  $د أ هـ$  فنسبة  $ب د$  الى  $د أ$  كنسبة  
بالشكل التاسع من الخامسة فخط  $د ح$  يوازي ضلع  $ب ح$  بالشكل التاسع  
والثلاثين من الاولي فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل خط مستقيم خرج من زاوية من زوايا اي  
مثلث مستقيم الاضلاع الي وترها فان نصفها كانت  
نسبة احد قسمي الوتر الي الاخر كنسبة احد  
الضلعين المحيطين بالزاوية الي الآخر وان كانت  
نسبة احد قسمي وتر الزاوية الي الآخر كنسبة احد  
الضلعين المحيطين بها الي الآخر فان الخط

المستقيم ينصفها

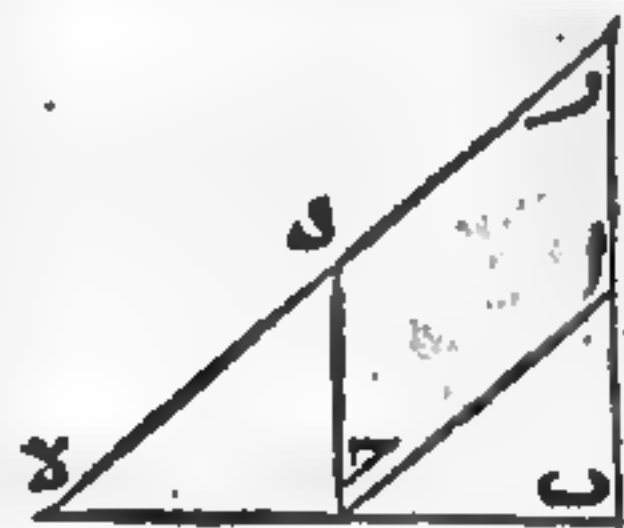


ليكن المثلث  $ABC$  وخرج من زاوية  $B$  خط  $AD$   
المستقيم وانتهى الي ضلع  $AC$  علي نقطة  $D$  فاقول ان  
خط  $AD$  ان نصف زاوية  $B$  كانت نسبة  $BD$  الي  $AD$   
در كنسبة  $BA$  الي  $AC$  وان كانت نسبة  $BD$  الي  $AD$  كنسبة  $BA$  الي  $AC$   
كانت زاويتا  $BAD$  و  $ADC$  متساويتين برهانه فليكن  $AD$  نصف زاوية  
 $B$  فخرج من نقطة  $C$  خط  $CE$  في جهة  $A$  موازيا لخط  $AD$  بالشكل  
الواحد والثلاثين من الاولي ونخرج  $BA$  في تلك الجهة فلان الزاوية  
المجاورة لزاوية  $CAD$  مع زاوية  $ACD$  قائمتين بالشكل التاسع والعشرين  
من الاولي فزاوية  $ACD$  مع الزاوية المجاورة لزاوية  $BAD$  اقل من قائمتين  
خطا  $BA$   $CE$  يلتقيان فليلتقي علي نقطة  $E$  فلان زاوية  $ACD$  كزاوية  
 $BAD$  بالشكل السابع والعشرين من الاولي وزاوية  $CAD$  كزاوية  $BAD$   
فزاوية  $ACD$  كزاوية  $CAD$  وزاوية  $ACD$  كزاوية  $CAD$  بالشكل التاسع  
والعشرين من الاولي فزاويتا  $ACD$  و  $CAD$  متساويتان فضلع  $AC$  كضلع  
 $AD$  بالشكل السادس من الاولي ونسبة  $BD$  الي  $AD$  كنسبة  $BA$  الي  $AE$   
بالشكل المتقدم ونسبة ضلع  $BA$  الي  $AC$  كنسبة  $BA$  الي ضلع  $AE$  بالشكل  
السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة  $BD$  الي  $AD$   
كنسبة  $BA$  الي  $AC$  وليكن نسبة  $BD$  الي  $AD$  كنسبة  $BA$  الي  $AC$  فخرج  
من نقطة  $C$  خط  $CE$  موازيا لخط  $AD$  بالشكل الواحد والثلاثين من  
الاولي فلان الزاوية المجاورة لزاوية  $CAD$  مع زاوية  $ACD$  قائمتين بالشكل  
التاسع والعشرين من الاولي فزاوية  $ACD$  مع الزاوية المجاورة لزاوية  
 $BAD$  اقل من قائمتين خطا  $BA$   $CE$  ان اخرجنا علي استقامتهما في جهة  $A$   
يلتقيان

يلتقيان فليلتقي علي نقطة  $E$  فلان نسبة  $BA$  الي  $AE$  كنسبة  $BD$  الي  $AD$   
بالشكل المتقدم وكانت نسبة  $BA$  الي  $AC$  كنسبة  $BD$  الي  $AD$  فبالشكل  
الحادي عشر من الخامسة نسبة  $BA$  الي  $AE$  كنسبة  $BD$  الي  $AD$  فخرج  
بالشكل التاسع من الخامسة فزاوية  $ACD$  تساوي زاوية  $BAD$  بالشكل  
الخامس من الاولي وزاوية  $BAD$  تساوي زاوية  $BAD$  بالشكل التاسع  
والعشرين من الاولي وكانت زاوية  $ACD$  كزاوية  $BAD$  فزاوية  $BAD$   
كزاوية  $ACD$  وزاوية  $CAD$  كزاوية  $ACD$  بالشكل التاسع والعشرين من  
الاولي فزاوية  $BAD$  كزاوية  $CAD$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل مثلثين تساوت زواياها المتناظرة فواتر

الزوايا المتناظرة منهما متناسبة



ليكن زاوية  $B$  من مثلث  $ABC$  تساوي زاوية  
 $C$  من مثلث  $DEF$  وزاوية  $BAC$  زاوية  $EDF$  فاقول ان نسبة  
 $AB$  الي  $BC$  فاقول ان نسبة  $AB$  الي  $BC$  كنسبة  
 $DE$  الي  $EF$  ونسبة  $AC$  الي  $BC$  برهانه نجعل ضلع  $BC$  علي استقامة  
ضلع  $CE$  بحيث يتحد نقطتا  $C$  من مثلثي  $ABC$  و  $DEF$  فبصير ضلع  $AB$   
موازيا لضلع  $DE$  وضلع  $AC$  لضلع  $DF$  بالشكل الثامن والعشرين من  
الاولي لتساوي كل من زاويتي  $ABC$  و  $DEF$  و  $ACB$  و  $DFE$  ولان زاوية  $ABC$   
المساوية لزاوية  $DEF$  مع زاوية  $ABC$  اقل من قائمتين بالشكل السابع  
عشر من الاولي فزاويتا  $ABC$  و  $DEF$  معا اقل من قائمتين فاذا اخرجنا ضلعي  
 $AB$  و  $DE$  في جهتي  $A$  و  $D$  فانهما يلتقيان فليلتقي علي نقطة  $E$  فيحصل ذو  
اربعة اضلاع  $ABCE$  متوازي الاضلاع فضلع  $AB$  يساوي ضلع  $CE$  و  
وضلع  $BC$  يساوي ضلع  $CE$  من اضلاعه بالشكل الرابع والثلاثين من  
الاولي فنسبة  $BA$  الي  $BC$  كنسبة  $BA$  الي  $AC$  بالشكل السابع من الخامسة  
ونسبة  $BA$  الي  $BC$  كنسبة  $BA$  الي  $AC$  بالشكل الثاني فبالشكل الحادي  
عشر من الخامسة نسبة  $BA$  الي  $BC$  كنسبة  $BA$  الي  $AC$  ولان نسبة  $AC$  الي  
 $BC$  كنسبة  $ED$  الي  $EF$  بالشكل السابع من الخامسة ونسبة  $BA$  الي  $BC$   
كنسبة  $ED$  الي  $EF$  بالشكل الثاني فبالشكل الحادي عشر من الخامسة  
نسبة  $BA$  الي  $BC$  كنسبة  $ED$  الي  $EF$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

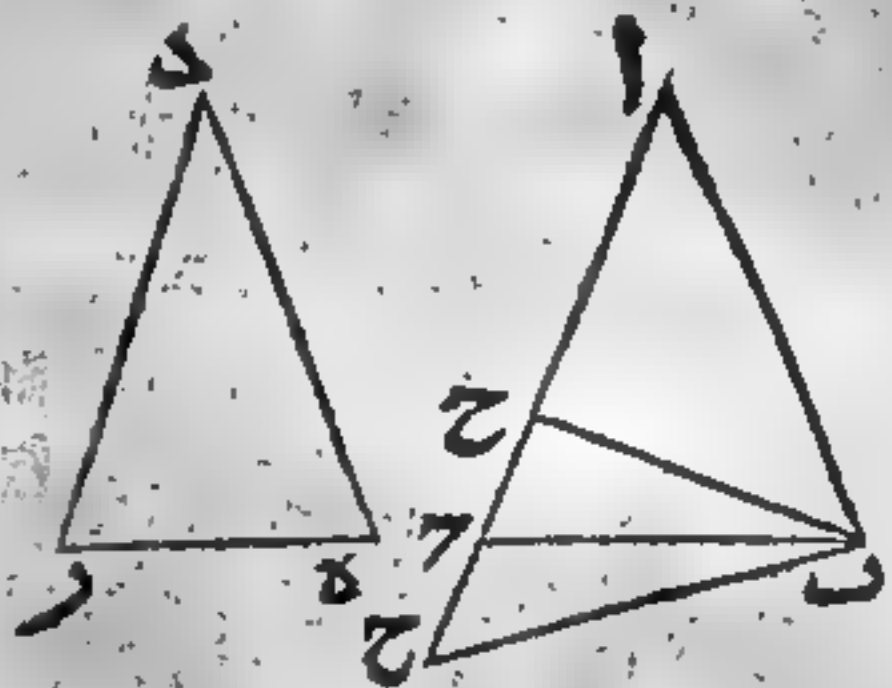
كل مثلثين يناسب اضلاعها النظائر فزواياها







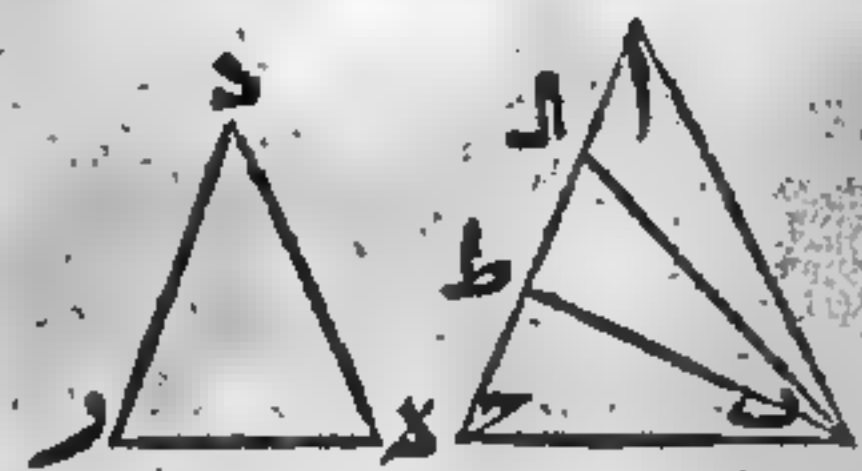
تكون زاوية أ ب د كزاوية د ر ه فبالشكل الرابع نسبة ب ح الى ه ر كنسبة أ ب الى د ه وكانت نسبة ب ح الى ه ر كنسبة أ ب الى د ه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب ح الى ه ر كنسبة ب ح الى ه ر بعينه فب ب ح متساويان بالشكل التاسع من الخامسة فزاوية ب ح د كزاوية ب ح ر بالشكل الخامس من الاول وكل واحدة من زاويتي أ ب د و د ر ه اما قائمة او منفرجة او



حادة فعلي التقدير الاول ان كانتا قائمتين او منفرجتين معا يلزم ان يكون زاويتا  $\overline{ب ح د}$   $\overline{ب ح ز}$  قائمتين او اعظم منهما وهما اصغر من قائمتين بالشكل السابع عشر من الاول في هذا خلف وان كانت حادتين فيكون زاوية  $\overline{ب ح د}$  حادة فتكون زاوية  $\overline{ب ح ا}$  منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاول وهي مساوية لزاوية  $\overline{د ر ه}$  الحادة هذا خلف وعلي التقدير الثاني كل واحدة من زاويتي  $\overline{ا ب د}$   $\overline{ا ب ه}$  اما قائمة او حادة او منفرجة فان كانتا قائمتين او حادتين يلزم ان يكون زاوية  $\overline{ب ح د}$  قائمة او منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاول فتكون  $\overline{ب ح د}$   $\overline{ب ح ز}$  كقائمتين او اعظم منهما وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاول وان كانتا منفرجتين تكون زاوية  $\overline{ب ح د}$  حادة بالشكل الثالث عشر من الاول فتكون زاوية  $\overline{ب ح د}$  حادة فتكون زاوية  $\overline{د ر ه}$  حادة والتقدير انهما منفرجة هذا خلف فزاوية  $\overline{ا ب د}$  كزاوية  $\overline{د ر ه}$  وكانت زاوية  $\overline{ب ا ح}$  مساوية لزاوية  $\overline{د ر ه}$  فزاوية  $\overline{ا ب د}$  كزاوية  $\overline{د ر ه}$  بالشكل الثاني والثلاثين من الاول فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

أقول وليكن لبيان فائدة القهيد المذكور وهو قوله وكل واحدة من  
الزاويتين الباقيتين منهما أصغر من قائمة أو ليست بأصغر من قائمة مثلثا  
أ ب د هـ مثلثي محسوس زاوياهما واضلاعهما النظائير متساوية فهما  
متشابهان وليكن زاويتا ب أ ح د ر رأسهما فيكون نسبة أ ب إلى د هـ  
كنسبة ب ح إلى د ر ولأن زاوية أ ب ح المساوية لزاوية أ ب د بالشكل  
الخامس من الأولي أقل من قائمة لأن كل زاويتي مثلث أقل من قائمتين  
بالشكل السابع عشر من الأولي فهي حادة وهي ضعف زاوية ب أ د فهي  
أيضا حادة والألكانت زاويتا ب أ ح ب ج أ أعظم من قائمتين وهما أصغر  
منهما بالشكل السابع عشر من الأولي هذا خلف فالزاوية المجاورة لكل  
واحدة منهما منفرجة بالشكل الثالث عشر من الأولي فإذا أخرجنا من  
نقطة ب عمود ب ط على ضلع أ ح بالشكل الثاني عشر من الأولي فلا يقع  
على أحدي نقطتي أ ح لأن زاويتي ب أ ح ب ج حادتين ولا خارجا عنهما  
والإيلزم أن يكون زاويتا مثلث أعظم من قائمتين والزاوية المجاورة لكل  
واحدة

واحدة من زاويتي  $\bar{B}A\bar{C}$  بمنفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي  
وهي اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف فبقع فيما  
بين نقطتي  $A\bar{C}$  ولان زوايا كل مثلث تساوي قائمتين بالشكل الثاني  
والثلثين من الاولي وزاوية  $\bar{B}A\bar{C}$  كزاوية  $\bar{B}A\bar{C}$  وزاوية  $\bar{B}A\bar{C}$  اعظم  
من زاوية  $\bar{B}A\bar{C}$  فزاوية  $\bar{B}A\bar{C}$  اصغر من زاوية  $\bar{B}A\bar{C}$  فاذا ركبنا مثلث  
 $\bar{B}A\bar{C}$  على مثلث  $\bar{B}A\bar{C}$  بحيث ينطبق




 ضلع  $\overline{ب\Gamma}$  على نفسه فينطبق ضلع  $\overline{ح\Gamma}$   
 على ضلع  $\overline{ا\Gamma}$  لتساوي راويتي  $\overline{ا\Gamma}$   $\overline{ب\Gamma}$   $\overline{ح\Gamma}$   
 فيقع ضلع  $\overline{ب\Gamma}$  فيما بين ضلعي  $\overline{ا\Gamma}$   $\overline{ب\Gamma}$   
 فيقع نقطة  $\Gamma$  فيما بين نقطتي  $\overline{ا\Gamma}$  ولبقع على  
 نقطة  $\Delta$  خط  $\overline{ا\Gamma}$  مساو لضلع  $\overline{ح\Gamma}$  فاذا وصلنا بين نقطتي  $\overline{ب\Delta}$  بخط  
 مستقيم حدث مثلث  $\overline{ب\Delta\Gamma}$  فيكون بالشكل الرابع من الاول ضلع  $\overline{ب\Delta}$   
 كضلع  $\overline{ب\Gamma}$  وزاوية  $\overline{ب\Gamma\Delta}$  كزاوية  $\overline{ب\Delta\Gamma}$  فهي حادة فزاوية  $\overline{ا\Delta\Gamma}$   
 المجاورة لها منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاول فهي اعظم من زاوية  
 $\overline{د\Gamma\Delta}$  ولان نسبة  $\overline{ا\Delta}$  الى  $\overline{د\Delta}$  كنسبة  $\overline{ب\Gamma}$  الى  $\overline{د\Gamma}$  فيكون زاوية  $\overline{ا\Delta\Gamma}$   
 المنفرجة كزاوية  $\overline{د\Gamma\Delta}$  الحادة هذا خلف وزاويتي  $\overline{ا\Delta\Gamma}$  و  $\overline{د\Gamma\Delta}$  متساويتان  
 ولان  $\overline{ب\Delta}$   $\overline{ب\Gamma}$  متساويان فاي اضعاى اخذنا  $\overline{ا\Delta}$   $\overline{ب\Gamma}$  متساوية العدة  
 كم كانت العدة مما لا يتناهي ولهر ايضا كذلك فان كانت اضعاى  $\overline{ب\Delta}$   
 زائدة على اضعاى  $\overline{د\Gamma}$  كانت اضعاى  $\overline{ب\Gamma}$  زائدة على اضعاى  $\overline{د\Gamma}$  وان  
 كانت مساوية لها كانت مساوية وان كانت ناقصة عنها كانت ناقصة  
 فنسبة  $\overline{ب\Delta}$  الى  $\overline{د\Delta}$  كنسبة  $\overline{ب\Gamma}$  الى  $\overline{د\Gamma}$  وبالشكل الحادي عشر من الخامسة  
 فنسبة  $\overline{ا\Delta}$  الى  $\overline{د\Delta}$  كنسبة  $\overline{ب\Delta}$  الى  $\overline{د\Gamma}$  فلو لا القيد المذكور لكانت زاوية  
 $\overline{ا\Delta\Gamma}$  المنفرجة كزاوية  $\overline{د\Gamma\Delta}$  الحادة وكانا مثلثا  $\overline{ا\Delta\Gamma}$  و  $\overline{د\Gamma\Delta}$  من مثلثات  
 المتشابهة وليس الامر كذلك فقيد لاخراج امثال هذه المثلثات والله  
 اعلم

كل مثلث قائم الزاوية <sup>ح</sup> خرج من نقطة زاوية  
القائمة عمود الى وترها فان العمود يقسم المثلث الى  
مثلثين مشابهيين للمثلث الاعظم ومتشابهين ٥

ليكن المثلث  $\overline{ABC}$  وزاوية  $\overline{BAC}$  منه قائمة وخرج من نقطة  $\overline{A}$  عمود  $\overline{AD}$  الى وتر  $\overline{BC}$  فحدث مثلثا  $\overline{ADB}$   $\overline{ADC}$  فاقول انهما يشبهان مثلث  $\overline{ABC}$  ومتشابهان برهانه فلان زوايا كل مثلث كقائمتين بالشكل الثاني



[illegible]

واستبان منه ان كل واحد من الصلعيين المحبطين بالزاوية القائمة من  
المثلث الاعظم وسط في النسبة بين قاعدة العمود وبين القسم الذي يلي  
ذلك الضلع منها وان العمود وسط في النسبة بين قسمي القاعدة

كل خطين مستقيمين محدودين مفروضين لنا

ان نجد خطا مستقيما وسطا في النسبة بينهما ٥

لَيْكِنَ الْخَطَّانِ أَبَ بَ فَاقُولُ لَنَا أَنْ نَجِدَ خَطًّا مُسْتَقِيمًا وَسَطًا بَيْنَهُمَا فِي  
النِّسْبَةِ بِرَهَانِهِ لَيْكِنَ خَطَّ أَبَ بَ مُتَصِلَيْنِ بِنُطْقَةٍ



نقطة ب عمود ب د علي آ بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرج علي  
استقامته الي المحيط فينتهي اليه علي نقطة د ونصل بينها وبين كل  
من نقطتي آ ب بخط مستقيم فراوية ادب قائمة بالشكل الثلثين من الثالثة  
فعמוד ب د وسط في النسبة بين خطي اب ب ح باستبانة الشكل المتقدم  
وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين مستقيمين محدودين مفروضين

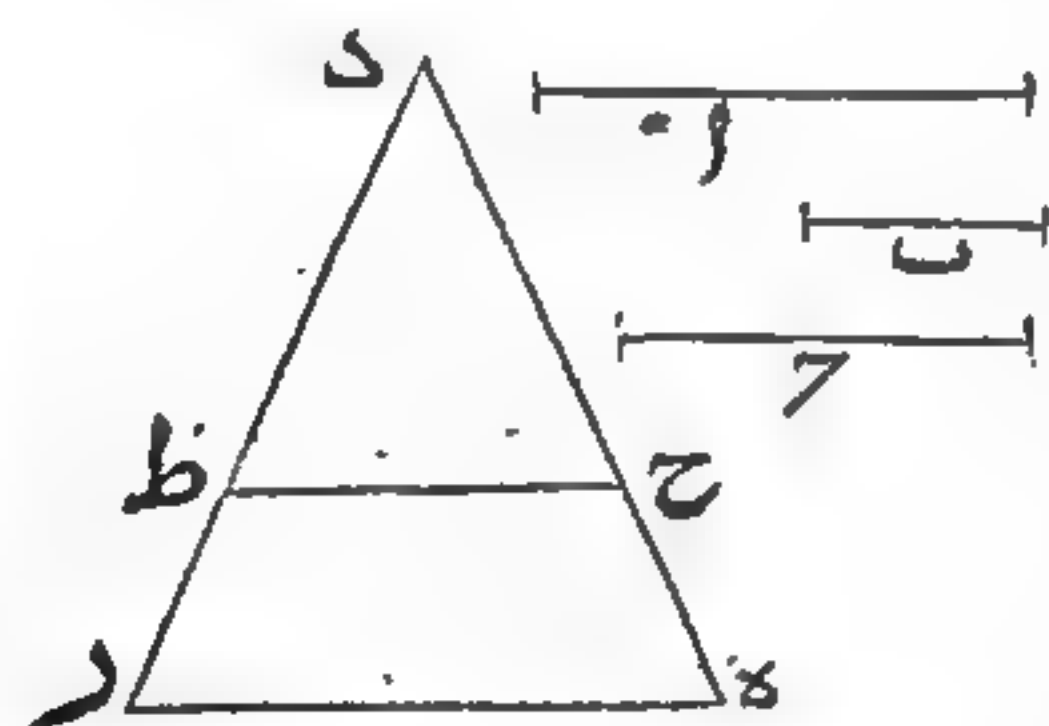
لنا ان نجد خطأ ثالثاً لهما في النسبة

ليكن الخطان  $AB$  و  $AC$  فان كانا متساويين فغرض في سطحهما نقطتين ونصل  
بينهما بخط مستقيم ونخرجه في احدي جهتيه الي غير النهايه ونفصل  
منه خطا كاحدهما بالشكل الثالث من الاول في هو قائلهما في النسبة لانا اذا  
اخذنا

اخذنا لها اضعاغا متساوية العدة كم كانت فان كانت اضعاغ الاول زايدة علي اضعاغ الثاني كانت اضعاغ الثالث الذي هو الثاني في الوضع زايدة علي اضعاغ الرابع الذي هو الثالث في الوضع وان كانت ناقصة عنها كانت ناقصة وان كانت مساوية لها كانت مساوية وان لم يكنا متساويين فبتصل احدهما بالاخر بنقطة آ بحيث يحيطان بزواوية ماولنخرج آ ب علي استقامته في جهة ب الي ما لانهاية



وأستبان منه أنه لو كانت ثلاثة خطوط مستقيمة محدودة مفروضة  
كخطوط  $\overline{AB}$  -  $\overline{C}$  لكان لنا أن نجد خطاً مستقيماً رابعاً لها في النسبة  $\frac{1}{2}$   
فأخرج من نقطة  $\overline{D}$  خطي  $\overline{DE}$   $\overline{DF}$  في جهة واحدة إلى غير النهاية محبطين  
بزاوية ما ونفصل من  $\overline{DE}$   $\overline{DH}$  يساويان خطي  $\overline{AB}$  ومن  $\overline{DF}$   $\overline{DG}$   
مساويان لخط  $\overline{C}$  بالشكل الثالث من





بالشكل الثاني فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آ الي ب كنسبة  
 دط الي طر ونسبة ح الي طر كنسبة دط الي طر بالشكل السابع من  
 الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آ الي ب كنسبة ح الي  
 طر وهو المطلوب وهذه الاستبانة جعلها ثابت بن قرة شكلا من اصل  
 الكتاب للايضاح ولم تكن هي شكلا منه في النسخ اليونانية والسريانية  
 ولذلك لم يات الحجاج به في نسخته والالف بكتاب اقليدس وطريقه في  
 هذا الكتاب ان يكون من قبيل الاستبانة لان اصل الكتاب اذ هو بالفروع  
 البق وهذه صورته وانا اطنبت في بيان الاستبانة للايضاح

## كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نفصل

منه جزء م

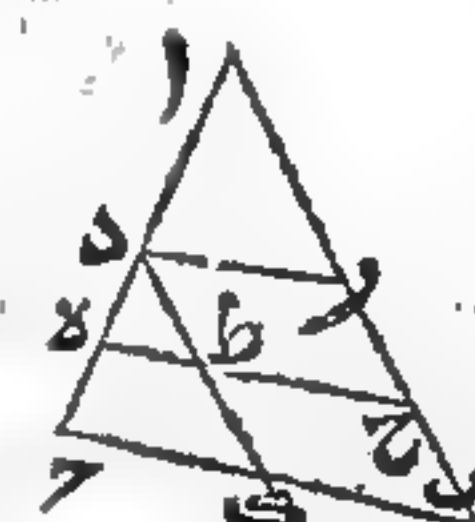
ليكن الخط  $\overline{AB}$  والجزء الثالث فاقول لنا ان نفصل من  $\overline{AB}$  ثلاثة برهانه نرسم في سطح  $\overline{AB}$  نقطة  $\gamma$  لاعلى استقامته ونصل بين نقطتي  $A \gamma$  بخط مستقيم ونخرجه على استقامته في جهة  $\gamma$  الى ما لانهاية له ونرسم علي خط  $A\gamma$  نقطة  $\delta$  ونفصل منه  $\delta\epsilon$  يساويان خط  $\overline{AD}$  بالشكل الثالث من الاولى ونصل بين نقطتي  $\gamma B$  بخط مستقيم ونخرج من نقطة  $\delta$  خط  $\overline{RD}$  موازيا لخط  $\overline{B\gamma}$  بالشكل الواحد والثلاثين من الاولى ونخرجه الي ان يلقي ضلع  $\overline{AB}$  فليلقى علي نقطة  $R$  وبالشكل الثاني نسبة  $B \gamma$  الي  $R A$  كنسبة  $\gamma D$  الي  $D A$  فبالتركيب نسبة  $B A$  الي  $A R$  كنسبة  $\gamma A$  الي  $A D$  بالشكل الثامن عشر من الخامسة وبالخلاص نسبة  $A R$  الي  $A B$  كنسبة  $A D$  الي  $A \gamma$  لكن  $A D$  ثلث  $A \gamma$  فار ثلث  $A B$  بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نقسمه

قسمه خط آخر مستقيم وتكون نسبة اقسامه

١٨ كنسبة اقسام الخط المقسوم



ليكن الخط المفروض  $AB$  والخط المقسوم بنقطتي  $D$  و  $E$   
 خط  $AC$  فاقول لنا ان نقسم  $AB$  كنسبة  $AC$  وتكون نسبة  
 اقسام  $AB$  كنسبة اقسام  $AC$  برهانه فاجعل  $AB$  مع  
 $AC$  محيطا بزاوية ما وليكن هي زاوية  $BAC$  ونصل  $BC$  بخط مستقيم  
 ونخرج

ونخرج من نقطتي دة خطي د ر ه ح موازيين لخط ب ح ومن نقطة د  
 خط د ا يوازي ا ب بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي فخطا د ر ه ح  
 متوازيان بالشكل الثلاثين من الاولي فليبتته خطا د ر ه ح الي خط ا ب علي  
 نقطتي ر ح ولينقطع خط د ا خطي ه ح ب ح علي نقطتي ط ا فسطحا  
 ب ط ط ر متوازييا الاضلاع ف ر ح يساوي د ط و ب ح يساوي ط ا  
 بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي فلان نسبة ا ر الي م ر ح كنسبة ا د الي  
 د ه وايضا فلان م ر ح يساوي د ط و ح ب يساوي ط ا فاذا اخذنا ل ر ح  
 ح ب اضعاغا متساوية العدة كم كانت ولد ط ط ا اضعاغا متساوية  
 العدة كم كانت فان كانت اضعاغ م ر ح زائدة علي اضعاغ د ط كانت  
 اضعاغ ح ب زائدة علي اضعاغ ط ا فان كانت مساوية لها كانت  
 مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة م ر ح الي ح ب كنسبة  
 د ط الي ط ا وايضا فلان نسبة د ه الي ه ح كنسبة د ط الي ط ا بالشكل  
 الثاني ونسبة م ر ح الي ح ب كنسبة د ط الي ط ا فبالشكل الحادي عشر  
 من الخامسة نسبة د ه الي ه ح كنسبة م ر ح الي ح ب فالحكم ثابت وذلك ما  
 ان فـ

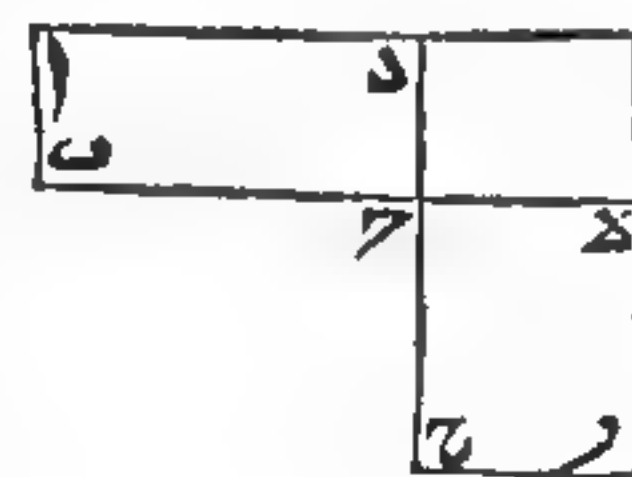
## کد سطحین متوازنین الاضلاع تساوت زاویتان

منهما فان كانا متساويين كانت الاضلاع المحيطة

بالزاويتين متناسبة علي التكافؤ وإن كانت الاضلاع

المحيطة بها متناسبة على التكافؤ فالسطحان متساويان

لیکن سطح  $\overline{AB}$  در  $\overline{AC}$  متوازی الاضلاع و زاویتا  $\overline{B}$  در  $\overline{C}$  در  $\overline{A}$  متساویان فاقول ان کان سطح  $\overline{AC}$  کسط  $\overline{AB}$  در  $\overline{A}$ .



نسبة  $\overline{ب\delta}$  الى  $\overline{ح\delta}$  كنسبة  $\overline{ح\delta}$  الى  $\overline{د\delta}$  وان كانت  
نسبة  $\overline{ب\delta}$  الى  $\overline{ح\delta}$  كنسبة  $\overline{ح\delta}$  الى  $\overline{د\delta}$  فـ  $\overline{السطح\delta}$   
متساويان برهانه فيتم سطح  $\overline{ه\delta}$  بان يخرج خطي  
 $\overline{ه\delta}$  علي استقامتهما فيلتقيان بخروجهما علي اقل

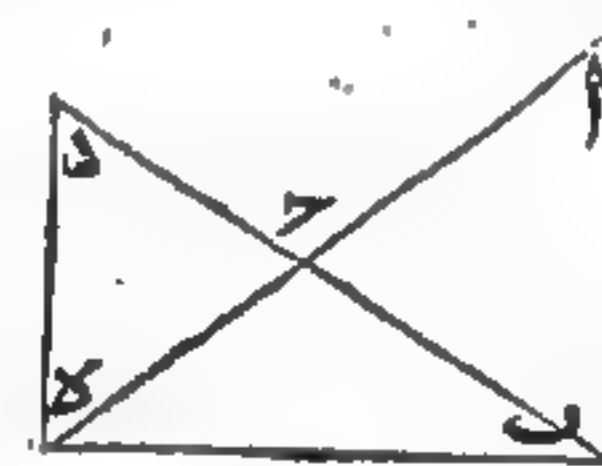
من قايمةين لو وصلنا ده بخط مستقيم فان كان السطحان متساويين فلان  
نسبة ب ح الى د كنسبة سطح ب د الي سطح د ه بالشكل الاول ونسبة سطح  
ح ه الي سطح د ه كنسبة سطح ا ح الي سطح د ه بالشكل السابع من الخامسة  
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب ح الى ح ه كنسبة سطح ح ه الي  
سطح د ه ونسبة ح ح الى ح د كنسبة سطح ح ه الي سطح د ه فبالشكل



الحادي عشر من الخامسة نسبة  $\overline{ب}$  الى  $\overline{د}$  كنسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{د}$  وان  
كانت نسبة  $\overline{ب}$  الى  $\overline{د}$  كنسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{د}$  فلان نسبة  $\overline{ب}$  الى  $\overline{د}$  الى  $\overline{د}$   
 $\overline{د}$  كنسبة  $\overline{ب}$  الى  $\overline{د}$  بالشكل الاول ونسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{د}$  كنسبة  $\overline{ب}$  الى  
 $\overline{د}$  فنسبة  $\overline{ب}$  الى  $\overline{د}$  الى  $\overline{د}$  كنسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{د}$  بالشكل الحادي عشر  
من الخامسة ونسبة  $\overline{ب}$  الى  $\overline{د}$  الى  $\overline{د}$  كنسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{د}$  فبالشكل  
الحادي عشر من الخامسة ايضا نسبة  $\overline{ب}$  الى  $\overline{د}$  الى  $\overline{د}$  كنسبة  $\overline{ب}$  الى  
 $\overline{د}$  الى  $\overline{د}$  فنسبة  $\overline{ب}$  الى  $\overline{د}$  الى  $\overline{د}$  كنسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{د}$  بالشكل التاسع من الخامسة فالحكم  
ثابت وذلك ما اردنا ان تد

يد  
كل مثلثين مستقيمي الاضلاع تساوت زاويتان  
منهما فان كانا متساويين كانت الاضلاع المحيطة  
بالزاويتين متناسبة علي التكافؤ وان كانت الاضلاع  
المحيطة بالزاويتين متناسبة علي التكافؤ فالمثلثان

متساویان \_\_\_\_\_ ۵۰



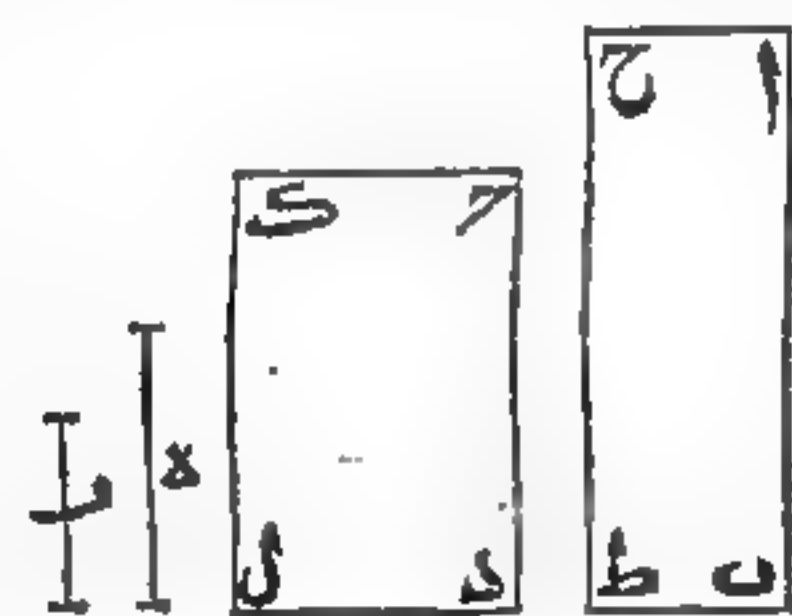
لتكن زاويتا  $\text{أرب دح}$  من مثلثي  $\text{أب ح دح}$   
متساويتين فاقول أن كان المثلثان متساويين كانت  
نسبة  $\text{أح}$  الي  $\text{ح د}$  كنسبة  $\text{دح}$  الي  $\text{ح ب}$  وإن كانت نسبة  $\text{أح}$  الي  $\text{ح د}$  كنسبة  
 $\text{دح}$  الي  $\text{ح ب}$  فالمثلثان متساويان برهانه ليعن ضلع  $\text{أح}$  علي استقامة  
 $\text{ح د}$  فيكون كل واحدة من زاويتي  $\text{أرب ب ح د}$   $\text{أرب د ح د}$  كفايتين بالشكل  
الثالث عشر من الاولي وزاوية  $\text{أرب ك زاوية د ح د}$  بالفرض فزاويتا  $\text{أرب}$   
 $\text{أرب د ح د}$  كفايتين فبالشكل الرابع عشر من الاولي يكون ضلع  $\text{ب ح}$  علي  
استقامة ضلع  $\text{د ح}$  ونصل  $\text{ب ه}$  بخط مستقيم فان كان المثلثان متساويين  
فلان نسبة  $\text{أح}$  الي  $\text{ح د}$  كنسبة مثلث  $\text{أ ب ح}$  الي مثلث  $\text{ح ب د}$  بالشكل  
الاول لان ارتفاعها واحد وهو العمود الخارج من نقطة  $\text{ب}$  علي ضلع  $\text{أ ه}$   
ونسبة مثلث  $\text{د ح د}$  الي مثلث  $\text{ب ح د}$  كنسبة مثلث  $\text{أ ب ح}$  الي مثلث  
 $\text{ب ح د}$  بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر منها نسبة  $\text{أح}$   
الي  $\text{ح د}$  كنسبة مثلث  $\text{د ح د}$  الي مثلث  $\text{ب ح د}$  ونسبة  $\text{د ح د}$  الي  $\text{ح ب}$  كنسبة  
مثلث  $\text{د ح د}$  الي مثلث  $\text{ب ح د}$  بالشكل الاول لان ارتفاعها واحد وهو  
العمود الخارج من نقطة  $\text{ه}$  الي ضلع  $\text{ب د}$  فبالشكل الحادي عشر من  
الخامسة نسبة  $\text{أح}$  الي  $\text{ح د}$  كنسبة  $\text{د ح د}$  الي  $\text{ح ب}$  وإن كانت نسبة  $\text{أح}$  الي

## السادس

حـ كنسبة دـ الي حـ فلان نسبة مثلث ا ب ح الي مثلث ب ح د كنسبة  
 ا ح الي ح د بالشكل الاول ونسبة د ح الي ح ب كنسبة ا ح الي ح د فنسبة  
 مثلث ا ب ح الي مثلث ب ح د كنسبة د ح الي ح ب بالشكل الحادي عشر  
 من الخامسة ونسبة مثلث د ح د الي مثلث ب ح د كنسبة د ح الي ح ب  
 بالشكل الاول فنسبة مثلث ا ب ح الي مثلث ب ح د كنسبة مثلث د ح د  
 الي مثلث ب ح د بالشكل الحادي عشر من الخامسة ايضا فبالشكل التاسع  
 من الخامسة مثلث ا ب ح كمثلث د ح د وذلك ما اردنا ان نبين

كل اربعة خطوط مستقيمة محدودة مفروضة  
فان كانت متناسبة كان سطح الاول في الرابع كسطح  
الثاني في الثالث وان كان سطح الاول في الرابع كسطح  
الثاني في الثالث فانها متناسبة

لكن نسبة أب إلى حد كنسبة هـ إلى ر فاقول ان سطح أب في ركسطح  
حد في هـ وان كان سطح أب في ركسطح حد في هـ كانت نسبة أب إلى حد  
كنسبة هـ إلى ر برهانه تخرج من نقطتي آ ح عمودي آ ح على



خطي  $\overline{AB}$   $\overline{CD}$  في جهة واحدة من خطي  
 $\overline{AB}$   $\overline{CD}$  باستبانة الشكل الحادي عشر من  
 الاولي ونفصل من العمودين  $\overline{AC}$  مثل  $\overline{RO}$   $\overline{DA}$   
 مثل  $\overline{E}$  بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من  
 نقطة  $\overline{C}$  خط  $\overline{CP}$  يوازي  $\overline{AB}$  في جهة  $\overline{B}$   
 ومن نقطة  $\overline{D}$  خط  $\overline{DP}$  يوازي  $\overline{AC}$  في جهة

ح ط بالشكل الواحد والثلاثين من الاول في فهمها يتلاقبان لانا اذا وصلنا  
ب ح بخط مستقيم كانت زاوية ح ب ط مع الزاوية المجاورة لزاوية  
ب ح ا كفايتين بالشكل التاسع والعشرين من الاول في فهمي مع زاوية  
ط خ ب اقل منهما فقم فلينته الي نقطة ط وبمثله نقيم سطح ح د ل ا فلان  
ر يساوي ا ح و د ا يساوي ه و سطح الخط في احد الخطين المتساويين  
كسطحه في المساوي الاخر باستبانة الشكل الاول فيكون سطح ا ط  
يساوي سطح ا ب في ر وسط ح ل يساوي سطح ح د في ه لان د ا يساوي  
ه و ا ح يساوي ر فاذا اخذ ل ا ه اضعافا متساوية العدة كم كانت  
العدة و ل ا ح ر اضعافا متساوية العدة كم كانت العدة فان كانت اضعا  
د ا زائدة علي ا ح كانت ا ضعاو ه زائدة علي ا ضعاو ر وان



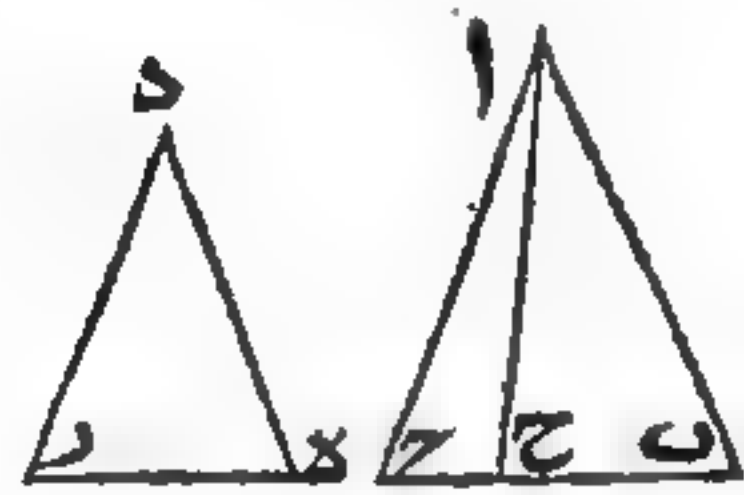
كانت مساوية لها كانت مساوية وأن كانت ناقصة عنها كانت ناقصة  
فنسبة  $\Gamma\Delta$  الى  $\Delta\alpha$  كنسبة  $\epsilon$  الى  $\Gamma$  وكانت نسبة  $\Delta\alpha$  الى  $\Gamma\Delta$  كنسبة  $\epsilon$   
الى  $\Gamma$  فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة  $\Delta\alpha$  الى  $\Gamma\Delta$  كنسبة  $\Gamma\Delta$   
الى  $\Delta\alpha$  فسطح  $\Delta\alpha$  كسطح  $\Gamma\Delta$  بالشكل عشر لان زاويتي  $\Delta\alpha\Gamma$  و  $\Gamma\Delta\alpha$  متساويتان وان كان سطح  $\Delta\alpha$  كسطح  $\Gamma\Delta$  وزاويتا  $\Delta\alpha\Gamma$  و  $\Gamma\Delta\alpha$  متساويتان فنسبة  $\Delta\alpha$  الى  $\Gamma\Delta$  كنسبة  $\Gamma\Delta$  الى  $\Delta\alpha$  بالشكل الثالث عشر  
وكانت نسبة  $\epsilon$  الى  $\Gamma$  كنسبة  $\Gamma$  الى  $\Delta\alpha$  فبالشكل الحادي عشر من  
الخامسة نسبة  $\Delta\alpha$  الى  $\Gamma\Delta$  كنسبة  $\Gamma$  الى  $\Delta\alpha$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا  
ان نبين

يو  
كل ثلاثة خطوط مستقيمة محدودة مفروضة  
فان كانت نسبة الاول الى الثاني كنسبة الثاني الى  
الثالث كان سطح الاول في الثالث كمربع الثاني وان  
كان سطح الاول في الثالث كمربع الثاني كانت نسبة  
الاول الى الثاني كنسبة الثاني الى الثالث

ليكن الخطوط  $\alpha\beta$   $\beta\gamma$  فاقول ان كانت نسبة  $\alpha$  الى  $\beta$  كنسبة  $\beta$  الى  $\gamma$   
فان سطح  $\alpha\beta$  في  $\gamma$  كمربع  $\beta$  وان كان  $\alpha\beta$  في  $\gamma$  كمربع  $\beta$  فنسبة  
 $\alpha$  الى  $\beta$  كنسبة  $\beta$  الى  $\gamma$  برهانه اما الاول فيكون  
سطح  $\alpha\beta$  في  $\gamma$  كمربع  $\beta$  باستبانة الشكل الاول فترسم في  
سطح الخطوط خطا مستقيما غير متناه ونفصل منه خط  $\delta$   
كخط  $\beta$  بالشكل الثالث من الاول فلان نسبة  $\alpha$  الى  $\beta$   
كنسبة  $\beta$  الى  $\gamma$  و  $\beta$  الى  $\delta$  متساويان فاذا اخذنا  $\delta$  و  $\beta$   
اضعنا متساوية العدد كم كانت العدد وجرأي اضعاف كانت مما لا  
يتناهي فان كانت اضعاف  $\delta$  زيادة على اضعاف  $\gamma$  كانت اضعاف  $\beta$   
زيادة على اضعاف  $\gamma$  وان كانت مساوية لها كانت مساوية وان كانت  
ناقصة عنها كانت ناقصة فنسبة  $\delta$  الى  $\gamma$  كنسبة  $\beta$  الى  $\gamma$  فنسبة  $\alpha$  الى  
 $\beta$  كنسبة  $\delta$  الى  $\gamma$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح  $\alpha\beta$  في  $\gamma$  كسطح  
 $\beta\gamma$  في  $\delta$  اعني مربع  $\beta$  بالشكل المتقدم واما الثاني فليكن الضلع الاخر  
من مربع  $\beta$  خط  $\delta$  فيكون سطح  $\alpha\beta$  في  $\gamma$  كسطح  $\beta\gamma$  في  $\delta$  فنسبة  $\alpha$  الى  $\beta$   
كنسبة  $\delta$  الى  $\gamma$  بالشكل المتقدم وقلنا ان نسبة  $\beta$  الى  $\gamma$  كنسبة  $\delta$  الى  $\gamma$   
في القسم

في القسم الاول فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة  $\alpha$  الى  $\beta$  كنسبة  
 $\beta$  الى  $\gamma$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  
واستبان منه ان كل خط مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين فان سطحه  
في قسمة الاصغر كمربع قسمة الاعظم

ير  
كل مثلثين متشابهين فان نسبة احدهما الى  
الاخر كنسبة ضلع من اضلاعه الى نظيره من  
اضلاع المثلث الاخر مثناة



ليكن مثلثا  $\alpha\beta\gamma$  و  $\delta\epsilon\zeta$  متشابهين فاقول ان  
نسبة مثلث  $\alpha\beta\gamma$  الى مثلث  $\delta\epsilon\zeta$  كنسبة  
ضلع من اضلاع مثلث  $\alpha\beta\gamma$  الى نظيره من

اضلاع مثلث  $\delta\epsilon\zeta$  وبتكن نسبة ضلع  $\beta\gamma$  الى ضلع  $\epsilon\zeta$  مثناة  
برهانه نجد خطا ثالثا في النسبة لخطي  $\beta\gamma$  و  $\epsilon\zeta$  وهو خط  $\beta\delta$  بالشكل  
العاشر ونصل بين نقطتي  $\alpha\delta$  بخط مستقيم ولان نسبة  $\alpha\beta$  الى  $\delta\epsilon$  كنسبة  
 $\beta\gamma$  الى  $\epsilon\zeta$  ونسبة  $\delta\epsilon$  الى  $\beta\gamma$  كنسبة  $\beta\gamma$  الى  $\epsilon\zeta$  فبالشكل الحادي  
عشر من الخامسة نسبة  $\alpha\delta$  الى  $\delta\epsilon$  كنسبة  $\delta\epsilon$  الى  $\epsilon\zeta$  فبالشكل الرابع  
عشر مثلث  $\alpha\beta\gamma$  كمثلث  $\delta\epsilon\zeta$  فنسبة مثلث  $\alpha\beta\gamma$  الى مثلث  $\delta\epsilon\zeta$  و  $\beta\gamma$   
كنسبته الى مثلث  $\alpha\beta\gamma$  بالشكل السابع من الخامسة ونسبة  $\beta\gamma$  الى  
 $\beta\delta$  كنسبة مثلث  $\alpha\beta\gamma$  الى مثلث  $\alpha\beta\delta$  بالشكل الاول لان ارتفاعهما  
واحد فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مثلث  $\alpha\beta\gamma$  الى  
مثلث  $\delta\epsilon\zeta$  كنسبة  $\beta\gamma$  الى  $\beta\delta$  ونسبة  $\beta\delta$  الى  $\beta\gamma$  كنسبة  $\beta\gamma$  الى  $\beta\delta$   
الى  $\beta\delta$  فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مثلث  $\alpha\beta\gamma$  الى  
مثلث  $\delta\epsilon\zeta$  كنسبة  $\beta\gamma$  الى  $\beta\delta$  وذلك ما اردنا ان نبين  
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة  $\delta$  يمكن ان يقع على نقطة  $\gamma$   
او بين نقطتي  $\beta\gamma$  او خارجا عنهما في جهة  $\gamma$  والبيان في الشكل ظاهر  
ما بين



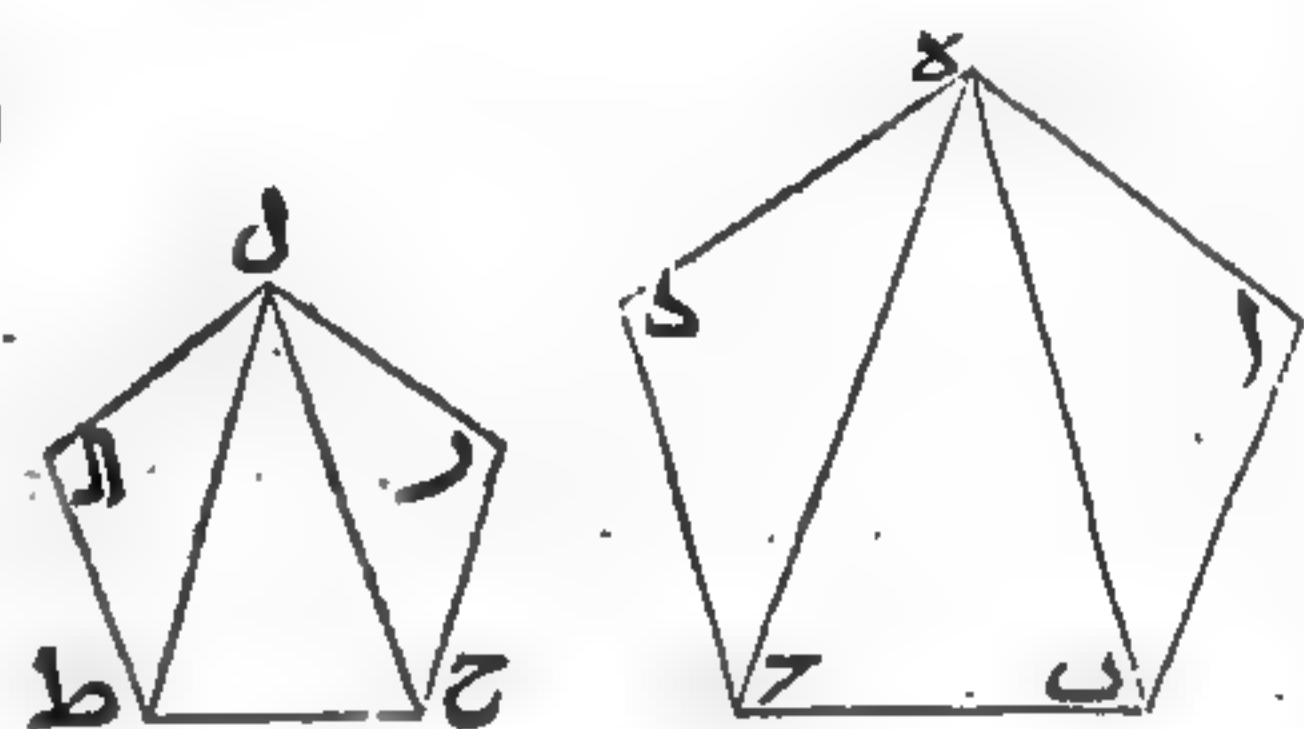
واستبان منه ان كل ثلاثة خطوط متناسبة فان نسبة الاول الى الثالث  
كنسبة المثلث المعول على الاول الى المثلث المعول على الثاني ان كانا



متشابهين وعلي وضع واحد ولك نسبة كذا السطوح المتوازية الاضلاع  
التي هي اضعاف المثلثين بعدة واحدة اذ نسبة الاضعاف كنسبة الاجزاء

جميع السطوح الكثيرة الاضلاع المتشابهة تنقسم الى  
مثلثات متشابهات بعدة واحدة ونسب السطوح  
المتشابهة بعضها الى بعض كنسب اضلاعها

## المتناظرة مثناة



لیکن سطح آبِ حده شبہ سطح  
مرحط ال فنصل بین نقطۃ  
وبین کل واحدۃ من نقطۃ ب  
و فنصل بین نقطۃ ت و بین کل

واحدة من نقطتي ح ط بخط مستقيم فاقول ان المثلثات التي يشتمل  
عليها سطح ا ح نسبة نظايرها المثلثات التي يشتمل عليها سطح ر ط وان  
نسبة سطح ا ح الي سطح ر ط كنسبة ضلع من اضلاع سطح ا ح الي نظيره  
من سطح ر ط مثناة وليكن كنسبة ضلع ب ح الي ضلع ح ط مثناة  
ومثلثات السطحين بعدة واحدة برهانه فلان نسبة ا ب الي م ح  
كنسبة ا ه الي ر ل وزاوية ب ا ه كزاوية ح ر ل فبالشكل السادس زاوية  
ا ب ه كزاوية م ح ر ل وزاوية ا ه ب كزاوية ر ل ح فبالشكل الرابع تكون  
الاضلاع المتناظرة من مثلثي ا ب ه ح ر ل متناسبة فهما متشابهان وبمثله  
تبين ان مثلث د ه ح شبيه مثلث ا ط ل وان زاوية د ه ح كزاوية ا ط ل  
وزاوية د ه ر كزاوية ا ل ط وكانت الزاويا المتناظرة من سطحي ا ب ح د ه  
متساوية فزاوية ا ب ح كزاوية ل ح ط وزاوية ه ب ح كزاوية ل ط ح  
وزاوية ب ح ح كزاوية ح ل ط فبالشكل الرابع يكون الاضلاع المتناظرة  
من مثلثي ب ح ه ح ط ل متناسبة فمثلثات سطح ا ح يشبه نظايرها من  
مثلثات سطح ر ط ولان نسبة مثلث ا ب ه الي مثلث م ح ر ل كنسبة ضلع  
ب ه الي ضلع ل ح مثناة ونسبة مثلث ه ب ح الي مثلث ل ح ط كنسبة  
ضلع ه ب الي ضلع ل ح مثناة بالشكل السابع عشر فنسبة مثلث ا ب ه  
الي مثلث م ح ر ل كنسبة مثلث ه ب ح الي مثلث ل ح ط بالشكل الحادي  
عشر من الخامسة وبمثله تبين ان نسبة مثلث ه ب ح الي مثلث ل ح ط  
كنسبة مثلث ه ر د الي مثلث ل ط ا فنسبة سطح ا ح الي سطح ر ط  
كنسبة مثلث ه ب ح الي مثلث ل ح ط بالشكل الثالث عشر من  
الخامسة

الخامسة اذ بين فيه ان نسبة جميع المقدمات الي جميع تواليه كنسبة  
مقدم واحد الي تاليه ونسبة ضلع  $\beta$  الي ضلع  $\gamma$  مثناة كنسبة  
مثلث  $\beta \gamma$  الي مثلث  $\alpha \gamma$  بالشكل المتقدم فبالشكل الحادي عشر  
من الخامسة نسبة سطح  $\alpha \gamma$  الي سطح  $\beta \gamma$  كنسبة ضلع  $\beta$  الي ضلع  $\gamma$   
مثناة وظاهر ان عدة مثلثات السطحين متساوية لان احد السطحين ان  
كان مربعا او منجسا فيجت ان يكون الاخر مربعا او منجسا والا يكون  
زواياه مخالفة لزاويا الاخر بالصغر والكبر فلا يكونا متشابهين فالحكم  
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

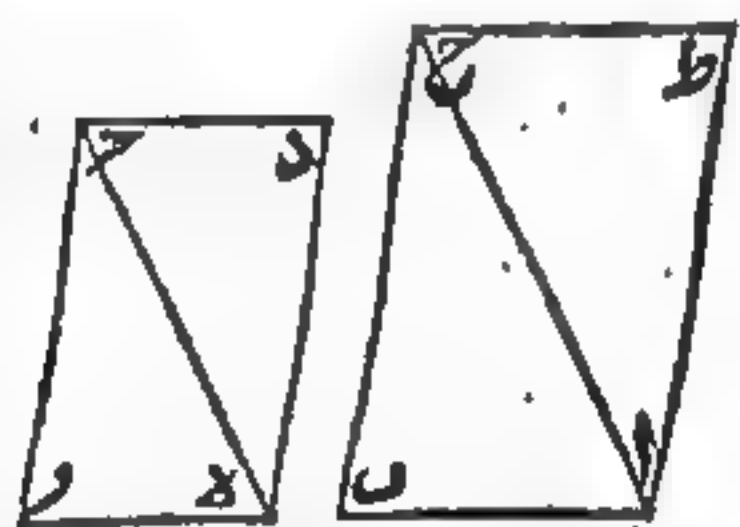
---

واستبان منه ان كل ثلثة خطوط متناسبة فان نسبة الاول الي الثالث  
كنسبة السطح المعمول علي الاول الي السطح المعمول علي الثاني اذا كانا  
متشابهين وعمل عملا واحدا وكذلك نسبة المثلثات التي هي انصاف تلك  
السطوح

یط  
 کل سطح مفروض مستقیم الاضلاع لنا ان نعمل  
 علی ای خط مستقیم سطحاً شبیهاً به

لَبِكُنِ الْخَطَّ أَبَ وَالسَّطْحَ حَذَرًا فَاقُولُ لَنَا أَنْ نَعْمَلَ عَلَى خَطِّ أَبَ سَطْحًا

شبه المثلث في برهانه فصل بين نقطتي  
 ٧ بخط مستقيم ونرسم علي نقطتي آ ب  
 زاويتي باح آ ب ح كزاويتي ر ه ر بالشكل  
 الثالث والعشرين من الاولي ولان زاويتي  
 ر ه ر اقل من قائمتين بالشكل السابع عشر



من الاولي فزاويتا  $\overline{ب\alpha\alpha}$   $\overline{ا\beta\alpha}$  المساويتان لهما اقل من قائمتين فاذا  
اخرجنا خطي  $\overline{ا\alpha}$   $\overline{ب\alpha}$  في جهة  $\overline{ح}$  فانهما يلتقيان فليلتقيا علي نقطة  $\overline{ح}$   
ولان زوايا كل مثلث كقائمتين بالشكل الثاني والثالثين من الاولي فزاوية  
 $\overline{ا\alpha\beta}$  كزاوية  $\overline{د\alpha\gamma}$  فزاويا مثلثي  $\overline{ا\alpha\beta}$   $\overline{د\alpha\gamma}$  المتناظرة متساوية فبالشكل  
الرابع نسبة  $\overline{ا\alpha}$  الي  $\overline{د\alpha}$  كنسبة  $\overline{ب\alpha}$  الي  $\overline{د\gamma}$  ونسبة  $\overline{ا\alpha}$  الي  $\overline{د\alpha}$  ونرسم  
علي نقطتي  $\overline{ا\alpha}$   $\overline{د\alpha}$  من خط  $\overline{ا\alpha}$  زاويتي  $\overline{ح\alpha\gamma}$   $\overline{ح\alpha\beta}$  كزاويتي  $\overline{د\alpha\gamma}$   $\overline{د\alpha\beta}$   
ونخرج خطي  $\overline{ا\alpha}$   $\overline{د\alpha}$  في جهة  $\overline{ط}$  علي استقامتهما فهما يلتقيان فليلتقيا  
علي نقطة  $\overline{ط}$  وتكون زوايا مثلثي  $\overline{ا\alpha\gamma}$   $\overline{د\alpha\beta}$  المتناظرة متساوية كما بينا  
وتكون نسبة  $\overline{ا\alpha}$  الي  $\overline{د\alpha}$  كنسبة  $\overline{ط\alpha}$  الي  $\overline{د\gamma}$  وكنسبة  $\overline{ا\alpha}$  الي  $\overline{د\alpha}$  بمثل ما  
تقدم من مثلثي  $\overline{ا\alpha\gamma}$   $\overline{د\alpha\beta}$  بعينه ولان زاويتي  $\overline{ط\alpha\gamma}$   $\overline{ط\alpha\beta}$  كزاويتي  $\overline{د\alpha\gamma}$   $\overline{د\alpha\beta}$   
 $\overline{د\alpha}$  وزاويتي  $\overline{ا\alpha\gamma}$   $\overline{ا\alpha\beta}$  كزاويتي  $\overline{د\alpha\gamma}$   $\overline{د\alpha\beta}$  تكون زاوية  $\overline{ط\alpha\beta}$  كزاوية  
 $\overline{د\alpha\gamma}$  وزاوية  $\overline{ب\alpha\gamma}$  كزاوية  $\overline{د\alpha\beta}$  فزاويا سطحي  $\overline{ط\alpha\beta}$   $\overline{د\alpha\gamma}$  المتناظرة











## الاضلاع المحيطه بالزاويتين المتساويتين

ليكن سطح  $أ ب ح د$  متوازي الاضلاع وزاوية  $ب ح د$  كزاوية  $ح د ح$  فاقول ان نسبة سطح  $أ ب ح$  الى  $ح د ح$  مولفة من نسبة  $ب ح$  الى  $ح د$  ومن نسبة  $ح د$  الى  $ح د$  برهانه نجعل  $ب ح$  على استقامة  $ح د$  فزاوية  $ب ح د$  مع زاوية  $ح د ح$  كزاويتين بالشكل الثالث عشر من الاولي وزاوية  $ب ح د$  كزاوية  $ح د ح$  فزاويتنا  $ب ح د$  ب  $ح د$  كزاويتين فبالشكل الرابع عشر من الاولي خط  $ح د$  على استقامة خط  $ح د$  ونخرج خطي  $أ د$   $ح د$  في جهة  $ح د$  على استقامتهما فهما يلتقيان لانا اذا وصلنا  $ح د$  بخط مستقيم كانت الزاوية المجاورة لزاوية  $أ د ح$  مع الزاوية المجاورة لزاوية  $ح د ح$  كزاويتين فهى مع الزاوية المجاورة لزاوية  $ح د ح$  اقل من قايمتين فليلتقيا على نقطة  $ط$  وليكن  $أ ط$  خط مستقيم محدود ونجعل نسبة  $ب ح$  الى  $ح د$  كنسبة  $أ ط$  الى خط آخر وليكن خط  $ل$  ونجعل نسبة  $ح د$  الى  $ح د$  كنسبة خط  $ل$  الى خط  $م$  باستبانة الشكل العاشر ونسبة سطح  $أ ب ح$  الى سطح  $ح د ح$  كنسبة  $ب ح$  الى  $ح د$  بالشكل الاول ونسبة  $أ ط$  الى  $ل$  كنسبة  $ب ح$  الى  $ح د$  فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح  $أ ب ح$  الى سطح  $ح د ح$  كنسبة  $أ ط$  الى  $ل$  ونسبة سطح  $ط ح د$  الى سطح  $ح د ح$  كنسبة  $ح د$  الى  $ح د$  بالشكل الاول ونسبة  $ل$  الى  $م$  كنسبة  $ح د$  الى  $ح د$  فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح  $ط ح د$  الى سطح  $ح د ح$  كنسبة  $أ ط$  الى  $ل$  فبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة سطح  $أ ب ح$  الى سطح  $ح د ح$  كنسبة  $أ ط$  الى  $ل$  ونسبة  $ل$  الى  $م$  كنسبة  $أ ط$  الى  $ل$  اعني نسبة  $ب ح$  الى  $ح د$  ومن نسبة  $ل$  الى  $م$  اعني نسبة  $ح د$  الى  $ح د$  فنسبة سطح  $أ ب ح$  الى سطح  $ح د ح$  مولفة من نسبة  $ب ح$  الى  $ح د$  ومن نسبة  $ح د$  الى  $ح د$  لما بين في صدر المقالة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

الله

كل سطحين مفروضين مستقي الاضلاع لئان  
نعمل سطحاً مستقيماً الاضلاع يشبه احدها ويساوي

الاخر

ليكن احد السطحين المفروضين سطح  $أ ب ح$  والسطح الاخر  $د$  فاقول لئان  
نعمل سطحاً يشبه سطح  $أ ب ح$  ويساوي سطح  $د$  برهانه فنعمل على خط  
 $ب ح$  سطحاً متوازي الاضلاع  $ب ح د$  يساوي سطح  $أ ب ح$  بالشكل الرابع والاربعين

من

من الاولي وهو سطح  $ب ح د$  ونجعل على خط  $ب ح$  سطحاً متوازي الاضلاع  
يساوي سطح  $د$  وتكون زاوية  $ر ح د$  منه يساوي زاوية  $ب ح د$  بالشكل  
الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح  $ر ح د$  فيحدث عرض  $ر ح$  فلان  
زاوية  $ر ح د$  مع زاوية  $ب ح د$  كزاويتين بالشكل  
التاسع والعشرين من الاولي فزاويتنا  $ر ح د$   $ب ح د$   
كزاويتين خط  $ب ح$  على استقامة خط  $ر ح$  بالشكل  
الرابع عشر من الاولي ولان زاوية  $ر ح د$  كزاوية  
 $ر ح د$  بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية  
 $ر ح د$  مع زاوية  $ر ح د$  كزاويتين بالشكل التاسع  
والعشرين من الاولي فزاويتنا  $ر ح د$   $ب ح د$  كزاويتين



خط  $ر ح$  خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فسطحاً  $ب ر ح$   
هما بين خطي  $ب ح$   $ر ح$  المتوازيين ونجد خطاً مستقيماً وسطاً في النسبة  
بين خطي  $ب ح$   $ر ح$  بالشكل التاسع وهو خط  $ط$  ونجعل عليه شكلاً  
شبهها بسطح  $أ ب ح$  بالشكل العشرين وهو سطح  $ل ط د$  ونسبة سطح  $أ ب ح$  الى  
سطح  $ل ط د$  كنسبة  $ب ح$  الى  $ط د$  مثلاً بالشكل الثاني عشر ونسبة  $ب ح$  الى  
 $ح د$  كنسبة  $ب ح$  الى  $ط د$  مثلاً فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة  
سطح  $أ ب ح$  الى سطح  $ل ط د$  كنسبة  $ب ح$  الى  $ح د$  ونسبة سطح  $ب ر ح$  الى سطح  
 $ر ح د$  كنسبة  $ب ح$  الى  $ح د$  فنسبة سطح  $أ ب ح$  الى سطح  $ل ط د$  كنسبة سطح  
 $ب ر ح$  الى سطح  $ر ح د$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة لكن سطح  $أ ب ح$  يساوي  
سطح  $ب ر ح$  فسطح  $ل ط د$  يساوي سطح  $ر ح د$  بالشكل الرابع عشر من الخامسة  
وكان سطح  $د$  يساوي سطح  $ر ح د$  فسطح  $ل ط د$  يساوي سطح  $د$  وكان سطح  $ل ط د$   
شبهها بسطح  $أ ب ح$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

الله

اعظم السطوح المتوازية الاضلاع التي يضاف الى اي  
خط مستقيم محدود ينقص عن تمام الخط سطوحاً  
شبيهة بالسطح المتوازي الاضلاع المعمول على نصف  
الخط الشبيه بالسطوح التي هي سطح النقصانات

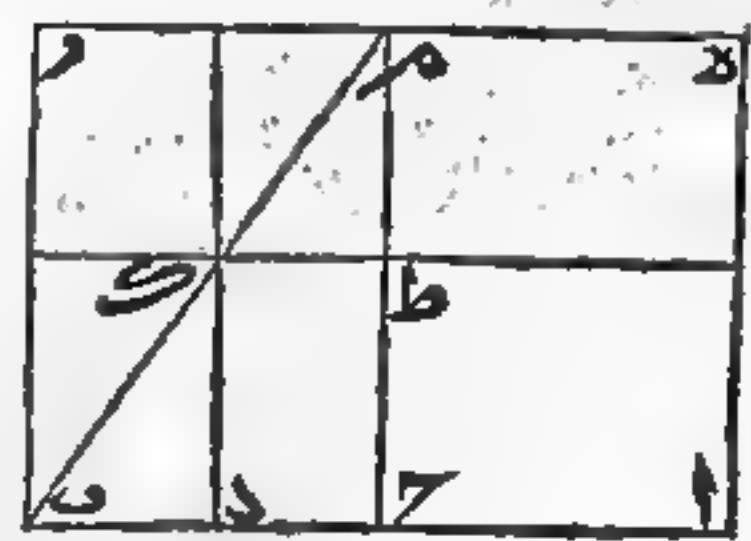
ليكن  $أ ب$  خطاً مستقيماً محدوداً فننصفه على نقطة  $ح$  بالشكل العاشر من  
الاولي ونجعل خط  $ب ر$  المستقيم المحدود محيطاً مع خط  $أ ب$  زاوية  
ونخرج من نقطة  $ح$  خط  $ح م$  موازاً لـ  $أ ب$  بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي  
ونفصل منه  $ح م$  مساوياً لخط  $ب ر$  بالشكل الثالث من الاولي ونصل  $ر م$



بخط مستقيم فهو مواز ومساو لخط  $\overline{ب\gamma}$  بالشكل الثالث والثلاثين من  
 الاولي فسطح  $\overline{ب\gamma}$  من المتوازي الاضلاع ونخرج  
 من نقطة  $\alpha$  خط  $\alpha\delta$  موازيا لخط  $\overline{ب\gamma}$  في جهة  $\overline{م}$   
 بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي ونخرج  $\overline{م\delta}$   
 في جهة  $\overline{م}$  على استقامته فهو يلقي خط  $\alpha\delta$  لانا  
 اذا وصلنا بين نقطتي  $\alpha$  و  $\delta$  بخط مستقيم كانت  
 الزاوية المجاورة لزاوية  $\alpha$  مع الزاوية المجاورة لزاوية  $\delta$   $\overline{م\alpha\delta}$  كقائمتين  
 بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فتكون زاوية  $\delta$   $\overline{م\alpha\delta}$  مع الزاوية  
 المجاورة لزاوية  $\alpha$   $\overline{م\alpha\delta}$  من قائمتين فليقتبسا على نقطة  $\delta$  ونخرج قطر  
 $\overline{ب\delta}$  ونضيف الى خط  $\overline{اب}$  سطحا متوازي الاضلاع نصف عن تمامه  
 سطحا شبيها بسطح  $\overline{ب\delta}$  فنعين على خط  $\overline{ب\delta}$  نقطة بين نقطتي  $\overline{ب}$  و  $\overline{\delta}$  ولتكن  
 في نقطة  $\epsilon$  ونخرج منها خط  $\epsilon\delta$  موازيا لخط  $\overline{ب\delta}$  بالشكل الواحد  
 والثلاثين من الاولي فهو يواز خط  $\overline{ب\delta}$  بالشكل الثلاثين من الاولي فيقطع  
 القطر على نقطة فليقطع على نقطة  $\alpha$  ونخرج  $\alpha\delta$  على استقامته الى ان ينتهي  
 الى خط  $\overline{م\delta}$  ونخرج من نقطة  $\alpha$  خط  $\alpha\gamma$  موازيا لخط  $\overline{اب}$  بالشكل  
 الواحد والثلاثين من الاولي فهو مواز لخط  $\overline{ب\delta}$  بالشكل الثلاثين من الاولي  
 ونخرج  $\alpha\delta$  على استقامته في جهته الى غير النهاية فينتهي الى خطي  $\overline{ب\delta}$  و  $\overline{م\delta}$   
 فيقطع خط  $\overline{م\delta}$  فليقطع على نقطة  $\delta$  فجميع سطوح  $\alpha\gamma$   $\overline{م\delta}$   $\overline{م\alpha\delta}$   $\overline{م\delta}$   $\overline{م\alpha\delta}$   
 $\overline{ب\delta}$   $\alpha\delta$  متوازية الاضلاع وسطح  $\overline{ب\delta}$   $\alpha\delta$  شبيه بسطح  $\overline{ب\delta}$  بالشكل الثاني  
 والعشرين فسطح  $\alpha\delta$  هو السطح المتوازي الاضلاع المضاف الى خط  $\overline{اب}$   
 ناقصا عن تمامه سطح  $\overline{ب\delta}$  الشبيه بالسطح المعول على نصف الخط فلانا  
 اذا اخذنا لضلعي  $\alpha\delta$   $\alpha\delta$  اضعا فكم كانت متساوية العدة ولضلعي  $\overline{ب\delta}$   
 $\overline{ب\delta}$   $\overline{ب\delta}$  كانت متساوية العدة فان كانت اضعا  $\alpha\delta$  زايدة على  
 اضعا  $\overline{ب\delta}$  كانت متساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة لتساوي كل  
 واحد من ضلعي  $\alpha\delta$   $\overline{ب\delta}$   $\overline{ب\delta}$   $\overline{ب\delta}$  كنسبة  $\alpha\delta$  الى  $\overline{ب\delta}$  كنسبة  $\alpha\delta$  الى  $\overline{ب\delta}$   
 وبمثله تبين ان نسبة  $\delta$  الى  $\overline{م\delta}$  كنسبة  $\alpha\delta$  الى  $\overline{ب\delta}$  فبالشكل الحادي عشر  
 من الخامسة تكون نسبة  $\delta$  الى  $\overline{م\delta}$  كنسبة  $\alpha\delta$  الى  $\overline{ب\delta}$  وبمثله تبين ايضا  
 ان نسبة  $\delta$  الى  $\overline{ب\delta}$  كنسبة  $\alpha\delta$  الى  $\overline{ب\delta}$  والزوايا المتناظرة من سطحي  $\alpha\delta$  و  $\overline{ب\delta}$   
 متساوية بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فسطح  $\alpha\delta$  شبيه بسطح  $\overline{ب\delta}$   
 فهو شبيه بسطح  $\overline{ب\delta}$  بالشكل العشرين فاقول ان سطح  $\alpha\delta$  اعظم من سطح  $\alpha\delta$   
 برهانه فلان ضلع  $\delta$  مساوي ضلع  $\alpha\delta$  وضلع  $\overline{م\delta}$  مساوي ضلع  $\overline{ب\delta}$   
 بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي وضلعا  $\alpha\delta$  و  $\overline{ب\delta}$  متساويان فضلعا  $\delta$  و  $\overline{م\delta}$   
 $\overline{م\delta}$  متساويان فسطحا  $\alpha\delta$  و  $\overline{ب\delta}$  متساويان بالشكل السادس والثلاثين من  
 الاولي فسطح  $\alpha\delta$  اعظم من سطح  $\overline{ب\delta}$  وسطح  $\overline{ب\delta}$  مساوي سطح  $\overline{ب\delta}$  بالشكل  
 الثالث



الثالث والاربعين من الاولي فسطح  $\alpha\delta$  اعظم من سطح  $\alpha\delta$  فاذا اضفنا  
 سطح  $\alpha\delta$  الى سطح  $\alpha\delta$  حصل سطح  $\alpha\delta$  واذا اضفناه الى سطح  $\alpha\delta$  حصل سطح  
 $\alpha\delta$  فسطح  $\alpha\delta$  اعظم من سطح  $\alpha\delta$  فلو فرضنا بين  
 نقطتي  $\overline{ب}$  و  $\overline{\delta}$  على خط  $\overline{ب\delta}$  نقطة غير متناهية  
 واخرجنا من كل واحدة منها خطا موازيا  
 لخط  $\overline{ب\delta}$  فانه يقطع القطر ونخرج من نقطة  
 التقاطع خطا يوازي خط  $\overline{اب}$  واخرجنا في  
 جهته الى ان ينتهي الى ضلعي  $\alpha\delta$  فانه يحدث سطوح متوازية  
 الاضلاع غير متناهية مضافة الى خط  $\overline{اب}$  ناقصا كل واحد منها عن  
 خط  $\overline{اب}$  سطحا شبيها بسطح  $\overline{ب\delta}$  فيكون سطح  $\alpha\delta$  اعظم من كل واحد من  
 تلك السطوح بالبيان المذكور فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



التر  
 كل خط مستقيم محدود مفروض معلوم لنا  
 ان نضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع مساويا  
 لسطح معلوم مفروض مستقيم الاضلاع ينقص عن  
 تمام الخط سطحا متوازي الاضلاع شبيها بسطح  
 معلوم مفروض متوازي الاضلاع

ليكن الخط  $\overline{اب}$  والسطح المستقيم الاضلاع سطح  $\overline{ب\delta}$  والسطح المتوازي  
 الاضلاع سطح  $\overline{ب\delta}$  فاقول لنا ان نضيف الى خط  $\overline{اب}$  سطحا متوازي الاضلاع  
 يساوي سطح  $\overline{ب\delta}$



وينقص عن تمام  
 خط  $\overline{اب}$  سطح  
 متوازي الاضلاع  
 شبيه سطح  $\overline{ب\delta}$   
 برهانه نصف

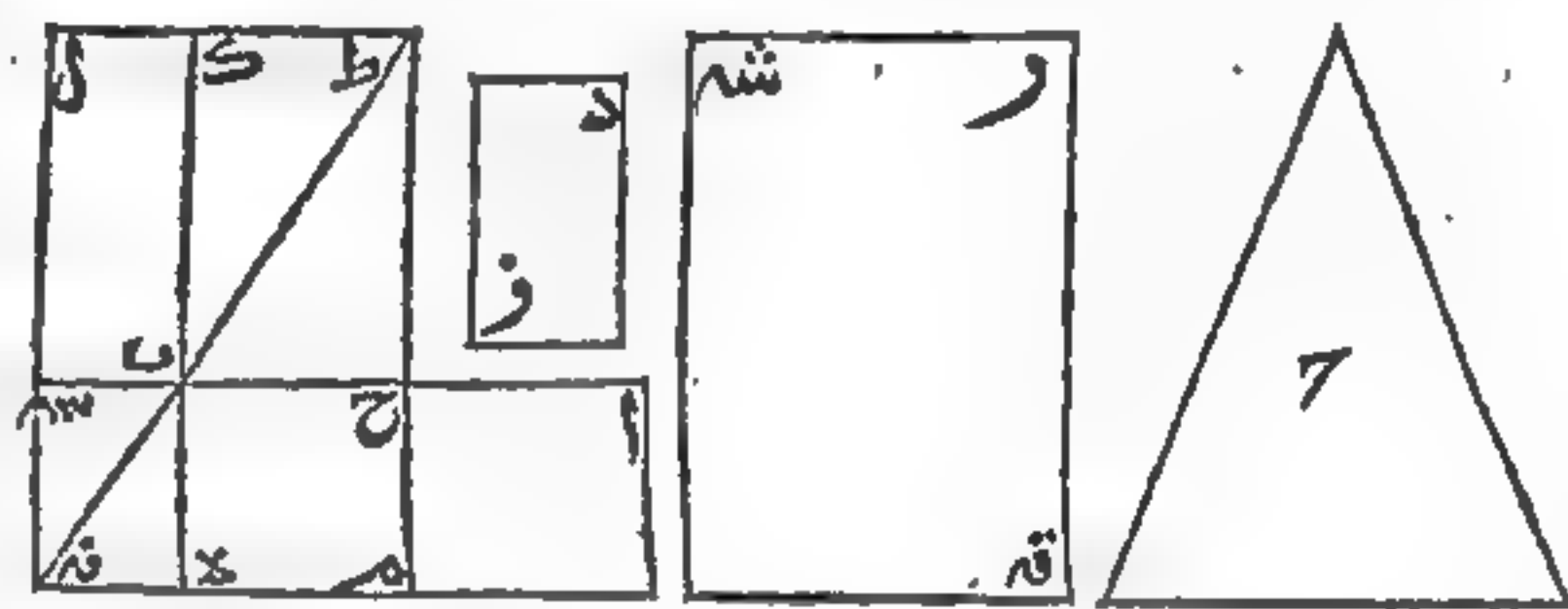
خط  $\overline{اب}$  على نقطة  $\gamma$  بالشكل العاشر من الاولي ونعمل على خط  $\overline{ب\gamma}$  سطحا  
 متوازي الاضلاع شبيها بسطح  $\overline{ب\delta}$  بالشكل التاسع عشر وهو سطح  $\overline{ب\gamma}$   
 ونخرج من نقطة  $\alpha$  خط  $\alpha\delta$  موازيا لخط  $\overline{ب\gamma}$  بالشكل الواحد والثلاثين  
 من الاولي ونخرج خط  $\alpha\delta$  في جهة  $\overline{م}$  على استقامته فهو يلقي خط  $\alpha\delta$   
 لانا اذا وصلنا  $\alpha\delta$  بخط  $\alpha\delta$  المستقيم كانت الزاوية المجاورة لزاوية  $\alpha$   $\overline{ب\gamma}$







خط م نه يوازي ط ال ونخرجه في جهة م علي استقامته الي غير النهاية  
ومن نقطة ل خط ل نه يوازي م ط بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي  
ونخرجه في جهة م علي استقامته ولانا اذا وصلنا م ل بخط مستقيم كانت  
زاوية نه م مع الزاوية المجاورة لزاوية م ل ط كقائمتين بالشكل التاسع  
والعشرين من الاولي فزاويتنا نه م ل نه اقل من قائمتين فخطا م نه ل نه  
يلتقيان فليلتقيا علي نقطة نه فسطح م ل كسطح ق ر شه بانطباق سطح ق ر شه  
علي سطح م ل بحيث ينطبق نقطة ر علي نقطة ط وضلع ق ر مر شه  
علي ضلعي م ط ط ل ونخرج من آ خط يوازي ح م في جهة م بالشكل  
الواحد والثلاثين من الاولي ونخرجه علي استقامته فبنتهي الي خط نه م  
يمثل ما بيننا اذا وصلنا آ م بخط مستقيم ونخرج خطي ب ح ب ا علي  
استقامتهما في جهة

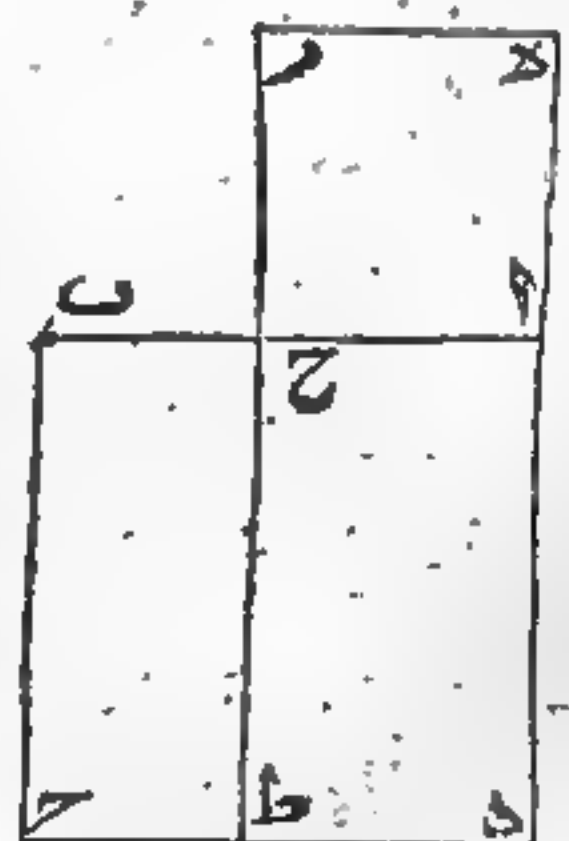


فسطح ح ا كاين علي  
قطر سطح م ل بالشكل الثالث والعشرين فخط نه ب ط قطر لسطح م ل  
فسطح نه ب يشبه سطح ح ا بالشكل الثاني والعشرين وكان سطح نه ب شبيها  
بسطح ح ا فسطحا نه ب متشابهان بالشكل العشرين وكان سطح ح ا ح  
يساويان سطح ق ر شه وسطح م ل يساوي سطح ق ر شه فعلم م نه ا يساوي  
سطح ح م مقيم بل مقيم ب م بالشكل الثالث والاربعين من الاولي وسطح  
آ م مقيم ب م بالشكل السادس والثلاثين من الاولي فسطح آ نه كعلم م نه ا وكان  
سطح ح كعلم م نه ا فسطح آ نه المتوازي الاضلاع يساوي سطح ح ويزيد علي  
خط ا ب سطح نه ب الشبيه بسطح نه ب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ط

كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نقسمه

علي نسبة ذات وسط وطرفين



ليكن الخط ا ب فاقول لنا ان نقسمه علي نسبة ذات  
وسط وطرفين برهانه نرسم علي ا ب مربع ا ب ح د  
بالشكل الخامس والاربعين من الاولي ونضيف الي  
خط ا د سطحا متوازي الاضلاع يساوي مربع ا ح و  
يزيد علي خط ا د سطحا متوازي الاضلاع يشبه  
مربعيا بالشكل المتقدم ويكون السطح المضاف سطح د ط والسطح المتوازي  
الاضلاع

الاضلاع الذي يزيد علي خط ا د سطح ا د م ح فنقطة ح لا يمكن ان يقع  
علي نقطة ب او خارجة عن خط ا ب والا يلزم ان يكون سطح د ط ضعف  
مربع ا ح او اعظم من ضعفه هذا خلف فبقع بين نقطتي ا ب فيكون  
ا د م ح مربعان لان مشابه المربع مربع فلان ضلع ح ط كضلع ا د بالشكل  
الرابع والثلاثين من الاولي فضلع ا ب كضلع ح ط وضلع ا ح كضلع سطح  
ح ر فاذا اخذ الاول والثالث وهما ا ب ح ط اضعايف متساوية العدة  
اي عدة كانت مما لا يتناهي والثاني والرابع وهما ا ح ح ر اضعايف متساوية  
العدة اي عدة كانت مما لا يتناهي فان كانت اضعايف الاول زايدة علي  
اضعايف الثاني كانت اضعايف الثالث زايدة علي اضعايف الرابع وان  
كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة ا ب  
الي ا ح كنسبة ح ط الي ح ر وايضا فلان سطحي ح ح ح ر متوازي الاضلاع  
وزاويتنا ا ح م ر ب ح ط متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاولي فنسبة  
ضلع ا ح الي ضلع ح ب كنسبة ط ح الي ح ر بالشكل الثالث عشر  
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ا ب الي ا ح كنسبة ا ح الي ح ب  
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

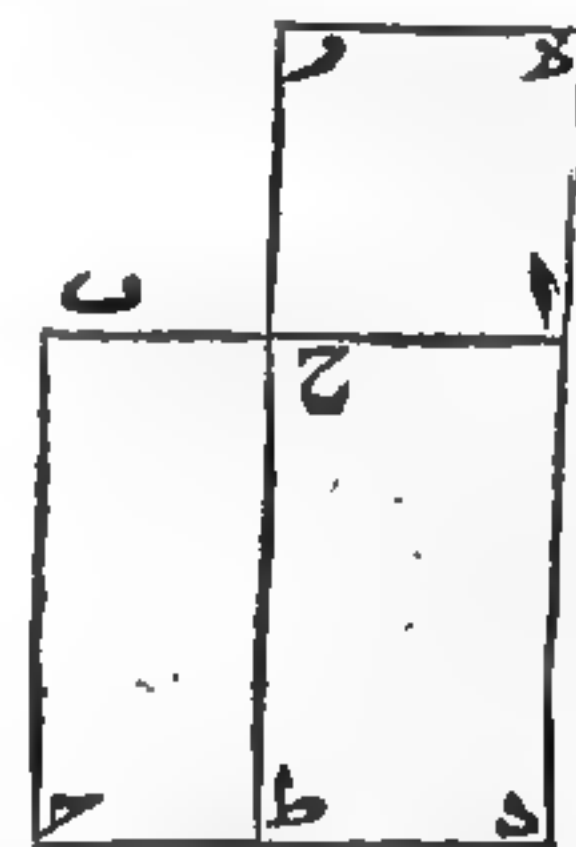
واستبان منه ومما تقدم ان جميع الخطوط المقسومة علي نسبة ذات وسط  
وطرفين مقسومة علي نسبة واحدة اي نسبة اي  
خط منها الي قسمه الاعظم كنسبة قسم الاعظم من  
كل واحد من تلك الخطوط الي قسمه الاصغر ونسبة  
كل واحد من تلك الخطوط الي قسمه الاعظم  
ونسبة تلك الخطوط الي بعضها بعض كنسبة اقسام  
بعضها الي بعض النظر من النظر فجميع ما يعرض  
لواحد منها يعرض لكل واحد من بواقي تلك  
الخط



فليكن لبيان ذلك خط د ه مقسوما علي نقطة م  
بنسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاعظم د ر فيكون سطح ا ب في ب ح  
كمربع ا ح وسط د ه في د ر مربع د ر باستبانة الشكل السادس عشر  
فسطحا ا ب في ب ح وده في د ر مع مربعي ا ح د ر اربعة مقادير اذا اخذ  
للاول والثالث وهما سطحا ا ب في ب ح وده في د ر اضعايف متساوية  
العدة اي عدة كانت مما لا يتناهي واخذ للثاني والرابع وهما مربعان ا ح  
د ر اضعايف متساوية العدة اي عدة كانت مما لا يتناهي فان كانت اضعايف  
الاولي زايدة علي اضعايف الثاني كانت اضعايف الثالث زايدة علي  
اضعايف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة  
كانت ناقصة فنسبة سطح ا ب في ب ح الي مربع ا ح كنسبة سطح د ه في د ر  
الي مربع د ر ولان نسبة الاضعايف اذا كانت متساوية العدة كنسبة



الاجزاء بالشكل الخامسة عشر من الخامسة فتكون نسبة اربعة امثال  
 سطح  $\overline{AB}$  في  $\overline{BC}$  الى مربع  $\overline{AC}$  كنسبة اربعة امثال سطح  $\overline{DE}$  في  $\overline{ER}$  الى  
 مربع  $\overline{DR}$  فبالتركيب بالشكل السابع عشر من الخامسة نسبة اربعة  
 امثال سطح  $\overline{AB}$  في  $\overline{BC}$  مع مربع  $\overline{AC}$  الى مربع  $\overline{AC}$  كنسبة اربعة امثال  
 سطح  $\overline{DE}$  في  $\overline{ER}$  مع مربع  $\overline{DR}$  الى مربع  $\overline{DR}$  لكن اربعة امثال سطح  $\overline{AB}$  في  
 $\overline{BC}$  مع مربع  $\overline{AC}$  يساوي مربع  $\overline{AB}$   $\overline{BC}$  اذا اتصلا خطا واحدا  $\overline{AB}$   
 واربعة امثال سطح  $\overline{DE}$  في  $\overline{ER}$  مع مربع  $\overline{DR}$  يساوي مربع  $\overline{DE}$   $\overline{ER}$  اذا  
 اتصلا خطا واحدا بالشكل الثامن من الثانية فنسبة مربع  $\overline{AB}$   $\overline{BC}$  اذا  
 اتصلا خطا واحدا الى مربع  $\overline{AC}$  كنسبة مربع  $\overline{DE}$   $\overline{ER}$   
 $\overline{ER}$  اذا جعلنا خطا واحدا الى مربع  $\overline{DR}$  ثم نقول  
 نسبة خطي  $\overline{AB}$   $\overline{BC}$  اذا اتصلا خطا واحدا الى  
 خط  $\overline{AC}$  مثناة نسبة مربع  $\overline{AB}$   $\overline{BC}$  اذا اتصلا خطا  
 واحدا الى مربع  $\overline{AC}$  بالشكل الثامن عشر وكانت  
 نسبة مربع  $\overline{DE}$   $\overline{ER}$  اذا اتصلا خطا واحدا الى مربع  
 $\overline{DR}$  كنسبة مربع  $\overline{AB}$   $\overline{BC}$  اذا اتصلا خطا واحدا  
 الى مربع  $\overline{DR}$  فبالشكل الحادي عشر من الخامسة  
 نسبة خطي  $\overline{AB}$   $\overline{BC}$  اذا اتصلا خطا واحدا الى  
 خط  $\overline{AC}$  مثناة كنسبة مربع  $\overline{DE}$   $\overline{ER}$  اذا اتصلا خطا واحدا الى مربع  $\overline{DR}$   
 ونسبة خطي  $\overline{DE}$   $\overline{ER}$  اذا اتصلا خطا واحدا الى خط  $\overline{DR}$  مثناة كنسبة  
 مربع  $\overline{DE}$   $\overline{ER}$  اذا اتصلا خطا واحدا الى مربع  $\overline{DR}$  بالشكل الثامن عشر  
 فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة خطي  $\overline{AB}$   $\overline{BC}$  اذا اتصلا خطا  
 واحدا الى خط  $\overline{AC}$  مثناة كنسبة خطي  $\overline{DE}$   $\overline{ER}$  اذا اتصلا خطا واحدا  
 الى خط  $\overline{DR}$  مثناة فنسبة خطي  $\overline{AB}$   $\overline{BC}$  اذا اتصلا خطا واحدا الى  
 خط  $\overline{AC}$  كنسبة خطي  $\overline{DE}$   $\overline{ER}$  اذا اتصلا خطا واحدا الى خط  $\overline{DR}$   
 فبالتركيب بالشكل السابع عشر من الخامسة نسبة خطوط  $\overline{AB}$   $\overline{BC}$   $\overline{AC}$   
 اذا اتصلت خطا واحدا الى خط  $\overline{AC}$  كنسبة خطوط  $\overline{DE}$   $\overline{ER}$   $\overline{DR}$  اذا  
 اتصلت خطا واحدا الى خط  $\overline{DR}$  لكن خطوط  $\overline{AB}$   $\overline{BC}$   $\overline{AC}$  ضعف  $\overline{AB}$   
 وخطوط  $\overline{DE}$   $\overline{ER}$   $\overline{DR}$  ضعف  $\overline{DE}$  ونسبة الاضعف اذا كانت متساوية  
 كنسبة الاجزاء بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة  $\overline{AB}$  الى  $\overline{AC}$   
 كنسبة  $\overline{DE}$  الى  $\overline{DR}$  فبالابدال بالشكل السادس عشر من الخامسة  
 نسبة  $\overline{AC}$  الى  $\overline{DR}$  كنسبة  $\overline{AB}$  الى  $\overline{DE}$  فبالشكل التاسع عشر من الخامسة  
 نسبة  $\overline{BC}$  الى  $\overline{ER}$  كنسبة  $\overline{AB}$  الى  $\overline{DE}$  فبالشكل الحادي عشر من الخامسة  
 نسبة  $\overline{AC}$  الى  $\overline{DR}$  كنسبة  $\overline{BC}$  الى  $\overline{ER}$



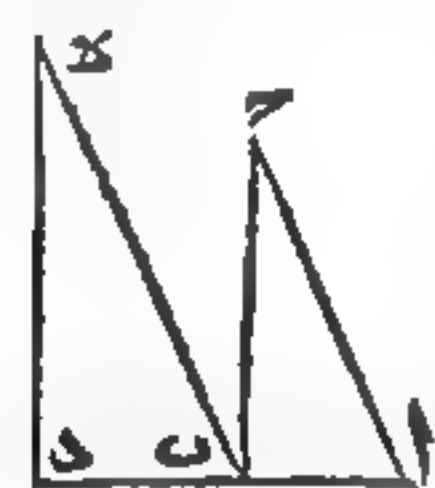
د ر د

ل

كل

كل مثلثين متشابهين احاطا ضلعان منهما  
 زاوية وكانا موازيين لضلعين آخرين منهما  
 النظيرين لهما في النسبة فان احدا لضلعين  
 الباقيين منهما علي استقامة الضلع الاخر منهما

ليكن ضلعا  $\overline{BC}$   $\overline{DE}$  من مثلثي  $\overline{ABC}$   $\overline{DEF}$  احاطا بزاوية  $\overline{B}$   $\overline{E}$  واح  
 يوازي  $\overline{BC}$  وكانت نسبة  $\overline{AC}$  الى  $\overline{BE}$  كنسبة  $\overline{AF}$  الى  $\overline{DE}$  فاقول ان ضلع  
 $\overline{AB}$  علي استقامة ضلع  $\overline{BC}$  برهانه فلان ضلع  $\overline{AC}$   
 يوازي ضلع  $\overline{BE}$  وضلع  $\overline{BC}$  يوازي ضلع  $\overline{DE}$  فكل من  
 زاويتي  $\overline{ACB}$   $\overline{BED}$  يساوي زاوية  $\overline{B}$   $\overline{E}$  بالشكل التاسع  
 والعشرين من الاول فيهما متساويتان ونسبة  $\overline{AC}$  الى  $\overline{BE}$   
 كنسبة  $\overline{AF}$  الى  $\overline{DE}$  فبالشكل السادس زاوية  $\overline{B}$   $\overline{E}$   
 كزاوية  $\overline{B}$   $\overline{E}$  وكانت زاوية  $\overline{B}$   $\overline{E}$  كزاوية  $\overline{B}$   $\overline{E}$  فزاوية  $\overline{B}$   $\overline{E}$  كزاويتي  
 $\overline{ACB}$   $\overline{BED}$  وهما مع زاوية  $\overline{B}$   $\overline{E}$  كزاويتي بالشكل الثاني والثلاثين من  
 الاول فزاويتي  $\overline{ACB}$   $\overline{BED}$  كزاويتي فضع  $\overline{AB}$  علي استقامة ضلع  $\overline{BC}$   
 فضع  $\overline{AB}$  علي استقامة ضلع  $\overline{BC}$  بالشكل الرابع عشر من الاول فالحكم  
 ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



لا

كل مثلث مستقيم الاضلاع قائم الزاوية فان  
 الشكل المستقيم الاضلاع المضاف الي وتر القائمة  
 منه يساوي الشكين المستقيمي الاضلاع المضافين  
 الي الضلعين المحيطين بها اذا كانا شبيهين به

لتكن زاوية  $\overline{BAC}$  من مثلث  $\overline{ABC}$  قائمة فاقول ان الشكل المستقيم  
 الاضلاع المضاف الي ضلع  $\overline{BC}$  يساوي الشكين  
 المستقيمي الاضلاع المضافين الي ضلعي  $\overline{AB}$   $\overline{AC}$  معا  
 اذا كانا شبيهين بالشكل المضاف الي  $\overline{BC}$  برهانه  
 فلان نسبة مربع  $\overline{AB}$  الى مربع  $\overline{BC}$  كنسبة مربع  
 $\overline{AB}$  الى  $\overline{BC}$  مثناة بالشكل الثامن عشر ونسبة الشكل المستقيم الاضلاع





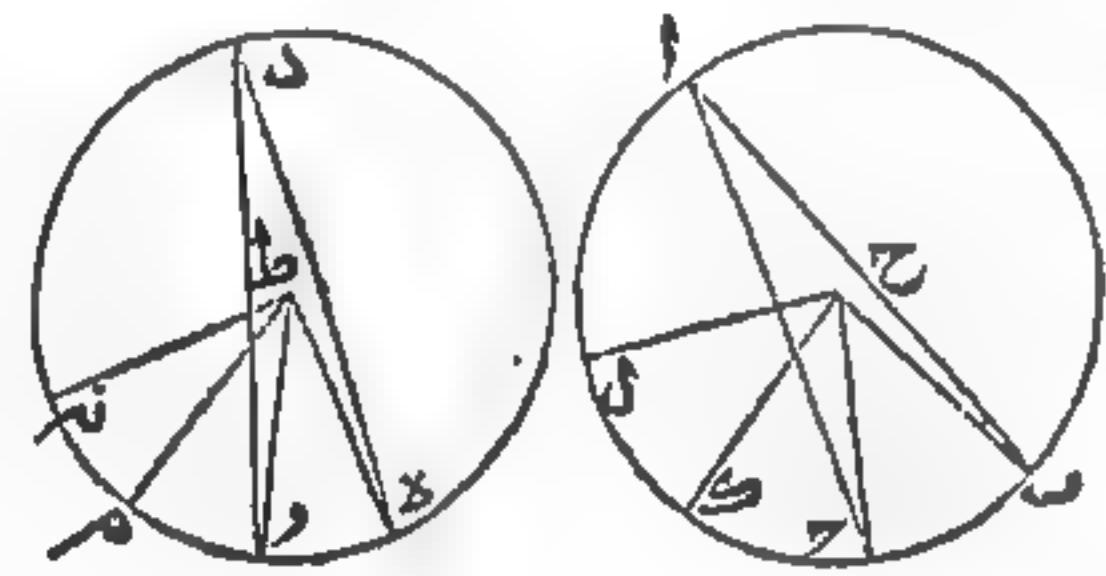
المعول على ضلع  $AB$  الى الشكل المستقيم الاضلاع المعول على  $BC$  اذا كانا متشابهين كنسبة  $AB$  الى  $BC$  مثناة بالشكل الثامن عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع  $AB$  الى مربع  $BC$  كنسبة الشكل المستقيم الاضلاع المعول على  $AB$  الى الشكل المستقيم الاضلاع المعول على  $BC$  اذا كانا متشابهين ويمثل ما ذكرنا تبين ان علي  $BC$  اذا كانا متشابهين ونمثل ما ذكرنا تبين ان نسبة مربع  $AC$  الى مربع  $BC$  كنسبة الشكل المستقيم الاضلاع المعول على  $AC$  الى الشكل المستقيم الاضلاع المعول على  $BC$  اذا كانا متشابهين فبالشكل الرابع والعشرين من الخامسة نسبة مربعي  $AB$   $AC$  معا الى مربع  $BC$  كنسبة الشكلين المستقيمين الاضلاع المعولين على ضلعي  $AB$   $AC$  معا الى الشكل المستقيم الاضلاع المعول على  $BC$  اذا كانا شبيهين به لكن مربعا  $AB$   $AC$  معا كمربع  $BC$  بالشكل السابع والاربعين من الاولي والشكلان المستقيمان الاضلاع المعولان على ضلعي  $AB$   $AC$  معا يساويان الشكل المستقيم الاضلاع المعول على ضلع  $BC$  اذا كانا شبيهين به او نقول نخرج من نقطة  $A$  عمودا على ضلع  $BC$  بالشكل الثاني عشر من الاولي فبكون ضلع  $AB$  وسطا في النسبة بين قاعدة  $BC$  و  $BD$  الذي هو قسم منها وضلع  $AC$  وسطا في النسبة بين قاعدة  $BC$  و  $CD$  الذي هو قسم منها باستبانة الشكل الثامن فبكون نسبة  $BC$  الى  $BD$  كنسبة  $BC$  الى  $BA$  مثناة ونسبة  $BC$  الى  $CD$  كنسبة  $BC$  الى  $CA$  مثناة فبالخلاف نسبة  $BD$  الى  $BC$  كنسبة  $AB$  الى  $BC$  مثناة ونسبة الشكل المعول على  $AB$  الى الشكل المعول على  $BC$  كنسبة  $AB$  الى  $BC$  مثناة بالشكل الثاني عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة  $BD$  الى  $BC$  كنسبة الشكل المعول على  $AB$  الى الشكل المعول على  $BC$  اذا كانا متشابهين ونسبة  $CD$  الى  $BC$  كنسبة  $AC$  الى  $BC$  مثناة ونسبة الشكل المعول على  $AC$  الى الشكل المعول على  $BC$  كنسبة  $AC$  الى  $BC$  مثناة بالشكل الثامن عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة  $CD$  الى  $BC$  كنسبة الشكل المعول على  $AC$  الى الشكل المعول على  $BC$  اذا كانا متشابهين فبالشكل الرابع والعشرين من الخامسة  $BD$   $CD$  معا الى  $BC$  كنسبة الشكلين المعولين على  $AB$   $AC$  معا الى الشكل المعول على  $BC$  اذا كانا شبيهين به لكن  $BD$   $CD$  يساويان  $BC$  فالشكلان المعولان على  $AB$   $AC$  معا يساويان الشكل المعول على  $BC$  اذا كانا شبيهين به فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل زاويتين في الدائرتين المتساويتين مركبتين  
كانتا

كانتا او محيطيتين فان نسبة احدهما الى الاخرى كنسبة قوسهما على الـ

ليكن في دائرة  $AB$  المساوية لدائرة  $BC$  زاوية  $BC$  على المركز وزاوية  $BA$  على المحيط وفي الاخرى زاوية  $BC$  على المركز وزاوية  $BA$  على المحيط فاقول ان نسبة زاوية  $BC$  الى زاوية  $BA$  او نسبة زاوية  $BA$  الى زاوية  $BC$  كنسبة قوس  $BC$  الى قوس  $BA$  برهانه نفصل من محيط دائرة  $AB$  امثال قوس  $BC$  كم شينا وليكن المقصود قوسي  $BC$   $BA$  ونصل بين نقطة  $C$  وبين كل واحدة من نقطتي  $A$   $B$  وبين نقطة  $P$  وكل واحدة من نقطتي  $M$   $N$  بخط مستقيم



فكل من زاويتي  $AC$   $BC$  كل زاوية  $BC$  وكل من زاويتي  $BC$   $BA$  كل زاوية  $BC$   $BA$  فبالشكل السادس والعشرين من الثالثة فعدا اضعايف زاوية  $BC$  لزاوية  $BC$  كعدا اضعايف قوس  $BC$  لقوس  $BC$  وعدا اضعايف زاوية  $BA$  لزاوية  $BA$  كعدا اضعايف قوس  $BA$  لقوس  $BA$  فان كانت زاوية  $BC$  اعظم من زاوية  $BA$  كانت قوس  $BC$  اعظم من قوس  $BA$  وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة بقوة الشكل السادس والعشرين من الثالثة فظاهر ان زاويتي  $BC$   $BA$  وقوسي  $BC$   $BA$  هم اربعة مقادير اذا اخذ الاول والثالث اي اضعايف متساوية العدة وهما زاوية  $BC$  وقوس  $BC$  والثالث والرابع اي اضعايف متساوية العدة وهما زاوية  $BA$  وقوس  $BA$  هم فان كانت اضعايف الاول زايدة على اضعايف الثاني كانت اضعايف الثالث زايدة على اضعايف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة زاوية  $BC$  الى زاوية  $BA$  كنسبة قوس  $BC$  الى قوس  $BA$  ولان زاوية  $BC$  ضعف زاوية  $BA$  وزاوية  $BC$  ضعف زاوية  $BA$  فبالشكل التاسع عشر من الثالثة ونسبة الاجزاء كنسبة الاضعايف بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة زاوية  $BC$  الى زاوية  $BA$  كنسبة زاوية  $BC$  الى زاوية  $BA$  وكانت نسبة قوس  $BC$  الى قوس  $BA$  كنسبة زاوية  $BC$  الى زاوية  $BA$  فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة زاوية  $BC$  الى زاوية  $BA$  كنسبة قوس  $BC$  الى قوس  $BA$  وذلك ما اردنا ان نبين

تمت المسألة السادسة والله المجد وتشكره على ما ساعد



# المقالة السابعة وثلاثون

## المصادر

الكم عرض يقبل القسمة والاقسمة لذاته فان اشتركت اجزاء في حد فهو الكم المتصل والا فهو المنفصل وهو اما قار الذات وهو الذي يحصل اجزائه في الموجود معا وهو العدد وغير قار الذات وهو الذي لا يحصل اجزائه في الوجود معا وهو القول  $\text{الوحدة شيء به يمنع الوجود عن الانقسام الى اشياء تشاركه في تمام ذاتياته}$   $\text{العدد هو الكمية المتألقة من الوحدات ويقال العدد على الواحد من حيث هو واقع في مراتب العدد}$   $\text{كل عدد اقل من عدد آخر فان عدة فهو جزء والمعدود اضعافه وان لم يعد فهو اجزاء منه}$   $\text{العدد الزوج كل عدد ينقسم بمساويين ويخالف الفرد بواحد}$   $\text{والعدد الفرد كل عدد لا يمكن ان ينقسم بمساويين ويخالف الزوج بواحد}$   $\text{زوج الزوج كل عدد يعد عدة زوج مرات عدتها زوج}$   $\text{زوج الفرد كل عدد يعد عدة فرد مرات عدتها زوج}$   $\text{فرد الفرد كل عدد يعد عدة فرد مرات عدتها فرد}$   $\text{العدد الاول كل عدد لا تعدد غير الواحد}$   $\text{والعدد المركب كل عدد يعد عدة غير الواحد}$   $\text{والاول عند عدد كل عددين يعدها معا غير الواحد}$   $\text{والاعداد المشتركة كل عددين او اعداد يعدها معا غير الواحد}$   $\text{والاعداد المتناسبة كل عددين او اعداد لا يعدها معا عدد غير الواحد}$   $\text{الضرب هو ان يوجد احد العددين بعدد احاد العدد الاخر فيكون خصه الواحد من احاد المضروب في المضروب فيه بعينه والجمع هو العدد الحاصل من الضرب العدد}$   $\text{العدد المربع هو العدد الحاصل من ضرب عدد في مثله ويحيط به عددان متساويان}$   $\text{العدد المكعب هو العدد الحاصل من ضرب عدد في مربعه ويحيط به ثلاثة اعداد متساوية}$   $\text{العدد المسطح هو العدد الحاصل من ضرب عدد في عدد ما ويحيط به عددان ويقال للمضروب والمضروب فيه ضلعا المسطح}$   $\text{العدد الجسم هو العدد الحاصل من ضرب عدد في عدد مسطح ويحيط به ثلاثة اعداد في اضلاع الجسم}$   $\text{الاعداد المتناسبة هي الاعداد التي الاول منها مثل او اضعاف او اجزاء من الثاني كالثالث من الرابع بعينه}$   $\text{والاعداد المسطحة والجسمة المتشابهة هي الاعداد التي اضلاعها متناسبة}$   $\text{العدد التام كل عدد اجزاء متساوية}$   $\text{الشكل}$

## الشكل

أ

كل عددين مختلفين نقص مثل الاول او امثاله من الاكثر حتى بقي اقل من الاقل ثم نقص مثل الباقي او امثاله من الاقل حتى بقي اقل من الباقي الاول وهكذا دأما فلا ينتهيا في التناقص الى عدد بعد ما يليه قبله الى ان ينتهي الى الواحد فهما

متباينان

ليكن عددا  $\text{أ ب ح د}$  مختلفين و  $\text{د}$  اقلهما ونقص مثل  $\text{د}$  او امثاله من  $\text{أ ب}$  الى ان يبقى  $\text{أ ط}$  اقل من  $\text{د}$  ونقص مثل  $\text{أ ط}$  او امثاله من  $\text{د}$  الى ان يبقى  $\text{ح ح}$  اقل من  $\text{أ ط}$  ونقص مثل  $\text{ح ح}$  او امثاله من  $\text{أ ط}$  الى ان يبقى  $\text{آ}$  الواحد فاقول ان عددي  $\text{أ ب}$  متباينان برهانه فلانها لو لم يتباينا لعددها عدد غيرهما وليكن هو  $\text{ر}$  فلان  $\text{ر}$  يعد  $\text{د}$  وهو يعد  $\text{ب ط}$  فهو يعد  $\text{ب ط}$  وكان  $\text{ر}$  يعد  $\text{أ ب}$  فهو يعد  $\text{أ ط}$  وهو يعد  $\text{د ح}$  فهو يعد  $\text{د ح}$  وكان يعد  $\text{د ح}$  فهو يعد  $\text{أ ط}$  فهو يعد  $\text{أ ط}$  وكان يعد  $\text{أ ط}$  فهو يعد  $\text{آ}$  الواحد هذا خلف ف  $\text{أ ب}$  متباينان وذلك ما اردنا ان نبين

ب

لنا ان نجد أكبر عدد يعد عددين مشتركين

مفروضين مختلفين

فليكن العددا  $\text{أ ب ح د}$  مشتركان  $\text{أ ب}$  و  $\text{د}$  اقلهما فخذ ان عدد  $\text{أ ب}$  يعد نفسه فهو أكبر عدد يعد هما ان لا يعد  $\text{د}$  عدد أكبر منه وان لم يعد  $\text{د}$  عدد  $\text{أ ب}$  فاذا سلطنا عدد الأكبر منهما بالاقل فلا بد من الانتهاء الى عدد يعد الذي يليه قبله والا لكانا متباينين بالشكل المتقدم فلنعد  $\text{د ب}$  من  $\text{أ ب}$  ويبقى  $\text{آ}$  منه اقل من  $\text{د}$  وآ







حـ لـ معاً مجموع أب هـ معاً مجموع آد لـ ط معاً مجموع أب هـ معاً  
والعده واحده ففي مجموع حـ ط معاً من امثال مجموع أب هـ معاً  
مثل ما في حـ د او حـ ط من امثال قريبه جزئيه أب هـ لـ حـ ط غير  
جزئيه أب لـ حـ وذلك ما اردنا ان نبين

كل عددين احدهما اجزاء من عدد والاخر  
تلك الاجزاء بعينها من عدد اخر فالعددان معاً  
تلك الاجزاء بعينها من العددين الآخرين معاً

ليكن أب اجزاء من حـ د وهـ تلك الاجزاء بعينها من حـ ط فاقول ان أب  
هـ معاً تلك الاجزاء بعينها من حـ ط معاً برهانه  
نقسم أب باجزاء حـ د وهـ باجزاء حـ ط وهي آ لـ ط  
لـ ر فعدة اجزاء أب لـ حـ د كعدة اجزاء هـ لـ حـ ط فلان  
آ لـ من حـ د الجزء الذي هـ لـ من حـ ط فآ لـ معاً من حـ د  
حـ ط معاً كآ لـ او هـ لـ من قريبه بالشكل المتقدم ولذلك  
تبين ان أب لـ ر معاً من حـ ط معاً مثل أب او لـ ر  
من قريبه فآب هـ معاً من حـ ط معاً الاجزاء التي كانت أب او هـ  
من قريبه وذلك ما اردنا ان نبين

اذا كان عددان احدهما جزء من الاخر ونقص منهما  
عددان احدهما ذلك الجزء بعينه من الاخر النظير  
من النظير والباقي من الجزء ذلك الجزء بعينه من

الباقي من الكل  
ليكن أب جزء من حـ د ونقص منهما آ هـ حـ د وهـ ذلك  
الجزء الذي كان أب من حـ د فاقول ان هـ ب من حـ د الجزء الذي  
كان أب من حـ د برهانه نجعل هـ ب جزء من حـ د كآ هـ من  
حـ د وذلك نضعف هـ ب بعدة اضعاف حـ د لآب فلان جزء آ هـ  
من حـ لـ كجزء هـ ب من حـ ر كجزئية أب من حـ ر كجزئية آ هـ من  
حـ ر بالشكل الخامس وكان أب جزءاً من حـ د كجزء آ هـ من حـ ر فحـ ر مثل  
حـ د فاذا

حـ د فاذا القينا المشترك يبقي رد مثل حـ د وكان هـ ب جزءاً من حـ ر كجزء  
آ هـ من حـ ر كجزء هـ ب من حـ د كجزء آ هـ من حـ ر وكان جزءاً أب من حـ د كجزء  
آ هـ من حـ ر كجزء هـ ب من حـ د كجزء أب من حـ د وذلك ما اردنا ان نبين

كل عددين احدهما اجزاء من الاخر ونقص منهما  
عددان وكان المنقوص الاجزاء غير الاجزاء المنقوص  
من الكل فالباقي من الاجزاء غير تلك الاجزاء  
من الباقي من الكل

ليكن أب اجزاء من حـ د ونقص آ هـ من أب و حـ ر من حـ د  
وآ هـ اجزاء من حـ ر كاجزاء أب من حـ د فاقول ان هـ ب  
اجزاء من حـ ر كاجزاء أب من حـ د برهانه ليكن حـ ط  
عدد مثل عدد أب ونقسم حـ ط بعدة اجزاء أب من  
حـ د وهي حـ لـ ط و آ هـ بعدة اجزاء من حـ ر وهي آ لـ هـ  
فلان حـ لـ جزء من حـ د كجزء آ لـ من حـ ر و حـ د اعظم من  
حـ ر فحـ لـ اعظم من آ لـ وليكن حـ م مثل آ لـ فمـ لـ جزء من حـ د كجزء حـ م اعني  
آ لـ من حـ ر بالشكل المتقدم وبمثله تبين ان لـ ط جزء من حـ د كجزء لـ هـ من  
حـ ر و حـ د اعظم من حـ ر لـ ط اعظم من لـ هـ وليكن طـ ن مثل لـ هـ لـ هـ  
جزء من حـ ر كجزء لـ هـ من حـ ر فحـ م طـ ن المساوي لـ لـ لـ هـ اجزاء من حـ ر  
كاجزاء آ م لـ هـ المساوي لهـ ب من حـ ر فآ هـ اجزاء من حـ ر كاجزاء هـ ب من  
حـ د وذلك ما اردنا ان نبين

كل عددين احدهما جزء من عدد والاخر  
منهما ذلك الجزء بعينه من عدد آخر فاذا بدلنا  
كان الجزء من الجزء الجزأ والجزء التي يكون الكل  
من الكل

ليكن أب جزءاً من حـ د وهـ ذلك الجزء بعينه من حـ ط فاقول ان أب من  
هـ الجزء او لـ ر الجزء التي يكون حـ د من حـ ط برهانه فلان في حـ د من



امثال اب مثل ما في ح ط من امثال د ر فلنقسم ح د على اب وح ط على  
 د ر فيكون الاقسام الحادثة ح د ل ط فكل واحد  
 من ح د ل ط مثل اب وكل واحد من ح د ل ط مثل د ر  
 فح د من ح د ل ط والجزء او الاجزاء التي يكون ح د من ح ط بالشكل  
 الخامس او السادس واب من د ر الجزء او الاجزاء التي  
 يكون ح د من ح ط فح د من ح ط الجزء او الاجزاء التي  
 يكون اب من د ر وذلك ما اردنا ان نبين

كل عددين احدهما اجزاء من عدد والآخر  
 تلك الاجزاء بعينها من عدد آخر فاذا بدلنا  
 كانت الاجزاء من الاجزاء الجزء او الاجزاء التي يكون

الكل من الكل

ليكن اب اجزاء من ح د وتلك الاجزاء بعينها  
 من ح ط فاقول اذا بدلنا كان اب من د ر الجزء او  
 الاجزاء التي يكون ح د من ح ط برهانه فلنقسم  
 اب د ر الى اجزاء ح ط وهي ا ل ب و ل ل ر فلان  
 ا ل من ح ط الجزء او الاجزاء التي يكون اب من ل ر  
 فبالشكل الخامس او السادس اب من د ر الجزء او الاجزاء التي يكون اب  
 من ل ر وح د من ح ط الجزء او الاجزاء التي يكون اب من ل ر بالشكل  
 المتقدم فاب من د ر الجزء او الاجزاء التي يكون ح د من ح ط وذلك ما  
 اردنا ان نبين

كل عددين نقص منهما عددان علي نسبتها  
 النظير من النظير فان الباقيين علي تلك النسبة

ليكن نسبة اب الى ح د كنسبة آه الى ح ر ونقص آه ح ر من  
 نظيرتها فاقول ان نسبة ب د الى ر د الباقيين كنسبة اب الى ح د  
 برهانه فلان اب من ح د الجزء او الاجزاء التي آه من ح ر فب  
 من ح د الجزء او الاجزاء التي اب من ح د بالشكل السابع  
 والثامن

والثامن فنسبة د ر الى ح د كنسبة اب الى ح د وذلك ما اردنا ان نبين  
 واستبان منه ان آه من ح ر الجزء او الاجزاء التي د من ح د فنسبة آه الى  
 ح ر كنسبة د ر الى ح د

كل اعداد متناسبة فنسبة مقدم الي تاليه  
 كنسبة جميع المقدمات الي جميع التوالي

ليكن نسبة آ الى ب كنسبة ح الى د فاقول ان نسبة  
 مجموع آ ح الى مجموع ب د كنسبة آ الى ب برهانه فلان  
 آ من ب الجزء او الاجزاء التي ح من د فح د معا من ب د  
 الجزء او الاجزاء التي آ من ب بالشكل الخامس او  
 السادس فنسبة آ ح معا الى ب د معا كنسبة آ الى ب  
 وذلك ما اردنا ان نبين

كل اربعة اعداد متناسبة اذا ابدلت كانت

ايضا متناسبة

ليكن نسبة آ الى ب كنسبة ح الى د فاقول اذا ابدلت  
 كانت نسبة آ الى ح كنسبة ب الى د برهانه فلان آ  
 من ب الجزء او الاجزاء التي ح من د فاذا ابدلنا كان آ من  
 ح الجزء او الاجزاء التي يكون ب من د بالشكل التاسع او العاشر فنسبة  
 آ الى ح كنسبة ب الى د وذلك ما اردنا ان نبين  
 واستبان من هذه الاشكال الثلاثة المتقدمة ان كل اربعة اعداد متناسبة  
 بالتركيب فانها متناسبة بالتفصيل وبالعكس

ليكن نسبة عدد اب الى عدد ب د كنسبة عدد ح د الى عدد  
 د ر بالتركيب فبالابدال نسبة اب الى ح د كنسبة د ر الى ح د  
 بالشكل المتقدم فباستبانة الشكل الحادي عشر نسبة آه الى ح ر  
 كنسبة د ر الى ح د فبالابدال نسبة آه الى د ر كنسبة ح ر الى  
 د ر بالتفصيل بالشكل المتقدم  
 وان كانت نسبة آه الى د ر كنسبة ح ر الى ح د بالتفصيل  
 فبالابدال نسبة آه الى ح ر كنسبة د ر الى ح د بالشكل المتقدم فبالشكل  
 الثاني عشر نسبة اب الى ح د كنسبة د ر الى ح د فبالابدال بالشكل  
 المتقدم نسبة اب الى د ر كنسبة ح ر الى د ر بالتركيب



كل صنفين من الاعداد متساويين العدة كم  
كانت العدة وكان كل اثنين من صنف على نسبة  
اثنين من صنف آخر النظير من النظير ففي نسبة

## المساواة متناسبة

لكن آ ب ح د ه ر صغين من العدد على عدة  
 واحدة ونسبة آ ب كنسبة د ه ونسبة ب ح  
 كنسبة ه ر فاقول في المساواة نسبة آ الي ح  
 كنسبة د الي ر برهانه فلان نسبة آ الي ب كنسبة د الي ه فنسبة  
 آ الي د كنسبة ب الي ه بالشكل المتقدم وكانت نسبة ب الي ح كنسبة  
 ه الي ر فبالشكل المتقدم نسبة ح الي ر كنسبة ب الي ه فامن د الجزء  
 او الجزء التي ب من ه و ح من ر الجزء او الاجزاء التي ب من ه فامن د الجزء  
 او الاجزاء التي ح من ر فنسبة آ الي د كنسبة ح الي ر فبالابدال نسبة  
 آ الي ح كنسبة د الي ر بالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين  
 واستبان منه ان النسبة المتساوية النسبة متساوية

كل عدد يعده الواحد بعدة ما يعد عدد آخر  
عدداً آخر فاذا ابدلنا فان الواحد يعد العدد العاد  
بعدة ما يعد معدون الواحد معدون العدد العاد \*

١  
 ٢  
 ٣  
 ٤  
 ٥  
 ٦  
 ٧  
 ٨  
 ٩  
 ١٠  
 ١١  
 ١٢  
 ١٣  
 ١٤  
 ١٥  
 ١٦  
 ١٧  
 ١٨  
 ١٩  
 ٢٠  
 ٢١  
 ٢٢  
 ٢٣  
 ٢٤  
 ٢٥  
 ٢٦  
 ٢٧  
 ٢٨  
 ٢٩  
 ٣٠  
 ٣١  
 ٣٢  
 ٣٣  
 ٣٤  
 ٣٥  
 ٣٦  
 ٣٧  
 ٣٨  
 ٣٩  
 ٤٠  
 ٤١  
 ٤٢  
 ٤٣  
 ٤٤  
 ٤٥  
 ٤٦  
 ٤٧  
 ٤٨  
 ٤٩  
 ٥٠  
 ٥١  
 ٥٢  
 ٥٣  
 ٥٤  
 ٥٥  
 ٥٦  
 ٥٧  
 ٥٨  
 ٥٩  
 ٦٠  
 ٦١  
 ٦٢  
 ٦٣  
 ٦٤  
 ٦٥  
 ٦٦  
 ٦٧  
 ٦٨  
 ٦٩  
 ٧٠  
 ٧١  
 ٧٢  
 ٧٣  
 ٧٤  
 ٧٥  
 ٧٦  
 ٧٧  
 ٧٨  
 ٧٩  
 ٨٠  
 ٨١  
 ٨٢  
 ٨٣  
 ٨٤  
 ٨٥  
 ٨٦  
 ٨٧  
 ٨٨  
 ٨٩  
 ٩٠  
 ٩١  
 ٩٢  
 ٩٣  
 ٩٤  
 ٩٥  
 ٩٦  
 ٩٧  
 ٩٨  
 ٩٩  
 ١٠٠

کل

كل عددین ضرب كل منهما فی الآخر فسطحا

## ہامتساویان

البرهان  
 البرهان آ ضرب في ب حصل منه ج وب ضرب  
 في آ حصل منه د فاقول ان عددي ج د متساويان

برهانه فلان  $\bar{a}$  ضرب في  $\bar{b}$  حصل منه  $\bar{c}$  فالواحد يعد  $\bar{b}$  بعدة  $\bar{a}$  ما  
يعد  $\bar{a}$  فبالابدال يعد الواحد  $\bar{a}$  بعدة ما يعد  $\bar{b}$  بالشكل المتقدم  
ولان  $\bar{b}$  ضرب في  $\bar{a}$  حصل منه  $\bar{c}$  فب  $\bar{b}$  يعد  $\bar{c}$  بعدة ما يعد الواحد  $\bar{a}$   
وكان  $\bar{b}$  يعد  $\bar{c}$  بعدة ما يعد الواحد عدد  $\bar{a}$  فب  $\bar{c}$  يعد  $\bar{c}$  بعدة  
واحدة فهم اعدده ان متساويان وذلك ما اردنا ان نبين

کل عددین ضرب کل واحد منہما فی عدد

ثالث فنسبة احدى الى الاخر كنسبة المسطور.

عليه السلام

فَضْرِبْ كُلَّ مِنْ عَدَدِي بِ  $\bar{b}$  فِي  $\bar{a}$  وَلِيَحْصُلْ  
 مِنْهُ  $\bar{d}$  فَاَقُولُ اِنْ نِسْبَةُ  $\bar{b}$  اِلَى  $\bar{c}$  كَنِسْبَةِ  $\bar{d}$  اِلَى  $\bar{e}$   
 رَهْأَنَّهُ فَلَانَ  $\bar{b}$  ضَرْبَ فِي  $\bar{a}$  وَحَصَلَ مِنْهُ  $\bar{d}$   
 عَدَدٌ  $\bar{b}$  بَعْدَ  $\bar{d}$  بَعْدَ مَا بَعْدَ الْاِحْدَى  $\bar{a}$

لأن ضرب بي آ وحصل منه ع تح يعد ع بعده ما يعد الواحد آ  
نسبة ب الي د كنسبة ح الي ع فبالإبدال نسبة ب الي ح كنسبة د الي ع  
لشكل الثالث عشر وذلك ما اردنا ان نبين

كل عدد ضرب في عدد دين فنسبتها كنسبة

سنگینا علی الـ

ضرب في آ ب وليحصل منه د فاقول ان  
نسبة آ الي ب كنسبة د الي ع برهانه فلان  
سطر آ في ح كسطر ح في آ وكذلك مسطر د في

سطح  $\gamma$  في  $\beta$  بالشكل السادس عشر فكل  $\delta$  هـ مسطحاً  $\alpha$  و  $\beta$  في  $\gamma$  فرنسية  
إلى  $\beta$  كنسبة  $\gamma$  إلى  $\delta$  بالشكل المتقدم وذلك لما اردنا ان نبين



كل اربعة اعداد متناسبة فمسطح الاول في الرابع  
كمسطح الثاني في الثالث وان كان مسطح الاول في  
الرابع كمسطح الثاني في الثالث فنسبة الاول الي  
الثاني كنسبة الثالث الي الرابع

لتكن نسبة آ الاول الي ب الثاني كنسبة ح الثالث الي د الرابع فاقول ان  
مسطح آ في د الذي هو د كمسطح ب في ح الذي هو ح وبالعكس برهانه  
ليكن مسطح آ في ح هو ح فلان آ ضرب  
في د وحصل ج ه فنسبة ح الي ه كنسبة  
ح الي د بالشكل المتقدم وكانت نسبة آ  
الي ب كنسبة ح الي د فنسبة ح الي ه  
كنسبة آ الي ب باستبانة الشكل الرابع  
عشر ولان آ ب ضرب في د وحصل ج ه  
فنسبة ح الي ر كنسبة آ الي ب بالشكل  
السابع عشر فنسبة ح الي ر كنسبته الي ه بالشكل الحادي عشر من  
الخامس فمسطح آ في د الذي هو د يساوي ر الذي هو مسطح ب في ح  
وليكن ح مسطح آ في د ولان ه ر متساويان فح اما جزء او اجزاء من ه  
واما ضعف او اضعاف او ضعف وجزء او ضعف و اجزاء او اضعاف  
واجزاء او اضعاف و اجزاء له او مساو له او مساو وجزء او اجزاء من ه فهو  
من ر كذلك فنسبة ح الي ر كنسبته الي ه ولان آ ضرب في د وحصل  
منه ح ه فنسبة ح الي د كنسبة ح الي ه بالشكل المتقدم وباستبانة الشكل  
الرابع عشر نسبة ح الي د كنسبة ح الي ر ولان آ ب ضربا في د وحصل  
منه ح ه فنسبة آ الي ب كنسبة ح الي ر وكانت نسبة ح الي د كنسبة  
ح الي ر وباستبانة الشكل الرابع عشر نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د وذلك  
ما اردنا ان نبين

كل اقل عددين علي نسبة فهما يعدان جميع  
الاعداد التي علي تلك النسبة عددا واحداً المقدم  
للمقدم

للمقدم والنالي للنالي

ليكن آ ب ح د علي نسبة و ه ر ح ط هما اقل عددين علي تلك النسبة  
فاقول ان ه ر يعد آ ب بعدد ما يعد ح ط ح د برهانه  
فلان نسبة ه ر الي ح ط كنسبة آ ب الي ح د فبالابدال  
نسبة ه ر الي آ ب كنسبة ح ط الي ح د بالشكل الثالث  
عشر و ه ر اقل من آ ب فهو جزء منه او اجزاء بالشكل  
الرابع لا جايز ان يكون اجزاء منه والا لكان ح ط من  
ح د تلك الاجزاء بعينها فنقسمها باجزاء ه ر وليكن الاجزاء المجاورة ه ر  
المر ح ل ط فه ل من ح ل والمر من ل ط الجزء او الاجزاء التي المر من ل ط  
فنسبه ه ل الي ح ل كنسبة المر الي ل ط فنسبة ه ل الي ح ل كنسبة ه ر الي  
ح ط بالشكل الثالث عشر وكانت نسبة آ ب الي ح د كنسبة ه ر الي ح ط  
فباستبانة الشكل الرابع عشر نسبة ه ل الي ح ل كنسبة آ ب الي ح د وه ل  
اقل من ه ر وح ل اقل من ح ط فه ل ح ل هما اقل عددين علي نسبة آ ب ح د  
وكان اقل العددين علي نسبتهم ه ل ح ط هذا خلف فه ر جزء من  
آ ب فح ط ذلك الجزء بعينه من ح د فه ر يعد آ ب بعدد ما يعد ح ط ح د  
وذلك ما اردنا ان نبين

كل اقل عددين علي نسبة فهما متباينان

ليكن آ ب اقل عددين علي نسبتهم فاقول انهما متباينان برهانه فلان  
آ ب لو كانا مشتركين يعد ه ل بعدد فلبيعد ه ل  
فلبيعد آ باحاد عدد د وليعد ب باحاد عدد ه فآ  
اضعان ح بعدد احاد د فآ اعظم من د وب اضعافه  
ايضا بعدد احاد ه فب اعظم من ه فالحاصل من  
ضرب ح في د آ او في ه ب فنسبة د الي ه كنسبة  
آ الي ب بالشكل الثامن عشر ود اقل من آ وه اقل  
من ب فده اقل عددين علي نسبة آ ب وكان آ ب اقل عددين علي  
نسبتهم هذا خلف فآ ب متباينان وذلك ما اردنا ان نبين

كل عددين متباينين فهما اقل عددين علي

نسبتهم  
ليكن آ ب متباينين فاقول انهما اقل عددين علي نسبتهم برهانه لانه



لو لم يكن اقل عددين علي نسبتها فليكن اقل  
العددين علي نسبتها  $\bar{d}$  فهما يعدان  $\bar{a}\bar{b}$  بعدة  
واحدة بالشكل العشرين فليعدا بعدة احاد  
فه  $\bar{d}$  يعد  $\bar{a}$  بعدة احاد  $\bar{c}$  ويمثله تبين ان  $\bar{d}$  يعد  $\bar{b}$   
بعدة احاد  $\bar{c}$  فـ  $\bar{a}\bar{b}$  مشتركان وكانا متباينين هذا  
خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل عدد يعد احد المتباينين فهو يباين الآخر

ليكن  $\bar{a}\bar{b}$  عددين متباينين و  $\bar{c}$  يعد  $\bar{a}$  فاقول ان  $\bar{c}$   
يباين  $\bar{b}$  برهانه فلان  $\bar{c}$  لو لم يباين  $\bar{b}$  يشاركه  
فليعدهما عدده ل يكن  $\bar{d}$  فلان  $\bar{d}$  يعد  $\bar{c}$  الذي يعد  
 $\bar{a}$  فـ  $\bar{d}$  يعد  $\bar{a}$  وكان يعد  $\bar{b}$  فـ  $\bar{a}\bar{b}$  متشاركان وكانا متباينين  
هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل عددين يباينان عددا فمسطح احدهما في

الآخر يباينه ايضا

ليكن  $\bar{a}\bar{b}$  يباينان  $\bar{c}$  ومسطح  $\bar{a}$  في  $\bar{b}$  فاقول  
ان  $\bar{d}$  يباين  $\bar{c}$  برهانه فلان  $\bar{d}$  لو لم يباين  $\bar{c}$  لشاركهما  
فليعد  $\bar{d}$  بر  $\bar{c}$  في  $\bar{d}$  وكان مسطح  $\bar{a}$  في  $\bar{b}$  فنسبة  $\bar{a}$  الي  $\bar{b}$  كنسبة  
 $\bar{d}$  الي  $\bar{c}$  بالشكل التاسع عشر و  $\bar{d}$  يعد  $\bar{a}$  المباين  $\bar{b}$  فـ  $\bar{d}$  يباين  $\bar{a}$  بالشكل  
المتقدم فهما اقل عددين علي نسبتها بالشكل الثاني والعشرين فه  $\bar{d}$  يعد  
 $\bar{b}$  بالشكل العشرين وكان يعد  $\bar{c}$  فـ  $\bar{d}$  مشتركان وكانا متباينين هذا  
خلف فـ  $\bar{d}$  يباين  $\bar{c}$  وذلك ما اردنا ان نبين

كل عدد يباين عددا فربعه يباينه

ليكن  $\bar{a}\bar{b}$  يباين  $\bar{c}$  و  $\bar{c}$  مربع  $\bar{a}$  فاقول ان  $\bar{c}$  يباين  $\bar{b}$   
برهانه فليكن  $\bar{d}$  يساوي  $\bar{a}$  فلان  $\bar{a}$  يباين  $\bar{b}$  ومسطح  
 $\bar{d}$  في  $\bar{a}$  هو  $\bar{c}$  فـ  $\bar{c}$  يباين  $\bar{b}$  بالشكل المتقدم وذلك ما  
اردنا ان نبين

كل

كل عددين كل واحد منهما يباين عددين  
اخرين فمسطح العددين الاولين يباين مسطح  
العددين الاخرين

ليكن كل واحد من  $\bar{a}\bar{b}$  يباين كل واحد  
من  $\bar{c}\bar{d}$  ومسطح  $\bar{a}$  في  $\bar{b}$  هو  $\bar{e}$  ومسطح  $\bar{c}$  في  $\bar{d}$  هو  
 $\bar{f}$  فاقول ان  $\bar{e}$  يباين  $\bar{f}$  برهانه فلان كل  
واحد من  $\bar{a}\bar{b}$  يباين كل واحد من  $\bar{c}\bar{d}$  و  $\bar{e}$   
يباين كل واحد من  $\bar{c}\bar{d}$  بالشكل الرابع والعشرين ولان  $\bar{e}$  يباينان  $\bar{c}\bar{d}$  فـ  
يباين  $\bar{f}$  بالشكل الرابع والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين

كل عددين متباينين فربعاها متباينان وكذلك  
مكعباها وما يتلوها من المراتب الي غير النهاية

ليكن  $\bar{a}\bar{b}$  يباين  $\bar{c}$  ومربع  $\bar{a}$  ومكعبه  
ومربع  $\bar{b}$  ومكعبه فاقول ان  $\bar{c}$  يباين  $\bar{d}$   
و  $\bar{e}$  يباين  $\bar{f}$  برهانه فلان  $\bar{a}$  يباين  $\bar{b}$  فـ  $\bar{c}$   
الذي هو مربع  $\bar{a}$  يباين  $\bar{d}$  بالشكل الخامس  
والعشرين وبهذا الشكل ايضا يباين كل  
واحد من  $\bar{a}\bar{b}$  ولان كل واحد من  $\bar{a}\bar{b}$  يباين كل واحد من  $\bar{c}\bar{d}$  فـ  $\bar{e}$  فمسطح  
 $\bar{a}$  في  $\bar{b}$  هو  $\bar{e}$  ومباين مسطح  $\bar{c}$  في  $\bar{d}$  هو  $\bar{f}$  والشكل المتقدم وبمثله تبين  
فيما يتلو من المراتب وذلك ما اردنا ان نبين

كل عددين متباينين فمجموعهما بعد

التركيب يباين كل واحد منهما وان كان مجموعهما

يباين كل واحد منهما فهما متباينان

ليكن  $\bar{a}\bar{b}$  متباينين فاقول ان  $\bar{a}$  يباين كل  
واحد منهما برهانه فلان  $\bar{a}$  لو لم يباين  
 $\bar{b}$  لكان مشاركا له فليعدهما عدد وليكن  $\bar{c}$



فلان د يعدد أب آح فهو يعدد ب ح فاب ب ح مشتركان وكانا متباينين هذا خلف وبمثله تبين أن آح يباين ب ح وان كان  
 ..... ب .....  
 .....  
 آح يباين ب ح أو أب فاب ب ح متباينان والـ  
 د  
 لكنا مشتركين فـ مثلاً يعدد أب ب ح فيعد آح  
 فـ يشارك ب ح أب وكان يباينهما هذا خلف وبمثله تبين التشاؤك  
 وذلك ما أردنا أن نبين

الط

### كل عدد مركب فلا بد وأن يعدده عدد أول

ليكن أعددنا مركباً فاقول لابد وأن يعدده عدد أول برهانه فلان أ  
 عدد مركب فيعدده عدد وليكن هو ب فان كان ب عدد  
 أول فقد حصل المطلوب والا فليعد ب ح وب يعدد آ ح  
 يعدد آ فان كان ح أول فقد حصل المطلوب والا فليعد ح  
 عدد آخر وهكذا دأباً فلا بد وأن ينتهي إلى عدد أول  
 يعدد آ والا يلزم أن يكون أعددنا مقروضا متناهياً  
 الأحاد يعدده أعداد مشتركة غير متناهية كل واحد منها أعظم فيأليه  
 فلا ينتهي حينئذ إلى الواحد فيكون أحاده غير متناهية وكانت  
 متناهية هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما أردنا أن نبين

ل

### كل عدد فهو إما أول أو يعدده عدد أول

ليكن أعددنا ما فاقول أنه أول أو يعدده عدد أول برهانه فلان  
 ألا يحلوا إما أن يكون أول وليس بأول فان كان أول فقد حصل  
 أحد الأمرين وهو المطلوب وأن لم يكن أول فلا بد وأن يكون  
 مركب وكل عدد مركب يعدده أول بالشكل المتقدم فالحكم  
 ثابت وذلك ما أردنا أن نبين

لا

### كل عدد أول فهو مباين لكل عدد لا يعدده

ليكن أعددنا أول وهو لا يعدد ب فاقول أن آ يباين ب  
 برهانه فلان آ لو يباين ب لكن مشاركا فيعددها عدد  
 فـ يعدده عدد غير الواحد فهو مركب وكان أول هذا خلف  
 فالحكم ثابت وذلك ما أردنا أن نبين

لب

كل عدد

### كل عدد أول يعدد عدداً مسطحاً أي مسطح كان

فهو يعدد أحد ضلعيه

ليكن أعددنا أول ويعدد عدد ب وهو مسطح وضلعاه ح د  
 فاقول أن أ يعدد إما ح أو د برهانه فلان أ إما أن يعدد  
 أو لا يعدده فان يعدد ح فقد حصل المطلوب وأن لم يعدده فهو  
 يباينه بالشكل المتقدم فـ أقل عددين علي نسبتهما  
 بالشكل الثاني والعشرين وليكن أ يعدد ب يعدده أحاد عدد  
 ح فسطح آ في ح هو ب وكان مسطح في د وهو ب فنسبة آ إلى ح كنسبة  
 د إلى ح بالشكل التاسع عشر فـ أ يعدد د بالشكل العشرين وذلك ما  
 أردنا أن نبين

لح

### كل أعداد مفروضة معلومة لنا أن نجد أقل

الأعداد علي نسبته

ليكن الأعداد المفروضة المعلومة آ ب ح فاقول لنا أن نبين كيف نجد  
 أقل الأعداد علي نسبته برهانه فان كان كل واحد منها أول عند  
 صاحبه أو بعضه عند

بعض فهي أقل الأعداد  
 علي نسبته والا فلتكن  
 أقل الأعداد علي نسبته  
 ح د ع فليعد ح ع عدد د  
 آ ب عدد واحد علي أن

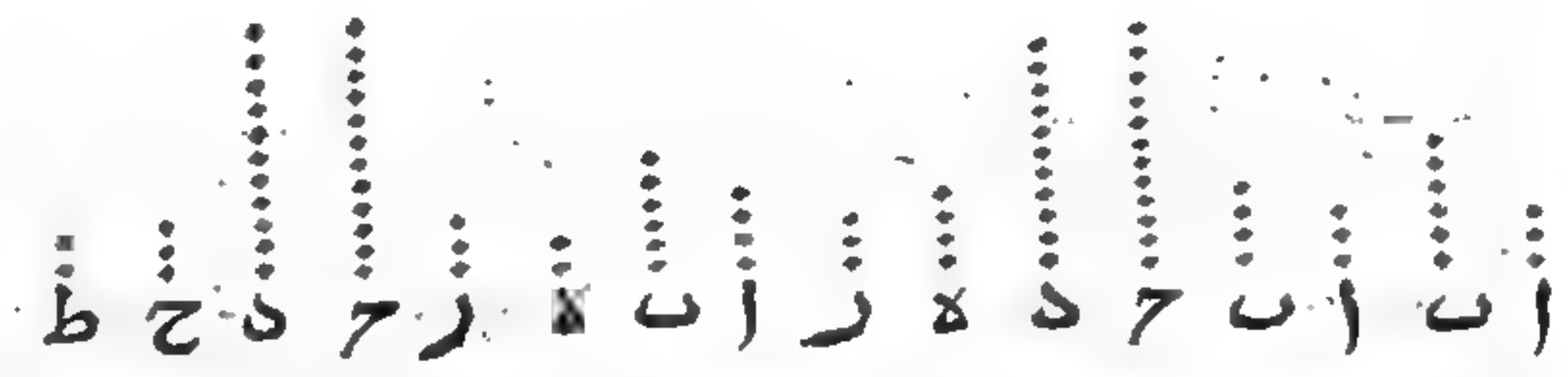
آ ب متباينان بالشكل العشرين فليعد إهما بعدد تـ والواحد يعدد تـ  
 بعدد ما يعدد آ و ب فن يعدد كل واحد من عددي آ ب بالشكل  
 الخامس عشر هذا خلف وأن لم يكن أول بعضه عند بعض فهي  
 مشتركة فنجد أكثر عددها بالشكل الثالث وليكن هو د فليعد آ  
 به وب بروح ح فلان مسطح د في ح هـ آ ب ح فنسبة هـ إلى ح كنسبة  
 آ إلى ب ونسبة ح إلى ح كنسبة ب إلى ح بالشكل الثامن عشر فهي أقل  
 أعداد علي نسب آ ب ح والا فلتكن أقل الأعداد علي نسبته ط آل فهي  
 يعدد آ ب ح عدداً واحداً بالشكل العشرين فليعددها بعدد أحاد عدد  
 م فالواحد يعدد م بعدد ما يعدد ط أو آل ب ول ح فبالإبدال بالشكل  
 الخامس عشر يعدد م آ بعدد أحاد ط وب بعدد أحاد آل وح بعدد أحاد



ل فسطح ط في م أ وكان سطح د في ه أ فنسبة ه أ إلى ط كنسبة م إلى د بالشكل التاسع عشر لكن ه أ أكثر من ط بالفرض فم أكثر من د وم يعد كل واحد من اعداد آ ب ه فهو يعد د باستبانة الشكل الثاني فالأكثر يعد الأقل هذا خلف فم ح أقل اعداد يعد آ ب ه وذلك ما اردنا ان نبين

كل عددين مختلفين مفروضين لنا ان نجد  
أقل عدد يعده العددان المختلفان

ليكن العددان المختلفان آ ب واصغرها آ فاقول لنا ان نجد أقل عدد يعده آ وب برهانه وذلك لان آ لا يخلوا اما ان يعد ب أو لا يعده فان



عد آ ب وب يعد نفسه فب أقل عدد يعده آ وب لان اي عدد يفرض أقل من ب فب لا يعده وان لم يعد آ ب فلا يخلوا اما ان يكونا متباينين او مشتركين فان كانا متباينين فنضرب آ في ب فليحصل منه ه فليعد ه آ بما يعد الواحد ب فبالابدال بالشكل الخامس عشر يعد الواحد آ بما يعد ب ه فكل من آ ب يعد ه فاقول ان ه أقل عدد يعده آ ب والا فليكن أقل عدد يعده آ ب عدد د فليعد ه آ باحاده وب باحاده فد مسطح آ في ه ومسطح ب في م فنسبة آ إلى ب كنسبة م إلى ه بالشكل التاسع عشر لكن آ ب متباينان فمهما أقل عددين علي نسبتهم بالشكل الثاني والعشرين فيعد ان كل عددين علي نسبتهم بالشكل العشرين فآ يعد م وب يعد ه وب ضرب في آ وم حصل منه ه د فنسبة آ إلى م كنسبة ه إلى د بالشكل الثامن عشر لكن آ يعد ه د فالأكثر يعد الأقل منه هذا خلف وان كانا مشتركين فنجد أقل عددين علي نسبتهم بالشكل المتقدم وليكن هما ه م وتكون نسبة ه إلى م كنسبة آ إلى ب فسطح آ في م يسطح ب في ه بالشكل التاسع عشر وليكن ذلك المسطح ه فآ يعد ه وب به فاقول انه أقل عدد يعده آ ب والا فليكن أقل عدد يعد آ ب هو د وليعد ه آ ح وب ب ه فسطح آ في ح وب في ط فنسبة ط إلى ح كنسبة ه إلى ب بالشكل التاسع عشر وكانت نسبة ه إلى م كنسبة م إلى ب فنسبة ه إلى م كنسبة ط إلى ح باستبانة الشكل الرابع عشر لكن ه م أقل

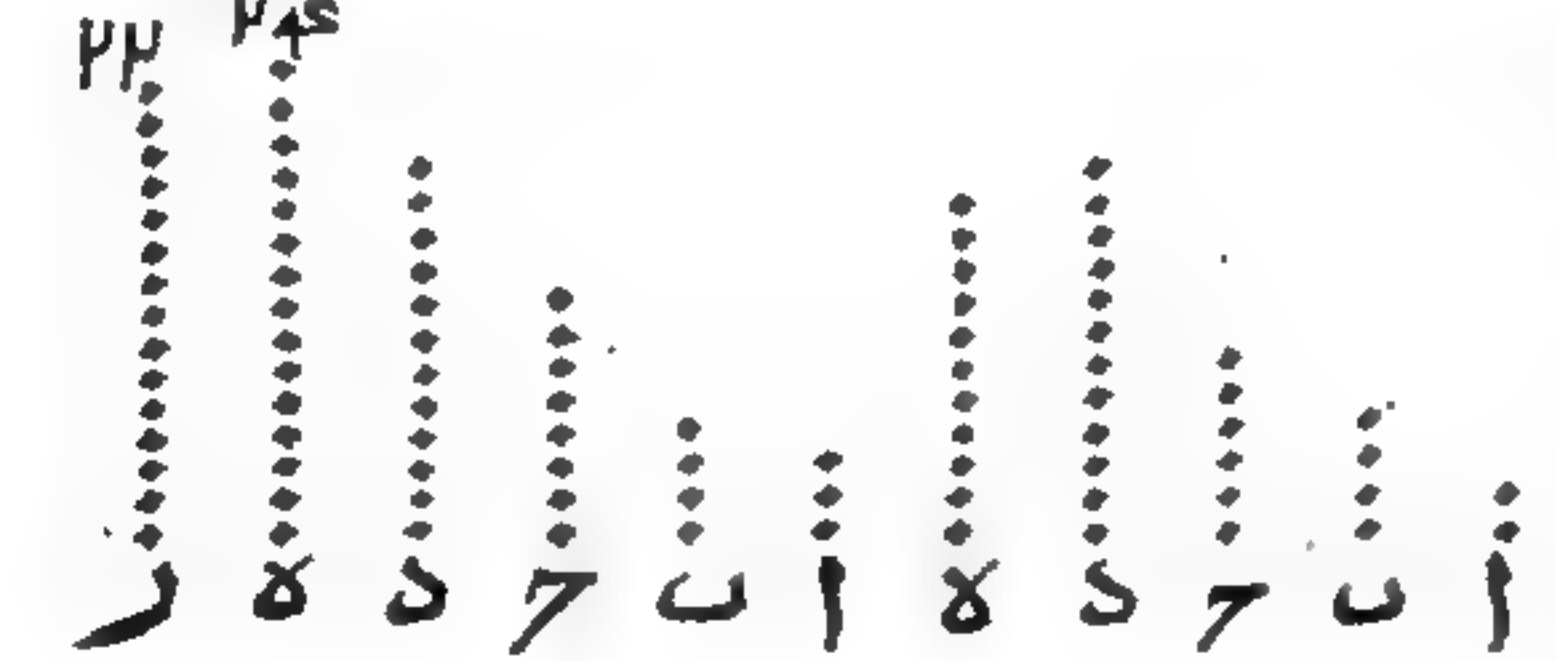
ه ر أقل عددين علي نسبتهم ه فم يعد ط بالشكل العشرين وعدد ب ضرب في ه ط حصل منهما ه د فنسبة ه إلى ط كنسبة م إلى د بالشكل الثامن عشر لكن ه م يعد ط ه فليعد ه د فالعدد الأكثر يعد الأقل منه هذا خلف فم ح أقل عدد يعد آ ب وذلك ما اردنا ان نبين

كل أقل عدد يعده عددان فانه يعد كل عدد  
يعدان

ليكن عدد ح ط أقل عدد يعده آ ب ه وهما يعدان ه م فاقول ان ح ط يعد ه م برهانه وذلك لان ح ط لو لم يعد ه م فليعد ه م من ه لان ح ط أقل من ه م فبقي الرأقل من ح ط فلان آ ب ه يعدان ح ط وهو يعد ه م فآ ب يعدان ه م وكانا يعدان ه م فهما يعدان الر وهو أقل من ح ط فاقول عدد يعده آ ب ه هو الم وكانا ح ط أقل عدد يعده آ ب ه هذا خلف فم ح ط يعد ه م وذلك ما اردنا ان نبين

نريد ان نبين كيف نجد أقل عدد يعده اعداد  
مختلفة مفروضة فوق اثنين

فليكن آ ب ه اعداد مختلفة فوق اثنين فنجد أقل عدد يعده آ ب بالشكل الرابع والثلاثين وهو د فاما ان يعد د أو لا يعده فان عد د و آ ب يعدانه فاقول ان د هو أقل عدد يعده آ ب ه والا لكان الأقل عدده فلان آ ب يعدان ه




فد يعد ه بالشكل المتقدم فالأكثر يعد الأقل منه هذا خلف وان لم يعد ه د فنجد أقل عدد يعده ح ط بالشكل الرابع والثلاثين وليكن هو عدد ه فلان د يعد عدد ه فآ ب يعدانه فآ ب يعد عدد ه فاقول انه أقل عدد يعده آ ب ه والا لكان الأقل م فلان آ ب يعدان ه فد يعد م بالشكل المتقدم و ه يعد عدد م فح د يعدان ه م الأكثر يعد الأقل منه بالشكل المتقدم هذا خلف فم ح ط يعد



يعد آ ب ح وذلك ما اردنا ان نبين


كل عدد يعد عددا آخر فللمعدود جز سمي

للعدد العداد

الواحد  فليكن عدد آ يعد ب فاقول ان لا المعدود جزء سمي لب الذي يعد آ برهانه ليكن يعد عدد ح بعدة ما يعد ب آ فالواحد يعد ب بعدة بما يعد ح آ بالشكل الخامس عشر والواحد من ب الجزء السمي لب فح من آ جزء سمي لب وذلك ما اردنا ان نبين

كل عدد له جز فسمي ذلك الجزء من الاعداد

يعد ذلك العداد

الواحد  فليكن ب جزءا من آ فاقول ان العدد الذي هو سمي جزء ب من آ يعد آ برهانه فليكن الواحد يعد عدد ح بعدة ما يعد ب آ فح سمي جزء ب من آ فبالابدال يعد الواحد ب بعدة ما يعد ح آ بالشكل الخامس عشر فح سمي جزء ب من آ يعد آ وذلك ما اردنا ان نبين

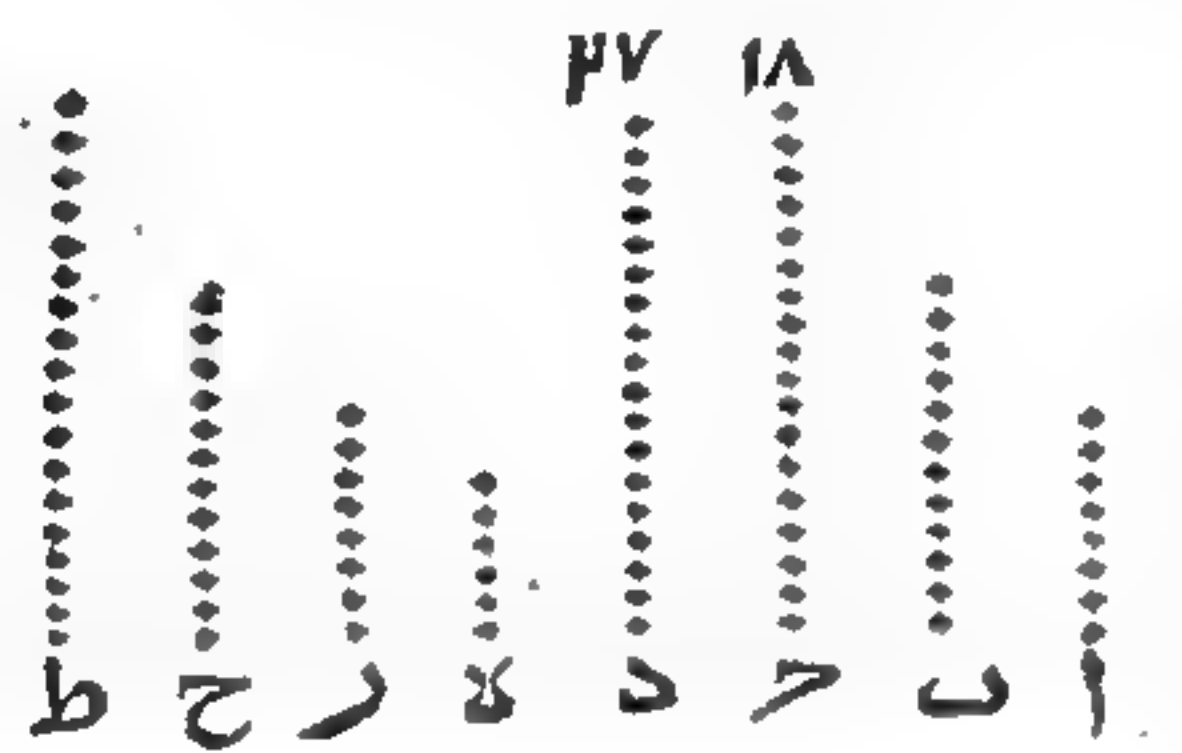
نريد ان نبين كيف نجد اقل عدد له اجزاء مفروضة

وليكن تلك الاجزاء آ ب ح و اسمها د ه ز فنجده اقل عدد يعده اعداد د ه ز بالشكل السادس والثلاثين وليكن هو عدد ح فله الاجزاء السبعة لاعداد د ه ز وهي آ ب ح بالشكل السابع والثلاثين فاقول ان ح اقل عدد له تلك الاجزاء المفروضة برهانه فلانه لو لم يكن ح اقل عدد له تلك الاجزاء لكان عدد آخر اقل منه له تلك الاجزاء وليكن هو ط فده م يعد ط بالشكل المتقدم وط اقل من ح فط هو اقل عدد يعده د ه ز وكان ح اقل عدد يعده د ه ز هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

تمت المقالة السابعة والمجد لله وحده

# المقالة الثامنة في عشر مسائل

كل اعداد متوالية على نسبة واحدة فان كان طرفاها متباينين فهي اقل الاعداد على تلك

النسبة  فليكن آ ب ح د على نسبة واحدة وآ د متباينان فاقول انها اقل الاعداد على نسبتها برهانه فلانه لو لم يكن هي اقل الاعداد على تلك النسبة

فليكن ه م ح ط اقل الاعداد على تلك النسبة وبعدتها فنسبة آ الي ب كنسبة ه الي ر ونسبة ب الي ح كنسبة ر الي د كنسبة ح الي ط فبالمساواة نسبة آ الي د كنسبة ه الي ط بالشكل الرابع عشر من السابعة وآ د متباينان فهما اقل الاعداد على نسبتها بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فبعد ان كل عددين على نسبتها بالشكل العشرين منها فالاكثر يعد ه الاقل منه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

نريد ان نبين كيف نجد اقل اعداد متوالية على

نسبة كم كانت الاعداد

وليكن آ ب عددين متباينين فهما اقل العددين على نسبتها بالشكل الثاني والعشرين من السابعة ولتكن النسبة المفروضة هي نسبة آ الي ب وعدة الاعداد المطلوبة امرعا فليكن ح حاصل من ضرب آ في نفسه و ه من ضرب ب في نفسه و د من ضرب آ في ب وليكن م حاصل من ضرب آ في ح وال حاصل من ضرب ب في ه و ح ط حاصلين من ضرب آ ب في د فيكون ح مربع آ وم مكعبه و ه مربع ب وال مكعبه فاقول ان اعداد م ح ط هي اقل الاعداد على نسبة آ الي ب برهانه فلان كلامن آ ب



ضرب في نفسه وفي صاحبه حصل منه  $\overline{د} \overline{د}$  والحاصل من ضرب  $\overline{آ}$  في  $\overline{ب}$  كالحاصل من ضرب  $\overline{ب}$  في  $\overline{آ}$  بالشكل السابع عشر من السابعة فنسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{د}$  كنسبة  $\overline{آ}$  الى  $\overline{ب}$  ونسبة  $\overline{د}$  الى  $\overline{آ}$  كنسبة  $\overline{آ}$  الى  $\overline{ب}$  بالشكل السابع عشر من السابعة فنسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{د}$  كنسبة  $\overline{د}$  الى  $\overline{آ}$  باستبانة الشكل الرابع عشر من

السابعة ولان  $\overline{آ}$  ضرب في  $\overline{د}$  حصل منه  $\overline{ح}$  وب  $\overline{د}$  حصل منه  $\overline{ط}$   $\overline{آ}$  فنسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{ح}$  كنسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{د}$  ونسبة  $\overline{ط}$  الى  $\overline{آ}$  كنسبة  $\overline{د}$  الى  $\overline{آ}$  بالشكل الثامن عشر من السابعة

فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{ح}$  كنسبة  $\overline{آ}$  الى  $\overline{ب}$  ونسبة  $\overline{ط}$  الى  $\overline{آ}$  كنسبة  $\overline{آ}$  الى  $\overline{ب}$  لان كلا من نسبتي  $\overline{ح}$  الى  $\overline{د}$  و  $\overline{د}$  الى  $\overline{آ}$  كانت كنسبة  $\overline{آ}$  الى  $\overline{ب}$  ولان كلا من  $\overline{آ}$  ضرب في  $\overline{د}$  وحصل منه  $\overline{ح}$   $\overline{ط}$  فنسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{ط}$  كنسبة  $\overline{آ}$  الى  $\overline{ب}$  بالشكل السابع عشر من السابعة فكل من نسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{ح}$  و  $\overline{ح}$  الى  $\overline{ط}$  و  $\overline{ط}$  الى  $\overline{آ}$  كنسبة  $\overline{آ}$  الى  $\overline{ب}$  فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{ح}$  كنسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{ط}$  ونسبة  $\overline{ط}$  الى  $\overline{آ}$  و  $\overline{ح}$  الى  $\overline{ط}$  بالشكل السابع والعشرين من السابعة لان ضلعيهما متباينان  $\overline{فرح}$   $\overline{ط}$   $\overline{آ}$  هي اقل اربعة اعداد على نسبة  $\overline{آ}$  الى  $\overline{ب}$  و  $\overline{د}$  اقل ثلاثة اعداد على نسبة  $\overline{آ}$  الى  $\overline{ب}$  بالشكل المتقدم وبمثله تبين اذا زاد الاعداد على اربعة

وذلك ما اردنا ان نبين

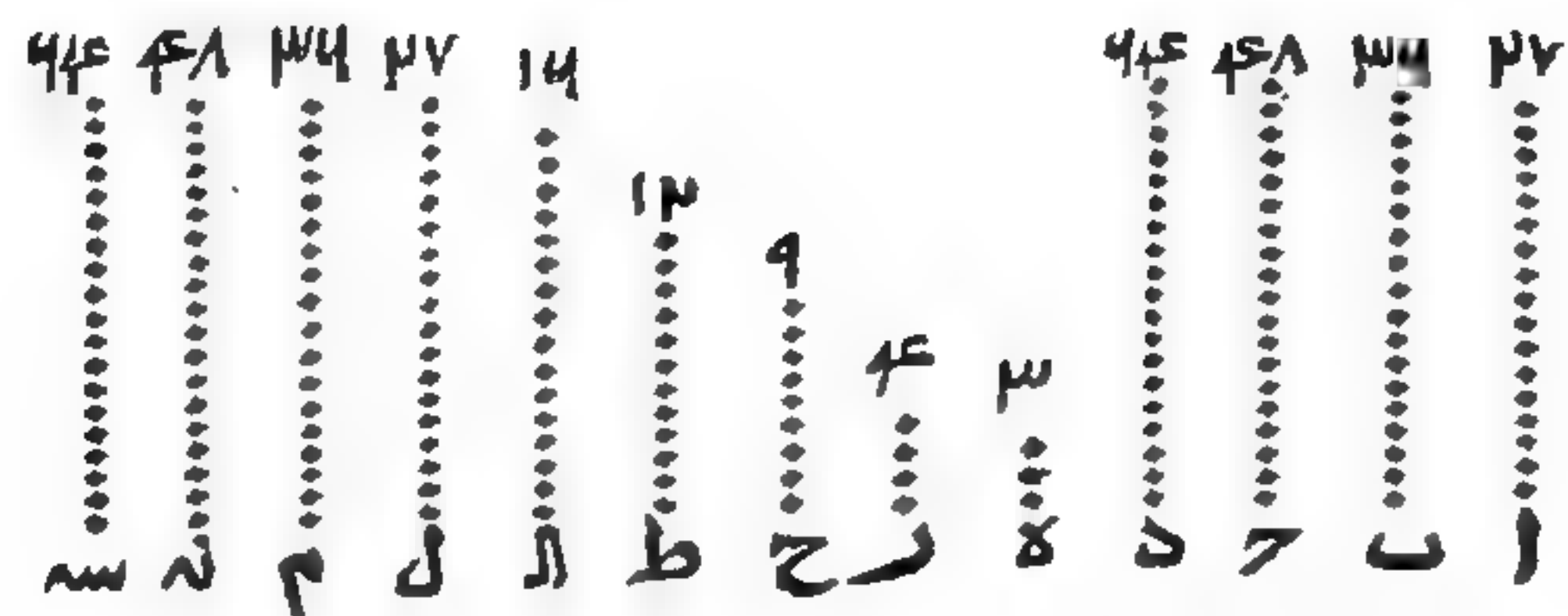
وقد استبان منه ان طرفي كل اقل ثلاثة اعداد متوالية على نسبة مربعان وان طرفي كل اقل اربعة اعداد متوالية على نسبة مكعبان

كل اقل اعداد متوالية على نسبة كم كانت

الاعداد فان طرفيها متباينان

ليكن  $\overline{آ}$   $\overline{ب}$   $\overline{ح}$   $\overline{د}$  اقل اعداد على نسبتها وهي اربعة اعداد فاقول ان  $\overline{آ}$   $\overline{د}$  متباينان برهانه نجد اقل عددين على نسبة  $\overline{آ}$  الى  $\overline{ب}$  بالشكل الثالث والثلاثين من السابعة وليكن هما  $\overline{م}$  و  $\overline{ن}$  اقل ثلاثة اعداد على تلك النسبة وهي  $\overline{ح}$   $\overline{ط}$   $\overline{آ}$  ولانزال نفعل الى ان نجد اقل اعداد على نسبة  $\overline{م}$  و  $\overline{ن}$  وعدتهما مثل عدة  $\overline{آ}$   $\overline{ب}$   $\overline{ح}$   $\overline{د}$  بالشكل المتقدم ولتكن هي  $\overline{ل}$   $\overline{م}$   $\overline{ن}$   $\overline{س}$  فطرفاها  $\overline{ل}$   $\overline{س}$  متباينان باستبانة الشكل المتقدم فل يساوي  $\overline{آ}$  و  $\overline{س}$  يساوي  $\overline{د}$  لان  $\overline{ل}$   $\overline{م}$   $\overline{ن}$   $\overline{س}$  على عدة  $\overline{آ}$   $\overline{ب}$   $\overline{ح}$   $\overline{د}$  وكل واحد من تلك الجنتين

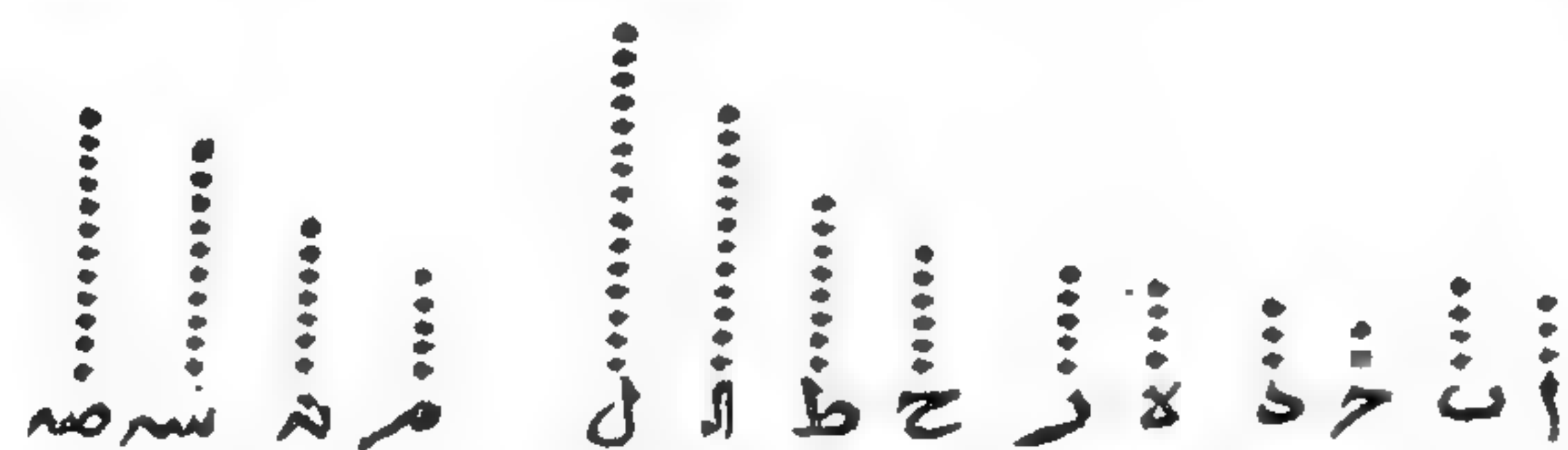
الجنتين على نسبة  $\overline{آ}$  الى  $\overline{ب}$  و اقل الاعداد على تلك النسبة فاد متباينان وذلك ما اردنا ان نبين



نريد ان نبين كيف نجد اقل الاعداد على نسبة

اعداد مفروضة

لتكن الاعداد المفروضة على نسبة هي اعداد  $\overline{آ}$   $\overline{ب}$   $\overline{ح}$   $\overline{د}$   $\overline{م}$  وليكن كل واحد منها اقل عددين على نسبتها ولناخذ اقل عدد يعد  $\overline{ب}$   $\overline{ح}$  بالشكل الرابع والثلاثين من السابعة وليكن هو  $\overline{ط}$  وليكن  $\overline{آ}$  يعد  $\overline{ح}$



بعده ما يعد  $\overline{ب}$   $\overline{ط}$  و  $\overline{د}$  بعدة ما يعد  $\overline{ح}$   $\overline{ط}$  فاما  $\overline{آ}$  يعد  $\overline{آ}$  او لا اما الاول فنجعل  $\overline{م}$  يعد  $\overline{ل}$  بعدة ما يعد  $\overline{آ}$  فلان  $\overline{آ}$  يعد  $\overline{ح}$  بعدة ما يعد  $\overline{ب}$   $\overline{ط}$  فنسبة  $\overline{آ}$  الى  $\overline{ب}$  كنسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{ط}$  بالشكل السابع عشر من السابعة وكذلك نسبة  $\overline{ح}$  الى  $\overline{د}$  كنسبة  $\overline{ط}$  الى  $\overline{آ}$  ونسبة  $\overline{آ}$  الى  $\overline{م}$  كنسبة  $\overline{آ}$  الى  $\overline{ل}$  فاقول ان  $\overline{ح}$   $\overline{ط}$   $\overline{آ}$  اقل اعداد على نسب  $\overline{آ}$   $\overline{ب}$   $\overline{ح}$   $\overline{د}$   $\overline{م}$  و  $\overline{ل}$   $\overline{م}$   $\overline{ن}$   $\overline{س}$  اقل اعداد على تلك النسب فلان نسبة  $\overline{آ}$  الى  $\overline{ب}$  كنسبة  $\overline{م}$  الى  $\overline{ن}$  وهما  $\overline{آ}$   $\overline{ب}$  اقل عددين على نسبتهم فاعداد  $\overline{م}$  و  $\overline{ن}$  بالشكل العشرين من السابعة ولذلك ايضا  $\overline{ح}$  يعد  $\overline{ن}$  فلان  $\overline{ب}$   $\overline{ح}$  يعدان  $\overline{ن}$   $\overline{ط}$  الذي هو اقل يعدانه  $\overline{ب}$   $\overline{ح}$  يعد  $\overline{ن}$  بالشكل الخامس والثلاثين من السابعة فالأكثر يعد الاقل هذا خلف فالحكم ثابت واما الثاني وهو ان  $\overline{آ}$  لا يعد  $\overline{م}$  ولناخذ اقل عدد يعد  $\overline{آ}$   $\overline{ب}$   $\overline{ح}$   $\overline{د}$   $\overline{م}$  بالشكل الرابع والثلاثين من

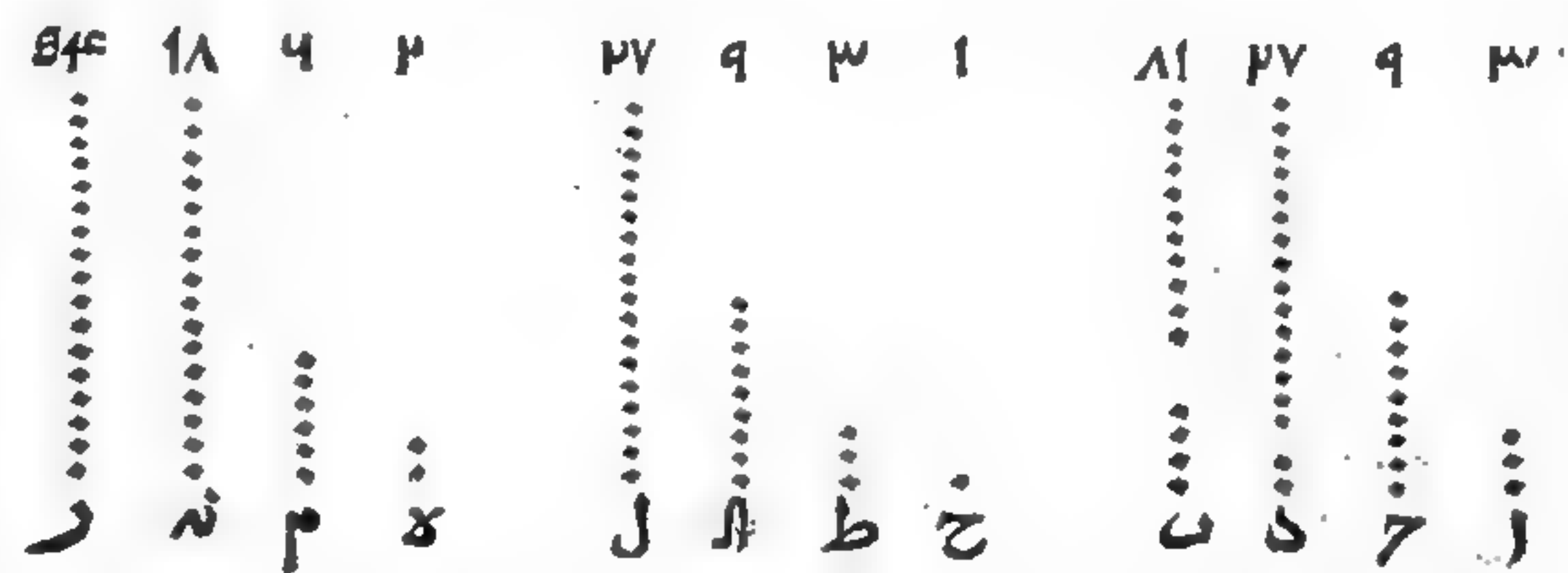






كل عددين يقع بينهما اعداد ويصير الكل متوالية على نسبة واحدة فكل عددين على نسبتها فانه يقع بينهما اعداد بتلك العدة ويصير الكل على تلك النسبة

لبقع بين  $\bar{A}B$  عددا  $\bar{C}D$  ويصيران مع  $\bar{A}B$  متوالية علي نسبة واحدة ونسبة  $\bar{E}$  الي  $\bar{R}$  كنسبة  $\bar{A}$  الي  $\bar{B}$  فاقول انه يقع بين  $\bar{E}$  و  $\bar{C}D$  اعدادان ايضا ويصيران مع  $\bar{E}$  علي تلك النسبة برهانه فلناخذ اقل اعداد علي نسبة اعداد  $\bar{A}D$  و  $\bar{B}C$  ونعد بها بالشكل الثاني وهي  $\bar{C}D$  و  $\bar{A}B$  فنسبة  $\bar{C}$  الي  $\bar{D}$



كنسبة آ الي ب بالشكل الرابع عشر من السابعة وكانت نسبة ء الي م  
كنسبة آ الي ب فنسبة ح الي ل كنسبة ء الي م باستبانة الشكل الرابع  
عشر من السابعة و ح يباين ل بالشكل الثالث فهما اقل عددين علي  
نسبتهما عدا واحدا بالشكل الثاني والعشرين من السابعة ويعدان كل  
عددين علي نسبتهما عدا واحدا بالشكل العشرين من السابعة فبعد ح  
ء ول ر عدا واحدا ول بعد ط م والانه بتلك العدة فنسبة ح الي ء كنسبة  
ط الي م وكنسبة آ الي ن وكنسبة ل الي م فبالابدال نسبة ء الي م  
كنسبة

ط  
كل عددين متباينين يقع بينهما اعداد كم  
كانت وتصير معها متوالية على نسبة واحدة فانه  
يقع بين الواحد وبين كل واحد من العددين  
المتباينين اعداد بعدة ما وقع بين المتباينين  
وتصير مع الواحد وكل منهما متوالية على نسبة

واحدة ٥

ليكن آ ب العددين المتباينين  
وقع بينهما عددا ج د وصارا  
معهما متوالية علي نسبة  
واحدة فاقول انه يقع بين  
الواحد وبين كل واحد من  
آ ب عددا ن و يصير الكل  
متوالية علي نسبة واحدة  
برهانه تجد اقل عددين  
علي نسبة آ الي ج بالشكل  
الثالث والثلاثين من السابعة

الواحد	٩	٣	٤٤	١٤
١	١	١	١	١
٢	٢	٢	٢	٢
٣	٣	٣	٣	٣
٤	٤	٤	٤	٤
٥	٥	٥	٥	٥
٦	٦	٦	٦	٦
٧	٧	٧	٧	٧
٨	٨	٨	٨	٨
٩	٩	٩	٩	٩
١٠	١٠	١٠	١٠	١٠
١١	١١	١١	١١	١١
١٢	١٢	١٢	١٢	١٢
١٣	١٣	١٣	١٣	١٣
١٤	١٤	١٤	١٤	١٤
١٥	١٥	١٥	١٥	١٥
١٦	١٦	١٦	١٦	١٦
١٧	١٧	١٧	١٧	١٧
١٨	١٨	١٨	١٨	١٨
١٩	١٩	١٩	١٩	١٩
٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠
٢١	٢١	٢١	٢١	٢١
٢٢	٢٢	٢٢	٢٢	٢٢
٢٣	٢٣	٢٣	٢٣	٢٣
٢٤	٢٤	٢٤	٢٤	٢٤
٢٥	٢٥	٢٥	٢٥	٢٥
٢٦	٢٦	٢٦	٢٦	٢٦
٢٧	٢٧	٢٧	٢٧	٢٧
٢٨	٢٨	٢٨	٢٨	٢٨
٢٩	٢٩	٢٩	٢٩	٢٩
٣٠	٣٠	٣٠	٣٠	٣٠
٣١	٣١	٣١	٣١	٣١
٣٢	٣٢	٣٢	٣٢	٣٢
٣٣	٣٣	٣٣	٣٣	٣٣
٣٤	٣٤	٣٤	٣٤	٣٤
٣٥	٣٥	٣٥	٣٥	٣٥
٣٦	٣٦	٣٦	٣٦	٣٦
٣٧	٣٧	٣٧	٣٧	٣٧
٣٨	٣٨	٣٨	٣٨	٣٨
٣٩	٣٩	٣٩	٣٩	٣٩
٤٠	٤٠	٤٠	٤٠	٤٠
٤١	٤١	٤١	٤١	٤١
٤٢	٤٢	٤٢	٤٢	٤٢
٤٣	٤٣	٤٣	٤٣	٤٣
٤٤	٤٤	٤٤	٤٤	٤٤
٤٥	٤٥	٤٥	٤٥	٤٥
٤٦	٤٦	٤٦	٤٦	٤٦
٤٧	٤٧	٤٧	٤٧	٤٧
٤٨	٤٨	٤٨	٤٨	٤٨
٤٩	٤٩	٤٩	٤٩	٤٩
٥٠	٥٠	٥٠	٥٠	٥٠
٥١	٥١	٥١	٥١	٥١
٥٢	٥٢	٥٢	٥٢	٥٢
٥٣	٥٣	٥٣	٥٣	٥٣
٥٤	٥٤	٥٤	٥٤	٥٤
٥٥	٥٥	٥٥	٥٥	٥٥
٥٦	٥٦	٥٦	٥٦	٥٦
٥٧	٥٧	٥٧	٥٧	٥٧
٥٨	٥٨	٥٨	٥٨	٥٨
٥٩	٥٩	٥٩	٥٩	٥٩
٦٠	٦٠	٦٠	٦٠	٦٠
٦١	٦١	٦١	٦١	٦١
٦٢	٦٢	٦٢	٦٢	٦٢
٦٣	٦٣	٦٣	٦٣	٦٣
٦٤	٦٤	٦٤	٦٤	٦٤
٦٥	٦٥	٦٥	٦٥	٦٥
٦٦	٦٦	٦٦	٦٦	٦٦
٦٧	٦٧	٦٧	٦٧	٦٧
٦٨	٦٨	٦٨	٦٨	٦٨
٦٩	٦٩	٦٩	٦٩	٦٩
٧٠	٧٠	٧٠	٧٠	٧٠
٧١	٧١	٧١	٧١	٧١
٧٢	٧٢	٧٢	٧٢	٧٢
٧٣	٧٣	٧٣	٧٣	٧٣
٧٤	٧٤	٧٤	٧٤	٧٤
٧٥	٧٥	٧٥	٧٥	٧٥
٧٦	٧٦	٧٦	٧٦	٧٦
٧٧	٧٧	٧٧	٧٧	٧٧
٧٨	٧٨	٧٨	٧٨	٧٨
٧٩	٧٩	٧٩	٧٩	٧٩
٨٠	٨٠	٨٠	٨٠	٨٠
٨١	٨١	٨١	٨١	٨١
٨٢	٨٢	٨٢	٨٢	٨٢

وهي  $\frac{1}{2}$  وتجد اقل ثلاثة اعداد متوالية على تلك النسبة وهي ح ط ز  
ولانزال نسك هذه الطريقة حتى تجد اعدادا متوالية على نسبة  
واحدة عدتها عدة آ د ب بالشكل الثاني ولتكن هي اعداد ل م ن ه  
فل ه متباينان بالشكل الثالث وكل واحد من اعداد ل م ن ه آ ح د  
ب اقل الاعداد على نسبتها بالشكل الاول فل يساوي آ وه يساوي  
ب فلان ه ضرب في نفسه وحصل منه ح فني ح من امثال ه بعدة احاد  
ه الواحد بعدة باحاد ه فنسبة الواحد الي ه كنسبة ه الي ح وه ضرب



في ح حصل منه ل فالواحد يعد ح بعدة ما بعد ل فنسبة الواحد  
الي ح كنسبة ل الي ل فبالابدال  
بالشكل الثالث عشر من  
السابعة نسبة الواحد الي ل  
كنسبة ح الي ل فح يعد ل  
بعدة احادة وكان ل يعد ح  
بعدة احادة فنسبة الواحد  
الي ل كنسبة ل الي ح وكنسبة  
ح الي ل فقد وقع بين الواحد  
وا اعداد متوالية علي نسبة  
واحدة وعدتها عدة ما وقع  
بين عددي آ ب وبمثله تبين  
انه يقع بين الواحد وب  
اعداد عدتها عدة ما وقع بين  
عددي آ ب وصار الجيع متوالية علي نسبة واحدة فالحكم ثابت وذلك  
ما اردنا ان نبين

الواحد	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
ل	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
ح	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
ط	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
ز	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
ر	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
س	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
د	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
ن	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦

كل عددين يقع بين كل واحد منهما وبين  
الواحد اعداد كم كانت وتصير معها متوالية علي  
نسبة واحدة فانه يقع بينهما اعداد بتلك العدة  
وتصير معها متوالية علي نسبة واحدة

ليكن الاعدادان آ ب  
والواحد ل والواقع بين ل وا  
ح د وبينه بين ب و ر ونسبة  
ل الي ح كنسبة ح الي د وكنسبة  
د الي آ ونسبة ل الي ل كنسبة ل  
الي ر ونسبة ر الي ب فاقول  
انه يقع بين آ ب عددان  
ويصيران معها متوالية علي  
نسبة واحدة برهانه فلان  
نسبة الواحد الي ح كنسبة ح  
الي د والواحد

الواحد	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
ل	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
ح	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
ط	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
ز	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
ر	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
س	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
د	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
ن	٩	٣٦	١٤٤	١٩٦

الي د والواحد يعد ح بعدة احاد ح فحرب ح في نفسه هو د فد مربع  
ح ولان نسبة الواحد الي ح كنسبة د الي آ والواحد يعد ح بعدة احاد  
ح فد يعد آ بعدة احاد ح فحرب ح في د هو آ وبمثله تبين ان ح مربع  
ه وان الحاصل من ضرب ه في ح هو ب ونضرب ح في ه فيحصل منه ح  
ونضرمها في ح فيحصل منه ط آ وتبين بمثل ما مر في الشكل الثاني  
ان نسبة آ الي ط كنسبة ط الي ل وكنسبة ل الي ب فالحكم ثابت وذلك ما  
اردنا ان نبين

بين كل مربعين عدد يتوالي الثلثة علي نسبة  
واحدة ونسبة المربع الي المربع كنسبة ضلع  
احدها الي ضلع آخر مثناة

ليكن آ ب مربعين وضلع آ ح وضلع ب د ونضرب ح في د فيحصل منه  
ه فاقول ان نسبة آ الي ه كنسبة ه الي ب ونسبة آ الي ب كنسبة ح الي د  
مثناة برهانه فلان الحاصل من  
ضرب ح في د كالحاصل من ضرب د في ح  
بالشكل السادس عشر من السابعة فلان  
ح د ضربا في ح وحصل منه آ ه فنسبة آ  
الي ه كنسبة ح الي د بالشكل السابع  
عشر من السابعة وبمثله تبين ان نسبة ه

٩	٣٦	١٤٤	١٩٦
ل	٩	٣٦	١٤٤
ح	٩	٣٦	١٤٤
ط	٩	٣٦	١٤٤
ز	٩	٣٦	١٤٤
ر	٩	٣٦	١٤٤
س	٩	٣٦	١٤٤
د	٩	٣٦	١٤٤
ن	٩	٣٦	١٤٤

الي ب كنسبة ح الي د فنسبة آ الي ه كنسبة ه الي ب باستبانة الشكل الرابع  
عشر من السابعة ونسبة ح الي د كنسبة آ الي ه فنسبة ح الي د مثناة  
كنسبة آ الي ه مثناة ونسبة آ الي ب كنسبة آ الي ه مثناة فنسبة آ الي  
ب كنسبة ح الي د مثناة باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة فالحكم  
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

بين كل مكعبين عددان يتوالي الاربعة علي نسبة  
واحدة ونسبة المكعب الي المكعب كنسبة ضلعه  
الي ضلع آخر مثناة بالتك

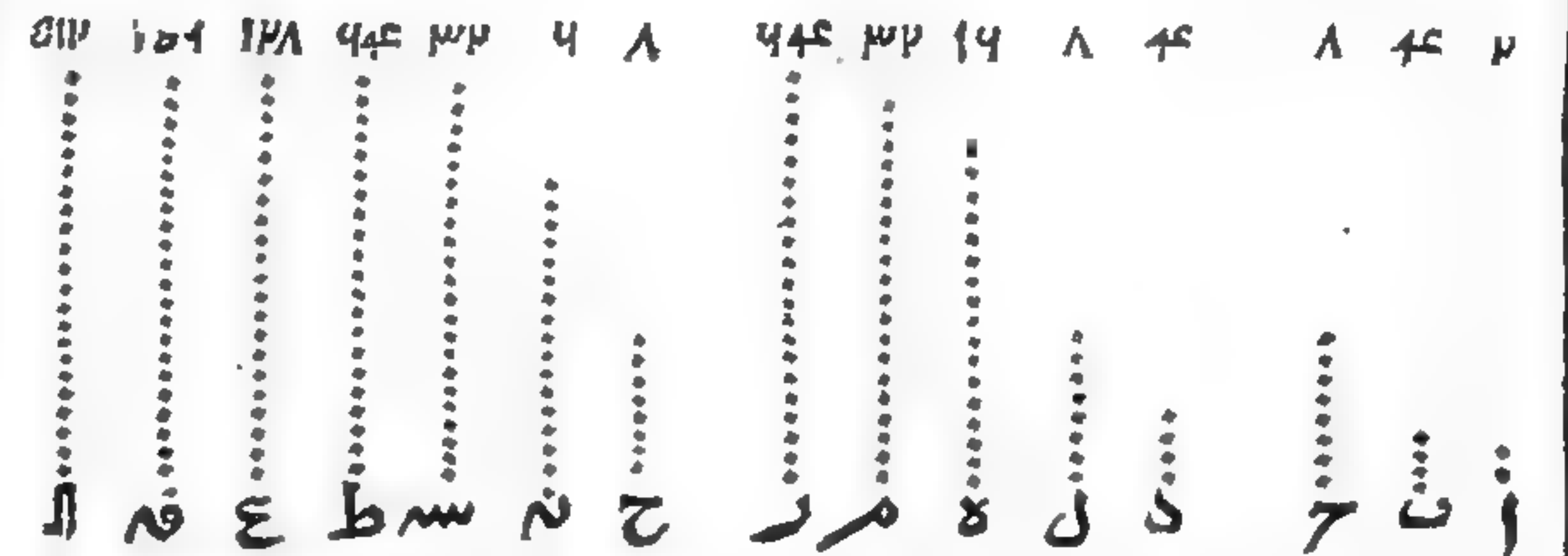
ليكن المكعبان آ ب و ح وضلع آ د وضلع ب ه فيحصل اقل ثلثة اعداد



علي نسبة ح الى د بالشكل الثاني وهي ح ح ف ح مربع ح وح مربع د  
باستبانة الشكل الثاني ونضرب كل واحد من ح د في ح فيحصل منه ط  
او مكعب ح وب  
مكعب د فاعداد آ  
ط آ ب الاربعة  
متوالية علي نسبة  
واحدة بالشكل  
الثاني وهي نسبة ح  
الي د فنسبة ح الي د  
مثلثة كنسبة آ الي ط مثلثة ونسبة آ الي ب كنسبة آ الي ط مثلثة فنسبة  
آ الي ب كنسبة ح الي د مثلثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل اعداد متوالية علي نسبة واحدة فربعاتها  
متوالية علي نسبة واحدة وكذلك مكعباتها وما  
يتلوها من المراتب الغير المتناهية

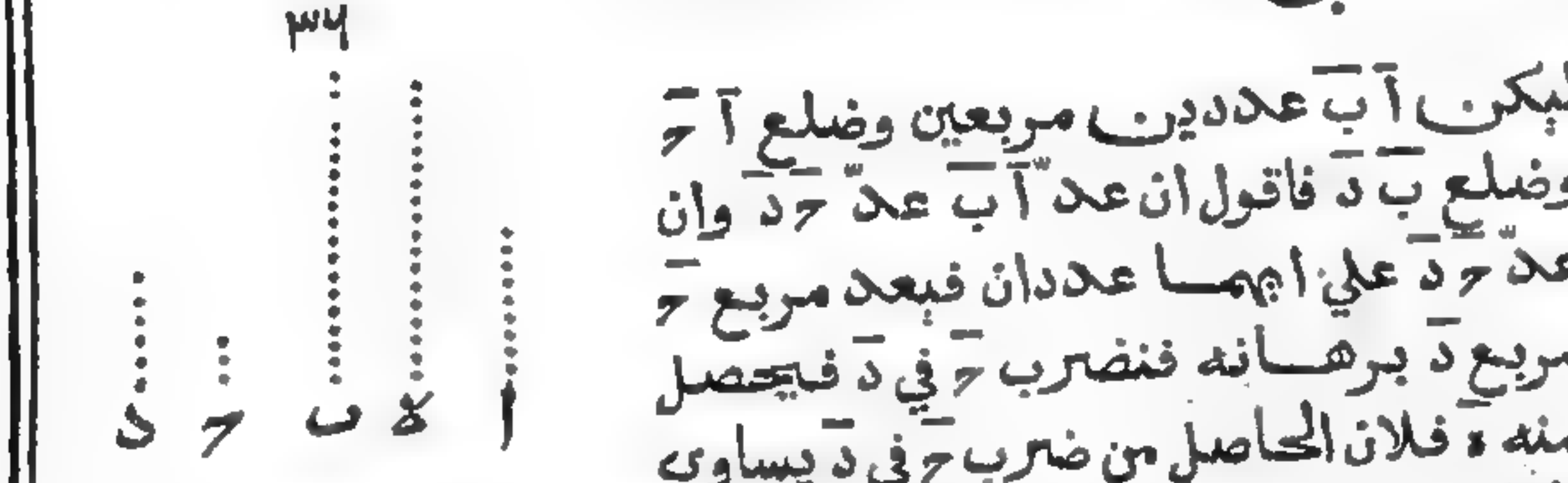
ليكن آ ب ح متوالية علي نسبة واحدة ود مربع آ وه مربع ب و ح  
مربع ح وح مكعب آ وط مكعب ب وآ مكعب ح فاقول ان نسبة د الي



ه كنسبة ه الي ح وان نسبة ح الي ط كنسبة ط الي آ وكذلك ما يتلوها من  
المراتب برهانه ليكن ل حاصل من ضرب آ في ب وب حاصل من  
ضرب ب في ح ونه سه حاصل ضرب آ ب في ل وع ف حاصل ضرب ب ح  
في م فلان نسبة ب الي ح كنسبة آ الي ب وبالشكل الحادي عشر نسبة د الي  
ل كنسبة ل الي ه ونسبة ه الي م كنسبة م الي ح وكل واحدة من نسبي د  
الي ل ول الي ه كنسبة آ الي ب فكل من نسبي د الي ل ول الي ه كنسبة ب  
الي ح فنسبة د الي ل كنسبة ه الي م ونسبة ل الي ه كنسبة م الي ح فنسبة  
د الي ه

د الي ه كنسبة ه الي ح بالشكل الرابع عشر من السابعة وايضا فلان ح ط  
ال مكعبات لاعداد آ ب ح وقد ضرب آ ب في ل حصل منه سه وب ح  
ضرب في م حصل منه ع ف بالشكل المتقدم نسبة ح الي ه ونه الي سه  
وسه الي ط كنسبة آ الي ب ونسبة ط الي ع ونه الي ه كنسبة ب الي  
ح فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة كل واحدة من نسبة ح الي  
نه ونه الي سه وسه الي ط كنسبة ب الي ح فبهذه الاستبانة نسبة ح الي نه  
كنسبة ط الي ع ونسبة نه الي سه كنسبة ع الي ق ونسبة سه الي ط  
كنسبة ق الي آ فبالساواة نسبة ح الي ط كنسبة ط الي آ بالشكل  
الرابع عشر من السابعة وبمثله تبين ما وراء لك من المراتب فالحكم ثابت  
وذلك ما اردنا ان نبين

يد  
كل مربعين يعد احدهما الآخر فضع العاد يعد  
ضلع المعداد وكل عدد يعد عددا فربع العاد  
يعد مربع المعداد



ليكن آ ب عددان مربعين وضلع آ ح  
وضلع ب د فاقول ان عد آ ب عد ح د وان  
عد ح د علي اهما عددان فباعد مربع ح  
مربع د برهانه فنضرب ح في د فيحصل  
منه ه فلان الحاصل من ضرب ح في د يساوي  
الحاصل من ضرب د في ح بالشكل السادس عشر من السابعة وح د ضربا  
في ح حصل منه آ ه وفي د حصل منه ب فنسبة آ الي ه كنسبة ح الي د  
ونسبة ه الي ب كنسبة ح الي د بالشكل السابع عشر من السابعة فنسبة آ  
الي ه كنسبة ب الي ب باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة وآ يعد ب فا  
يعد ه بالشكل السابع ونسبة ح الي د كنسبة آ الي ه فح يعد د وايضا ان  
ح يعد د وآ يعد ب وليكن آ مربع ح وب مربع د وه الحاصل من ضرب  
ح في د فتبين بمثل ما بينا ان نسبة آ الي ه كنسبة ب الي د ونسبة ح الي د  
كنسبة آ الي ه وح يعد د فا يعد ه فا يعد ب لان عاد العاد يعد  
معدوده وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه انه اذا لم يعد عدد عددا لم يعد مربعه مربعه واذا لم  
يعد مربع مربع لم يعد ضلعه ضلعه



كل مكعبين يعد أحدهما الآخر فضلع العاد يعد  
ضلع المعداد وكل عدد يعد عدداً فمكعب العاد

يعد مكعب المعداد

ليكن  $\overline{AB}$  عددين مكعبين  
وضلع  $\overline{AC}$  وضلع  $\overline{BD}$   
فاقول أن عدد  $\overline{AB}$  يعد  $\overline{CD}$   
وأن عدد  $\overline{CD}$  عليهما عددان  
فبعد مكعب  $\overline{C}$  مكعب  $\overline{D}$

د برهانه فنضرب  $\overline{C}$  في نفسه فيحصل منه  $\overline{E}$  ونضرب  $\overline{D}$  في  $\overline{D}$   
فيحصل منه  $\overline{H}$  ونضرب  $\overline{E}$  في نفسه فيحصل منه  $\overline{F}$  ونضرب  $\overline{H}$  في  $\overline{H}$   
فيحصل منه  $\overline{I}$  فظاهر أن  $\overline{C}$  رمتوالبه  $\overline{A}$  و  $\overline{D}$  رمتوالبه  $\overline{B}$  متوالبه علي نسبة  
 $\overline{C}$  الي  $\overline{D}$  بالشكل السابع عشر وبالشكل الثامن عشر من السابعة وبالشكل  
الثاني عشر من الثامنة ولأن  $\overline{A}$   $\overline{B}$  متوالبه علي نسبة واحدة وبعد  
 $\overline{A}$   $\overline{B}$  فأيعد  $\overline{C}$  بالشكل السابع ونسبة  $\overline{A}$  الي  $\overline{D}$  كنسبة  $\overline{C}$  الي  $\overline{D}$  فأيعد  $\overline{D}$   
وايضاً أن عدد  $\overline{D}$  فبعد  $\overline{A}$  وليكن  $\overline{A}$  مكعب  $\overline{C}$  وب مكعب  $\overline{D}$  و  
الحاصل من ضرب  $\overline{C}$  في نفسه وح الحاصل من ضرب  $\overline{D}$  في  $\overline{D}$  والحاصل  
من ضرب  $\overline{D}$  في نفسه وط الحاصلان من ضرب  $\overline{C}$  في  $\overline{D}$  فقتين يمثل ما  
بيننا أن  $\overline{A}$   $\overline{B}$  متوالبه علي نسبة  $\overline{C}$  الي  $\overline{D}$  وايضاً أن  $\overline{C}$  رمتوالبه علي  
نسبة  $\overline{C}$  الي  $\overline{D}$  ولأن  $\overline{C}$  يعد  $\overline{D}$  ونسبة  $\overline{C}$  الي  $\overline{D}$  كنسبة  $\overline{A}$  الي  $\overline{B}$  فأيعد  $\overline{D}$   
وبهذا الدليل  $\overline{C}$  يعد  $\overline{A}$  و  $\overline{D}$  و  $\overline{A}$  و  $\overline{B}$  ولأن أيعد  $\overline{C}$  وط يعد  $\overline{A}$  فأيعد  $\overline{A}$  لكن  
 $\overline{A}$  يعد  $\overline{B}$  فأيعد  $\overline{B}$  وذلك ما اردنا أن نبين  
واستبان منه أنه إذا لم يعد عدد عدداً لم يعد مكعبه مكعبه وإذا لم يعد  
مكعب مكعباً لم يعد ضلعه ضلعه

كل عددين مسطحين متشابهين فانه يقع بينهما  
عدد ويتوالي الثلاثة علي نسبة واحدة ونسبة المسطح  
الي المسطح كنسبة ضلع من المنسوب الي نظيره من  
ضلي المنسوب اليه مثلاً بالتكـ  
ليكن

ليكن  $\overline{AB}$  مسطحين متشابهين وضلعا  $\overline{AC}$  وضلعا  $\overline{BD}$  ونسبة  $\overline{C}$  الي  $\overline{D}$   
كنسبة  $\overline{D}$  الي  $\overline{A}$  فاقول انه يقع بين  $\overline{AB}$  عدد ويصير الثلاثة متوالبه علي  
نسبة واحدة وإن نسبة  $\overline{A}$  الي  $\overline{B}$   
كنسبة  $\overline{D}$  الي  $\overline{E}$  مثلاً برهانه وليكن  $\overline{C}$   
حاصل من ضرب  $\overline{D}$  في  $\overline{D}$  فلان  $\overline{D}$  ضرب  
في  $\overline{D}$  وحصل منه  $\overline{H}$  والحاصل من ضرب  
في  $\overline{D}$  وعكسه متساويان بالشكل  
السادس عشر من السابعة فح يساوي  
مسطح كل من  $\overline{D}$  في الآخر فد ضرب في

$\overline{D}$  حصل منه  $\overline{A}$  فنسبة  $\overline{A}$  الي  $\overline{C}$  كنسبة  $\overline{D}$  الي  $\overline{E}$  بالشكل الثامن عشر  
من السابعة وكانت نسبة  $\overline{D}$  الي  $\overline{A}$  كنسبة  $\overline{D}$  الي  $\overline{E}$  فباستبانة الشكل  
الرابع عشر من السابعة نسبة  $\overline{A}$  الي  $\overline{C}$  كنسبة  $\overline{C}$  الي  $\overline{B}$  ولأن  $\overline{D}$  ضرب في  $\overline{D}$   $\overline{A}$   
وحصل منه  $\overline{H}$  فبنسبة  $\overline{C}$  الي  $\overline{B}$  كنسبة  $\overline{D}$  الي  $\overline{E}$  بالشكل الثامن عشر من  
السابعة فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة  $\overline{A}$  الي  $\overline{C}$  كنسبة  
 $\overline{C}$  الي  $\overline{B}$  ولأن نسبة  $\overline{D}$  الي  $\overline{E}$  كنسبة  $\overline{A}$  الي  $\overline{C}$  فنسبة  $\overline{C}$  الي  $\overline{D}$  مثلاً كنسبة  $\overline{A}$  الي  $\overline{B}$   
 $\overline{C}$  مثلاً لأن نسبة  $\overline{A}$  الي  $\overline{C}$  كنسبة  $\overline{C}$  الي  $\overline{B}$  فنسبة  $\overline{A}$  الي  $\overline{B}$  كنسبة  $\overline{A}$  الي  $\overline{B}$   
مثلاً فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة  $\overline{A}$  الي  $\overline{B}$  كنسبة  $\overline{C}$  الي  $\overline{D}$   
مثلاً وبمثله تبين أن نسبة  $\overline{A}$  الي  $\overline{B}$  كنسبة  $\overline{D}$  الي  $\overline{E}$  مثلاً وذلك ما  
اردنا أن نبين

كل عددين مجسمين متشابهين فانه يقع  
بينهما عددان ويتوالي الاربعة علي نسبة واحدة  
ونسبة المجسم الي المجسم كنسبة ضلع من اضلاع  
احدهما الي ضلع كان الي نظيره من اضلاع الآخر  
مثلاً بالتكـ

ليكن  $\overline{AB}$  المجسمين المتشابهين و  $\overline{C}$   $\overline{D}$  اضلاع  $\overline{A}$  و  $\overline{H}$   $\overline{I}$  اضلاع  $\overline{B}$   
وليكن نسبة  $\overline{C}$  الي  $\overline{D}$  كنسبة  $\overline{H}$  الي  $\overline{I}$  وكنسبة  $\overline{C}$  الي  $\overline{D}$  وليكن  $\overline{A}$  حاصل  
من ضرب  $\overline{D}$  في  $\overline{D}$  وح حاصل من ضرب  $\overline{H}$  في  $\overline{H}$  ولأن مسطحان متشابهان  
فتقع بينهما عدد وليكن  $\overline{M}$  ويتوالي الثلاثة علي نسبة  $\overline{C}$  الي  $\overline{D}$  بالشكل  
المتقدم وليكن  $\overline{N}$  حاصلين من ضرب  $\overline{C}$  في  $\overline{D}$  فاقول ان  $\overline{A}$   $\overline{N}$   $\overline{B}$



الاربعة متوالية علي نسبة واحدة وان نسبة آ الي ب كنسبة ح الي م  
 مثلثة بالتكرير برهانه فلان آنه حاصلان من ضرب ة في آ م فنسبة آ

1948 10 4 1 4 45 45 10 10 1948 10 4 45 1 1948

١  
٢  
٣  
٤  
٥  
٦  
٧  
٨  
٩  
١٠  
١١  
١٢

الي نـ كنسبة آ الي م بالشكل الثامن عشر من السابعة ونسبة ح الي م  
 كنسبة آ الي م بالشكل المتقدم فنسبة آ الي نـ كنسبة ح الي م باستبانة  
 الشكل الرابع عشر من السابعة ولان نـ م حاصلان من ضرب هـ ط في م  
 فنسبة نـ الي م كنسبة هـ الي ط بالشكل السابع عشر من السابعة وكانت  
 نسبة ح الي م كنسبة هـ الي ط فباستبانة الشكل الرابع عشر من  
 السابعة نسبة نـ الي م كنسبة ح الي م ولان مـ ب حاصلان من ضرب  
 ط في م لـ فنسبة مـ الي ب كنسبة م الي لـ بالشكل الثامن عشر من السابعة  
 ونسبة ح الي م كنسبة م الي لـ بالشكل المتقدم فنسبة مـ الي ب كنسبة ح  
 الي م باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة فنسبة آ الي نـ كنسبة نـ الي  
 م ونسبة مـ الي ب باستبانة الشكل المذكور ولان نسبة ح الي م كنسبة  
 آ الي نـ فنسبة ح الي م مثلثة كنسبة آ الي نـ مثلثة ونسبة آ الي ب كنسبة  
 آ الي نـ مثلثة فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة آ الي ب  
 كنسبة ح الي م مثلثة ومثله تبين ان نسبة آ الي ب مثل كل واحدة  
 من نسبي د الي ح و هـ الي ط وذلك ما اردنا ان نبين

كل عددين يقع بينهما عدد وبصير الثلاثة  
متوالية على نسبة واحدة فهما مستطيان متشابهان

١٨ ع ٣٢ ٣٣ ٣٤ ٣٥ ٣٦ ٣٧

ليكن آ ب عددين وقع بينهما ح  
وصارت الثلاثة متوالية علي نسبة  
واحدة فاقول ان آ ب مسطاران  
متشابهان برهانه فلنجد اقل  
عددين علي نسبة آ الي ح بالشكل  
الثالث والثلثين من السابعة  
وليكونا

وليكونا دة فهما يعدان كل عددين علي نسبتها عدا واحدا بالشكل العشرين من السابعة فد يعد آ وة ح فليعدا باحاد م ويعدان ح ب ايضا عدا واحدا فليعدا بعدة احاد ح فلان د يعد آ باحاد م فنسبة الواحد الي م كنسبة د الي آ ف ضرب د في م هو آ بالشكل التاسع عشر من السابعة وبمثله تبين ان الحاصل من ضرب ه في ح هو ب فآب مسطحان ولان ه يعد ح باحاد م ود يعد ح باحاد ح فبسيبة الواحد الي م كنسبة ه الي ح ونسبة الواحد الي ح كنسبة د الي ح ف ضرب كل واحد من ه في م ود في ح هو ح بالشكل التاسع عشر من السابعة فهذا الشكل بعينه نسبة د الي ه كنسبة م الي ح فآب مسطحان متشابهان وذلك ما اردنا ان نبين

كل عددان يقع بينهما عددان ويصير الاربعة  
متناسبة على نسبة واحدة فهما مجسمان  
متشابهان

Handwritten symbols arranged in two rows:

Top row: 45 45 45 W W W 14 1P 9 445 A 4A 4Y 4Y

Bottom row: : : : : : : : : : : : : : : : :  
m n p q r s t u v w x y z

ليكن آ ب عددين وقع بينهما عددا ح و صارت الاربعة اليه علي نسبة  
واحدة فاقول ان آ ب مجسمان متشابهان برهانهم فلان نسبة آ الي ح  
كنسبة ح الي د كنسبة د الي ب فلنجد اقل ثلاثة اعداد علي نسبة آ  
الي ح ونسبة ح الي د بالشكل الثالث والثلاثين من السابعة وليكن عي د  
مرح فه ح مسطحان متشابهان بالشكل المتقدم وليكن آل ضلعي ه وم نه  
ضلعي ح ونسبة آل الي م كنسبة ل الي ن ولان ه مرح يعد ا د ح د ب عدا  
واحدا فليعد ه آ باحاد ط وح ب باحاد سه ونسبة الواحد الي ط  
كنسبة ه الي آ ضرب ط في ه هو أ بالشكل التاسع عشر من السابعة فا  
مجسم ومثله تبين ان ب مجسم ولان ح عدد د باحاد ط وب باحاد سه  
فنسبة الواحد الي ط كنسبة ح الي د فد هو الحاصل من ضرب ط في ح  
بالشكل التاسع عشر من السابعة ومثله تبين ان ب هو الحاصل من ضرب



سـ في ح فنسبة ط الى سـ كنسبة دالي ب بالشكل التاسع عشر من السابعة  
وكانت نسبة مـ الى ح كنسبة دالي ب فنسبة ط الى سـ كنسبة مـ الى ح  
باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة ونسبة آالي مـ اول الي نه كنسبة  
مـ الى ح كما تبين في الشكل المتقدم فنسبة ط الى سـ كنسبة آالي مـ ول  
الي نه باستبانة الشكل الرابع من السابعة فآ ب مجسمان متشابهان وذلك  
ما اردنا ان نبين

كل ثلاثة اعداد متوالية علي نسبة واحدة اولها

مرع فثالثها مرد

ليكن  $\overline{AB}$  متوالية علي نسبة واحدة وأمنها مربع فاقول ان  $\overline{C}$  مربع  
برهانه ناخذ اقل ثلاثة اعداد متوالية علي نسبة  $\overline{AB}$  بالشكل  
الثالث والثلاثين من

السابعة و هي د م  
فكل من د م ربع  
باستبانة الشكل  
الثاني فد م  
متباينان بالشكل

الثالث فهمها اقول عدد دين علي نسبتهم بالشكل الثاني والعشرين من السابعة ونسبة د الي ه كنسبة آ الي ب ونسبة ه الي د كنسبة م الي ح فبالمساواة بالشكل الرابع عشر من السابعة نسبة د الي م كنسبة آ الي ح فد يعد آ بعدة ما يعد م ح بالشكل العشرين من السابعة وليكن ط ضلع د و ح ضلع آ و ه ضلع م وان عد مربع مربعاً ضلع العاد ضلع المعداد بالشكل الرابع عشر فط يعد ح و ل بعد آ ل بعدة ما يعد ط ح فنسبة آ الي ل كنسبة ط الي ح فنسبة آ الي ل مثناة كنسبة ط الي ح مثناة ونسبة المربع الي المربع كنسبة ضلع المربع المنسوب الي ضلع المربع المنسوب اليه مثناة بالشكل الحادي عشر فنسبة مربع آ الي مربع ل كنسبة مربع ط الي مربع ح ود مربع ط و أ مربع ح و م مربع آ وكانت نسبة د الي م كنسبة آ الي ح فبالابدال نسبة م الي ح كنسبة د الي آ بالشكل الثالث عشر من السابعة فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة م الي ح كنسبة م بعينه الي مربع ل فح مربع ل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نذكره

## ک

كل أربعة اعداد متوالية على نسبة واحدة اولها

مکعب فرابعها مکعب

ليكن  $AB$  حدة متوالية علي نسبة واحدة و  $A$  مكعب فاقول ان  $D$  مكعب  
برهانه نأخذ اربعة اعداد متوالية علي نسبة  $A$  الي  $B$  بالشكل الثالث  
الثلاثين وهي  $E$   $AC$   $D$  فباستبانة الشكل الثاني  $E$   $D$  مكعبان وهما متباينان

[illegible]

کل عددین علی نسبتہ مربعین واحدا مربع

فالاخر مرد

لَبُكْنَ دَ مَرَبَعِينَ وَنَسْبَةُ آ إِلَى بَ كَنَسْبَةِ حَ إِلَى دَ وَآ مَرَبَعٌ فَأَقُولُ إِنَّ بَ مَرَبَعٌ بِرَهَانِهِ فَلَانِ دَ مَرَبَعَانِ فَيَقَعُ بَيْنَهُمَا عَدَدٌ وَيَصِيرُ الثَّلَاثَةُ مُتَوَالِفَةً عَلَى نَسْبَةٍ وَاحِدَةٍ بِالشَّكْلِ الْحَادِي عَشَرَ وَآ بَ عَلَى نَسْبَةِ حَ دَفَقَعُ بَيْنَهُمَا

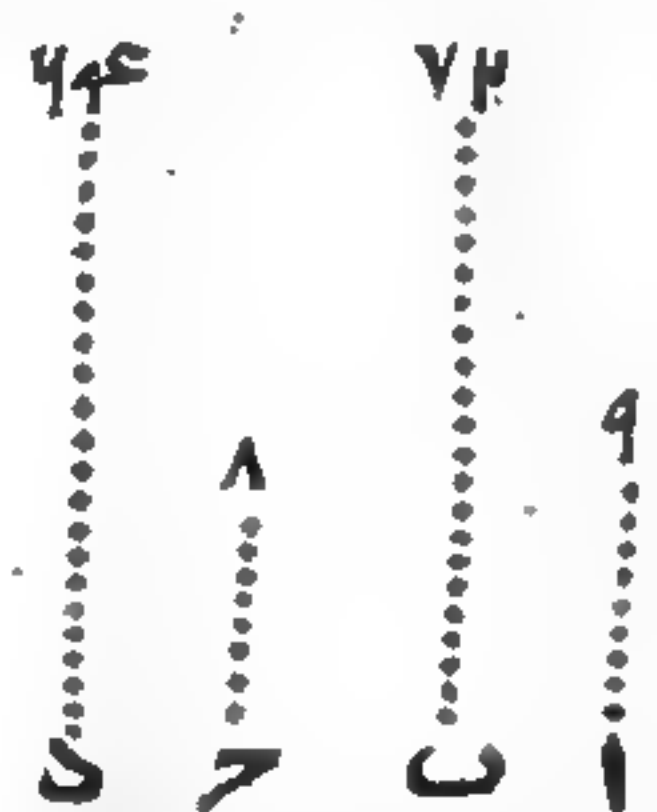


عدد ويصير الثلاثة متوالية علي نسبة واحدة  
بالشكل الثامن وكل ثلاثة اعداد متوالية علي نسبة  
واحدة وأولها مربع فثالثها مربع بالشكل  
العشرين فب مربع وذلك ما اردنا ان نبين  
واستبان منه ان كل عددين علي نسبة مربعين فهما  
مسطحان متشابهان  
لان تبين من هذا الشكل ان كل عددين علي نسبة  
مربعين وليسا احدهما مربعا فهما مستطغان متشابهان لانا بينا في برهانه  
ان كل عددين علي نسبة مربعين فانه يقع بينهما عدد ويصير الثلاثة  
متوالية علي نسبة وقد بين في الشكل الثامن عشر ان كل عددين يقع  
بينهما عدد ويصير الثلاثة متوالية علي نسبة فهما مستطغان متشابهان  
وكل مربعين فهما مستطغان متشابهان وكل عددين علي نسبة مربعين  
فهما مستطغان متشابهان



كل عددين علي نسبة مكعبين واحدهما

مكعب فالآخر مكعب  
ليكن  $\alpha$  د مكعبين ونسبة  $\alpha$  الي  $\beta$  كنسبة  $\gamma$  الي  $\delta$   
وامكعب فاقول ان  $\beta$  ايضا مكعب برهانه  
فلان  $\gamma$  د مكعبان فيقع بينهما عددان ويصير  
الاربعة متوالية علي نسبة بالشكل الثاني عشر  
فيقع بين  $\alpha$   $\beta$  عددان ويصير الاربعة متوالية  
علي نسبة بالشكل الثامن وكل عددين يقع بينهما عددان ويصير الاربعة  
متوالية علي نسبة واحدهما مكعب فالآخر مكعب بالشكل الواحد  
والعشرين فب مكعب وذلك ما اردنا ان نبين  
واستبان منه ان كل عددين علي نسبة مكعبين فهما مجسمان متشابهان  
وذلك لانا بينا في برهان هذا الشكل ان كل عددين علي نسبة مكعبين  
فانه يقع بينهما عددان ويصير الاربعة متوالية علي نسبة وقد بين في  
الشكل التاسع عشر ان كل عددين يقع بينهما عددان ويتوالي الاربعة  
علي نسبة فهما مجسمان متشابهان وكل مكعبين فهما مجسمان متشابهان  
فكل عددين علي نسبة مكعبين فهما مجسمان متشابهان  
اقول ان الشكلين اللذين ذكرناهما الاستبانة في هذا الشكل والشكل  
الذي قبله جعلهما ثابت بن قرة الشكل الرابع والعشرين والخامس  
والعشرين

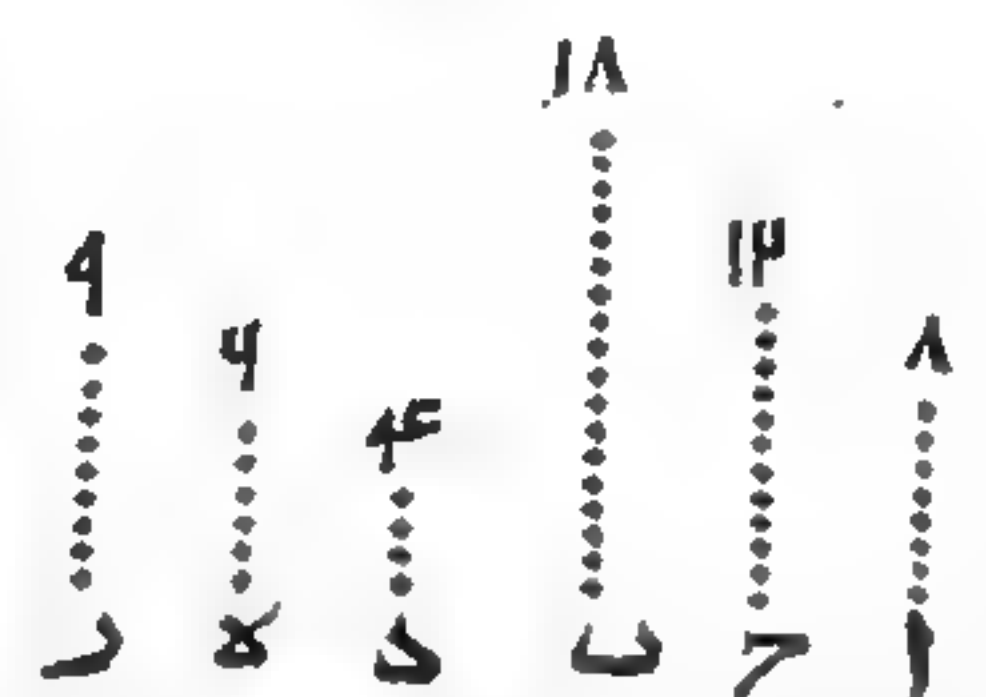


والعشرين من كتابه ولم يجعلهما الحجاج شكلا من كتابه ولا يقف بطريقه  
اقبلدس في كتابه هذا ان كل ما يعلم بطريق الاستبانة او من الاشكال  
المتقدمة لم يجعله شكلا من كتابه فلذلك لم يجعلهما من اصل الكتاب

لـ

كل مستطحين متشابهين فهما علي نسبة مربعين

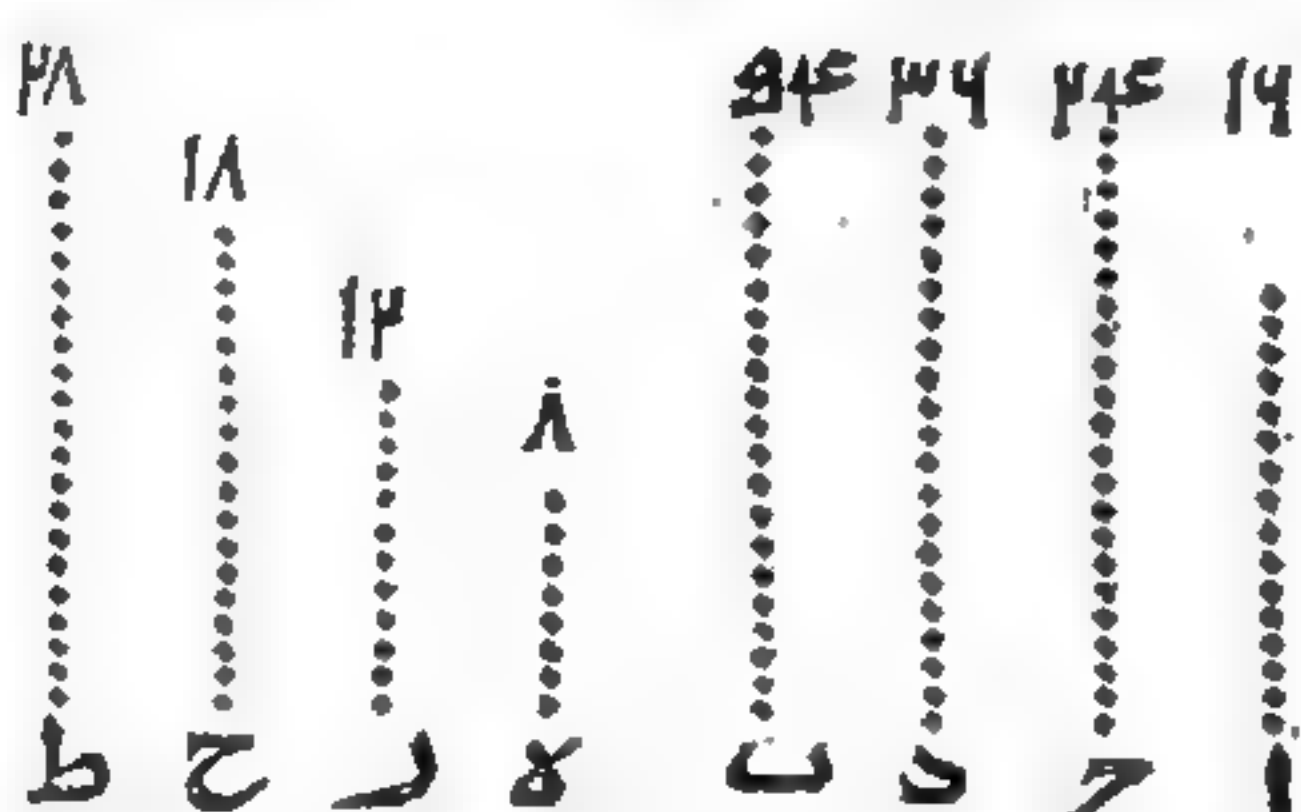
ليكن  $\alpha$   $\beta$  مستطحين متشابهين فاقول انهما علي نسبة مربعين برهانه  
فلان  $\alpha$   $\beta$  مستطغان متشابهان يقع بينهما عدد ويتوالي الثلاثة علي نسبة  
واحدة بالشكل السادس عشر وليكن  
ذلك العدد  $\gamma$  وناخذ اقل ثلاثة اعداد  
علي نسبة  $\alpha$   $\beta$  بالشكل الثالث  
والثلاثين من السابعة وهي  $\delta$   $\epsilon$   $\zeta$  فكل  
من  $\delta$   $\epsilon$   $\zeta$  مربع باستبانة الشكل الثاني  
ونسبة  $\alpha$  الي  $\gamma$  كنسبة  $\delta$  الي  $\epsilon$  ونسبة  $\beta$   
الي  $\gamma$  كنسبة  $\epsilon$  الي  $\zeta$  فبالمساواة نسبة  $\alpha$  الي  $\beta$  كنسبة  $\delta$  الي  $\zeta$  بالشكل  
الرابع عشر من السابعة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



لـ

كل مجسمين متشابهين فهما علي نسبة مكعبين

ليكن  $\alpha$   $\beta$  مجسمين متشابهين فاقول انهما علي نسبة مكعبين برهانه  
فلان  $\alpha$   $\beta$  مجسمان متشابهان  
يقع بينهما عددان ويصير  
الكل متوالية علي نسبة  
بالشكل السابع عشر  
وليكن هما  $\gamma$   $\delta$  وناخذ اقل  
اعداد علي نسبة  $\alpha$   $\beta$   
بالشكل الثالث والثلاثين  
من السابعة وهي  $\epsilon$   $\zeta$   $\eta$  فكل  
من  $\epsilon$   $\zeta$   $\eta$  مكعبان باستبانة الشكل الثاني فلان  
نسبة  $\alpha$  الي  $\gamma$  كنسبة  $\epsilon$  الي  $\zeta$  ونسبة  $\beta$  الي  $\gamma$  كنسبة  $\zeta$  الي  $\eta$  ونسبة  $\delta$  الي  $\epsilon$  كنسبة  $\delta$  الي  $\zeta$  ونسبة  $\beta$  الي  $\gamma$  كنسبة  $\delta$  الي  $\zeta$  فبالمساواة نسبة  $\alpha$  الي  $\beta$  كنسبة  $\epsilon$  الي  $\eta$  بالشكل الرابع عشر من السابعة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



تمت المقالة الثامنة والحمد لله علي التوفيق



# المقالة التاسعة وثلاثون

## الاشكال

آ

كل مسطحين متشابهين فان الحاصل من ضرب

احدهما في الآخر مربع

ليكن آ ب مسطحين متشابهين وضرب آ في ب  
حصل منه ح فاقول ان ح مربع برهانه نضرب  
آ في نفسه فيحصل منه د فلان آ ضرب في نفسه  
وفي ب حصل منه د فنسبة آ الي ب كنسبة  
د الي ح بالشكل الثامن عشر من السابعة وآ ب

مسطحان متشابهان فيقع بينهما عدد ويتوالي الثلاثة علي نسبة بالشكل  
السادس عشر من الثامنة فيقع بين د ح عدد ويصير معها متوالية علي  
نسبة بالشكل الثامن من الثامنة وكل ثلاثة اعداد يتوالية علي نسبة اولها  
مربع فالثالث مربع بالشكل العشرين من الثامنة ود مربع ح مربع  
وذلك ما اردنا ان نبين

كل عدد من مسطح احدهما في الآخر مربع فهما

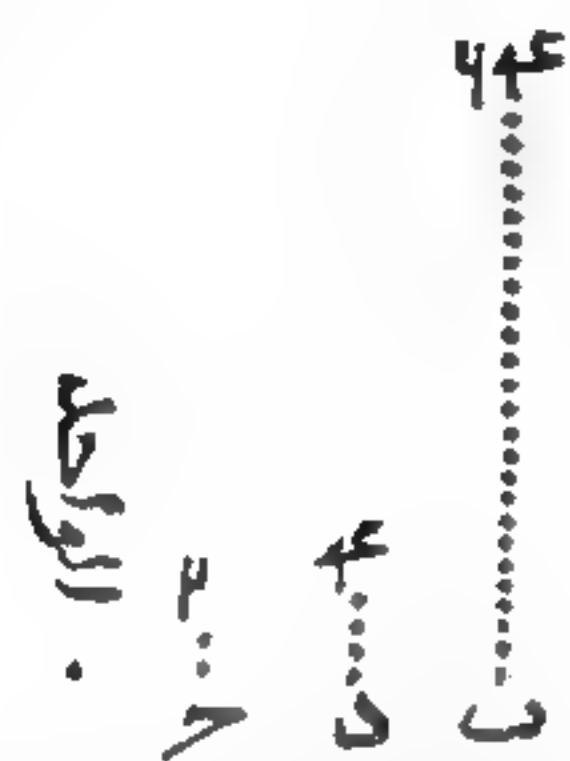
مسطحان متشابهان

ليكن مسطح آ في ب وهو مربع فاقول ان  
عدد ب آ ب مسطحان متشابهان برهانه نضرب  
آ في نفسه فيحصل منه د مربعاً فلان آ ضرب  
في نفسه وفي ب حصل منه د فنسبة آ الي ب  
كنسبة د الي ح بالشكل الثامن عشر من السابعة

ود ح عددان مربعان وكل عدد من علي نسبة مربعين فهما مسطحان  
متشابهان باستبانة الشكل الثاني والعشرين من الثامنة فآ ب عددان  
مسطحان متشابهان وذلك ما اردنا ان نبين  
واستبان منه ان الحاصل من ضرب المربع في المربع مربع وان الحاصل من  
ضرب

ضرب عدد في عدد اذا كان مربعاً فالضروب فيه مربع وان الحاصل من  
ضرب المربع في عدد اذا كان غير مربع فان المضروب فيه غير مربع وان  
الحاصل من ضرب مربع في غير مربع غير مربع

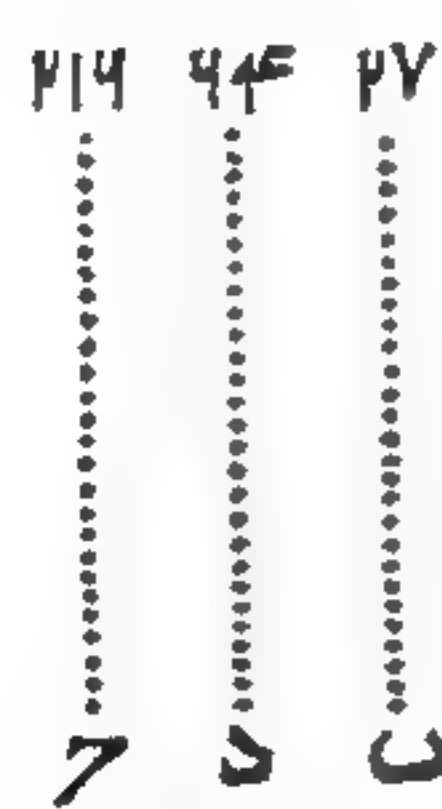
مربع كل مكعب مكعب



ليكن آ مكعباً وضرب في نفسه حصل منه  
ب فاقول ان ب مكعب برهانه ليكن ح  
ضلع آ ود مربع ح فنسبة الواحد الي ح  
كنسبة ح الي د وح ضرب في د حصل منه آ

فنسبة ح الي آ كنسبة الواحد الي د وبالأبدال بالشكل الثالث عشر من  
السابعة نسبة د الي آ كنسبة الواحد الي ح وكانت نسبة ح الي د كنسبة  
الواحد الي ح فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة ح الي د  
كنسبة د الي آ فقد وقع بين الواحد وأعدادان وتواليت الاربعة علي  
نسبة واحدة ولان آ ضرب في نفسه حصل منه ب فنسبة آ الي ب  
كنسبة الواحد الي آ فيقع بين آ وب أعدادان وتصبح الاربعة متوالية  
علي نسبة بالشكل الثامن من الثامنة وكل اربعة اعداد متوالية علي نسبة  
اولها مربع فالرابع مربع بالشكل الواحد والعشرين من الثامنة فب  
مربع وذلك ما اردنا ان نبين

الحاصل من ضرب المكعب في المكعب



ليكن آ المكعب ضرب في ب المكعب فحصل ح  
فاقول ان ح مكعب برهانه نضرب آ في نفسه  
فحصل منه د فد مكعب بالشكل المتقدم فآ  
ضرب في نفسه وفي ب حصل منه د فنسبة آ  
الي ب كنسبة د الي ح بالشكل الثامن عشر من  
السابعة فد ح علي نسبة مكعبين ود منهما  
مكعب فح مكعب بالشكل الثامن عشر من

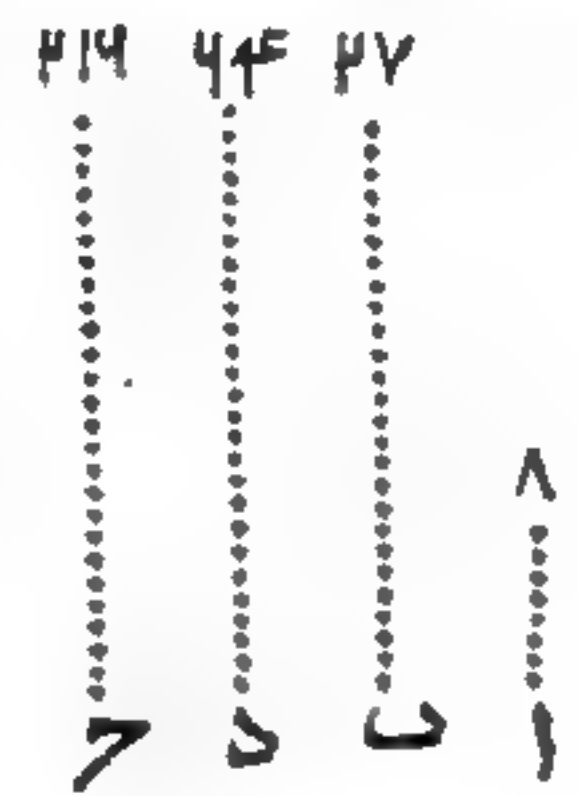
الثامنة وذلك ما اردنا ان نبين

كل عدد ضرب فيه مكعب فحصل منه

مكعب فالضروب فيه مكعب



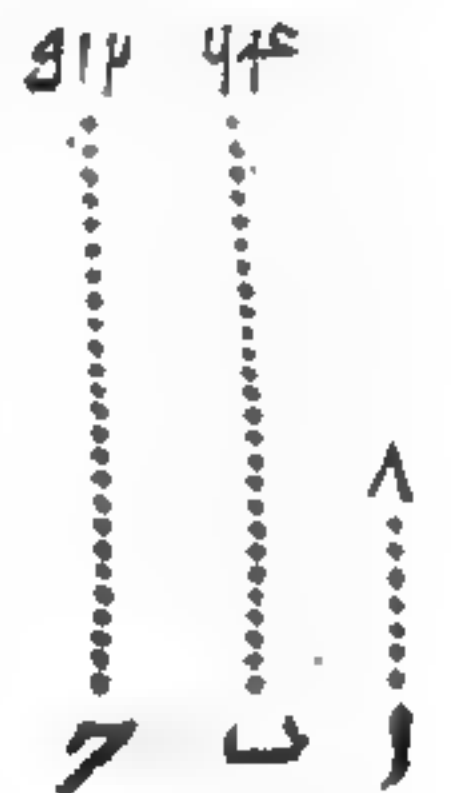
ليكن آ مكعبا وضرب في ب فحصل ح مكعبا فاقول ان ب مكعب برهانه  
نضرب آ في نفسه فيحصل منه د مكعبا بالشكل  
الثالث ونسبة آ الي ب كنسبة د الي ح بالشكل  
الثامن عشر من السابعة فآ ب علي نسبة المكعبين  
وآ مكعب فب مكعب بالشكل الثالث  
والعشرين من الثامنة وذلك ما اردنا ان نبين  
واستبان منه ان مسطح المكعب في غير المكعب  
غير مكعب وان كل عدد ضرب فيه مكعب  
وحصل غير المكعب فالمضروب فيه غير مكعب



كل عدد ضرب في نفسه فحصل منه مكعب

فهو مكعب

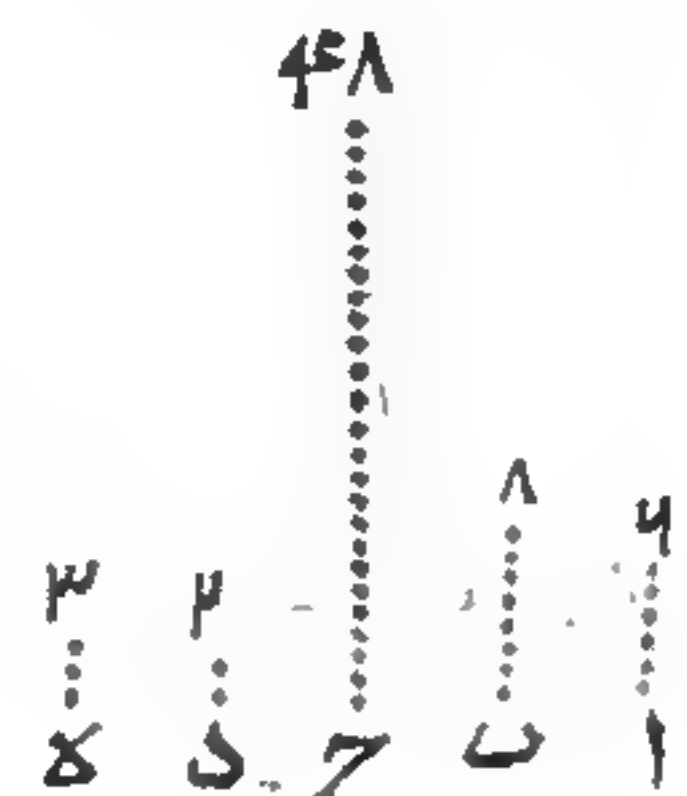
ليكن آ ضرب في نفسه فحصل منه ب مكعب فاقول  
ان آ مكعب برهانه نضرب آ في ب فيحصل ح  
مكعب فلان آ ضرب في نفسه حصل ب وآ ضرب  
في ب حصل ح فنسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح بالشكل  
الثامن عشر من السابعة فآ ب علي نسبة مكعبين وب  
مكعب فآ مكعب بالشكل الثالث والعشرين من الثامنة وذلك ما اردنا  
ان نبين



كل عدد مركب ضرب في عدد آخر فالحاصل

منه عدد مجسم

ليكن آ عددا مركبا وضرب في ب فحصل ح  
فاقول ان ح عدد مجسم برهانه فلان آ  
مركب فليعدده عدد فليعدده د باحاد د فآ  
حاصل من ضرب د في ب وضرب آ في ب  
وحصل ح فح مجسم وذلك ما اردنا ان نبين

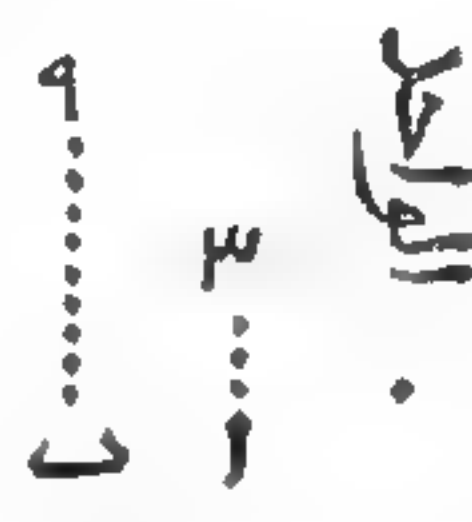
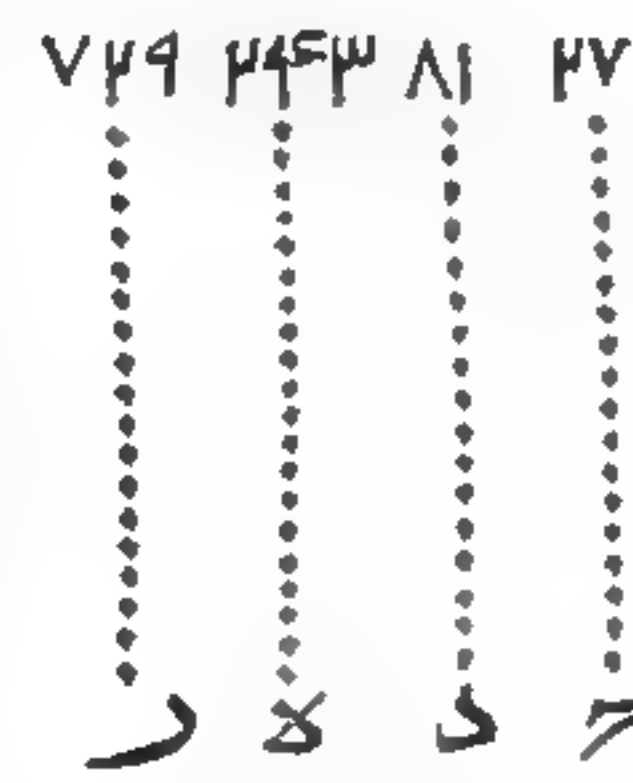


كل اعداد مبتدئية من الواحد متوالية علي نسبة

واحدة

واحدة كم كانت فان ثالث الواحد منها مربع ثم ثالث  
الثالث مربع علي الاول بالغ ما بلغ و رابع الواحد  
مكعب ثم رابع الرابع مكعب علي الاول بالغ ما  
بلي وسابع الواحد مربع مكعب ثم سابع السابع  
علي الاول بالغ ما بلغ مربع مكعب

ليكن آ ب ح د ه اعداد متوالية علي نسبة من الواحد فاقول ان ب  
مربع وثالث وثالث ثالثة بالغ ما بلغ مربع ود مكعب ورابعة ورابع  
رابعة بالغ ما بلغ مكعب ور

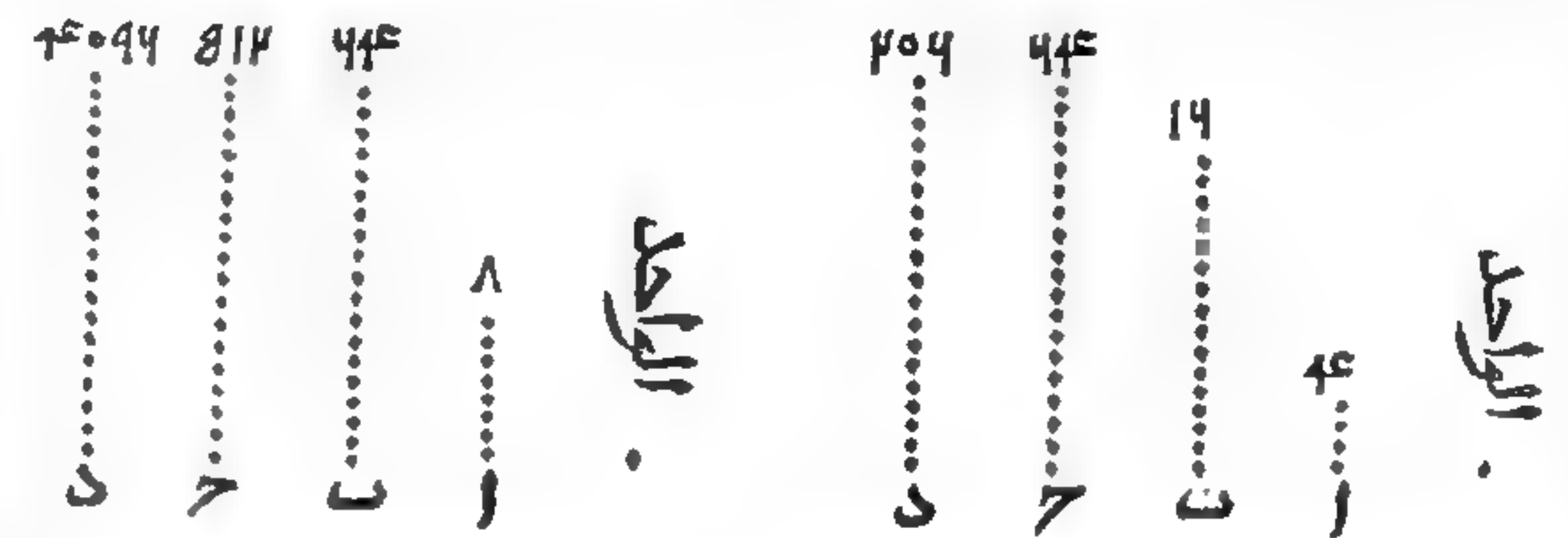


نفسه يكون بالمصادرة ولان نسبة الواحد الي ب كنسبة ب الي د وكنسبة  
د الي ه بالشكل الرابع عشر من السابعة فكل واحد من د و ه مربع  
بالشكل العشرين من الثامنة ولوبناء بالمصادرة لجاز وكان احسن ولان  
نسبة الواحد الي آ كنسبة ب الي ح فالحاصل من ضرب آ في ب ح فح  
مكعب ونسبة الواحد الي ح كنسبة د الي ر بالشكل الرابع عشر من  
السابعة و ه مكعب فح مكعب بالشكل العشرين من الثامنة فح مربع  
مكعب معا ومثله نبين ان سابع ح مربع معا وهكذا تبين فيهما بعد  
من المراتب وذلك ما اردنا ان نبين

كل اعداد متوالية من الواحد علي نسبة واحدة  
كم كانت الاعداد فان كان الذي يلي الواحد مربعا  
فالكل مربع وان كان مكعبا فالكل مكعب



ليكن الاعداد المتوالية من الواحد على نسبة آ ب ح د فاقول ان كان آ مربعاً فكل واحد من ب ح د مربع وان كان مكعباً فكل واحد من ب ح د مكعب برهانه فان كان آ مربعاً وب ثالث الواحد فهو مربع بالشكل



المتقدم ونسبة آ الى ب كنسبة ب الى ح وب ح على نسبة مربعين وب مربع ح مربع بالشكل الثاني والعشرين من الثامنة وبمثله تبين ما بعده وان كان آ مكعباً فب مكعب لان نسبة الواحد الى آ كنسبة آ الى ب فب مربع آ باستبانة الشكل التاسع عشر من السابعة وآ مكعب فب مكعب بالشكل الثالث ولان نسبة آ الى ب كنسبة ب الى ح فب ح على نسبة مكعبين وب مكعب ح مكعب بالشكل الثالث والعشرين من الثامنة وهذا تبين فيما بعد فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل اعداد متوالية من الواحد على نسبة كم كانت الاعداد وكان الذي يلي الواحد غير مربع فليس منها عدد مربع الا ثالث من الواحد وثالث الثالث على الولا على هذا النسق بالغ ما بلغت وان كان الذي يلي الواحد غير مكعب فليس منها عدد مكعب الا رابع الواحد ورابع الرابع على الولا على هذا النسق بالغ ما بلغت

ليكن آ ب ح د ه المتوالية من الواحد على نسبة واحدة وآ غير مربع فليس منها غير ب د ه وان كان آ غير مكعب فليس منها غير ح د ه على هذا النسق لو كانت الاعداد المتوالية المبتدئية من الواحد

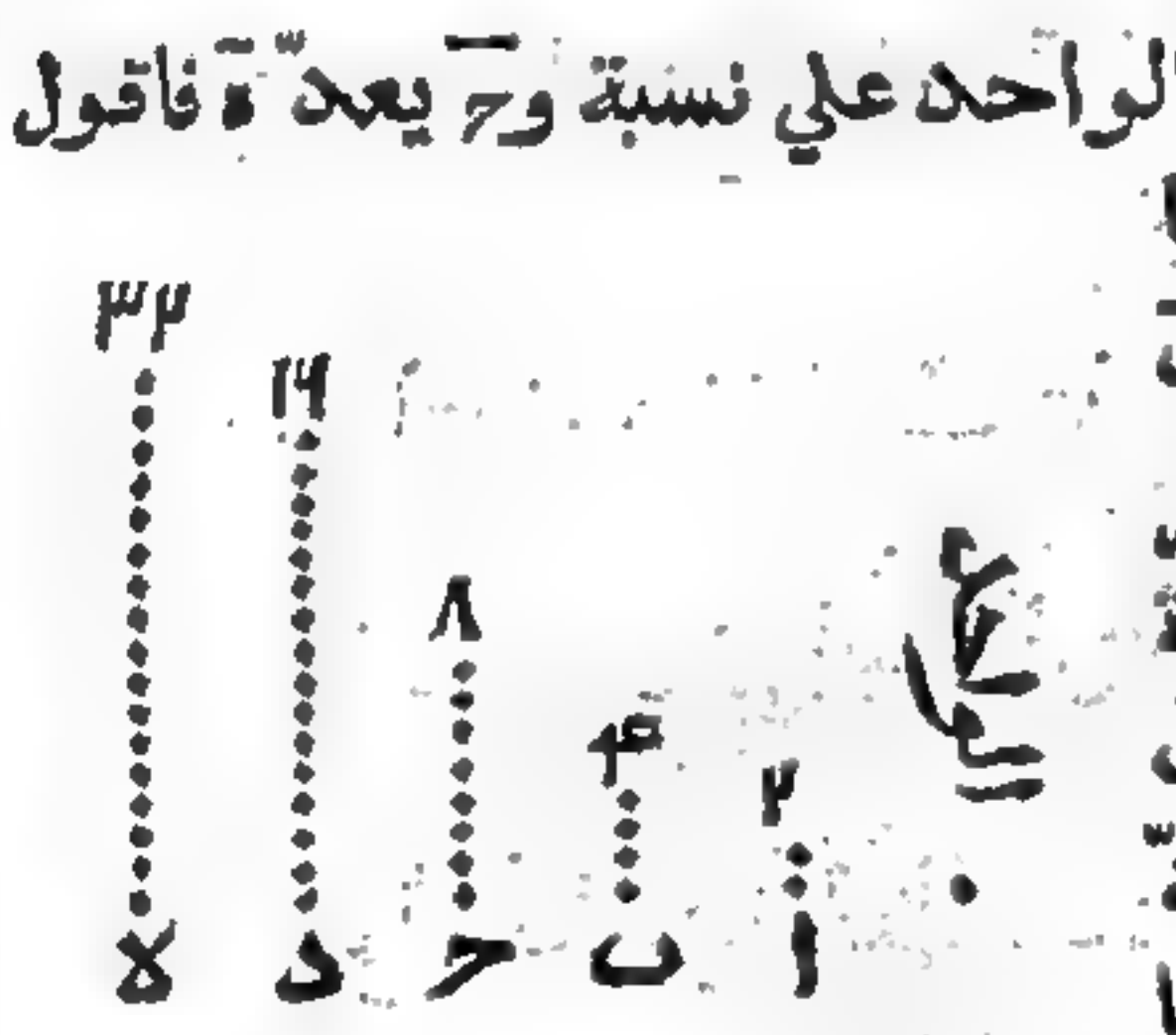
الواحد اكثر من هذه برهانه اما ان كل واحد من ب د ه مربع وكل واحد من ح د ه مكعب فبالشكل الثامن لذلك ما يتلوها من المراتب على هذا النسق واما ان غير ب د ه لا يجوز ان يكون مربعاً فلانه لو جاز



ليكن ح مربعاً فلان نسبة آ الى ب كنسبة ب الى ح وب ح مربعان فأ مربع بالشكل الثاني والعشرين من الثامنة هذا خلف وبمثله تبين في الكل واما ان غير ح د ه لا يجوز ان يكون مكعباً فلانه

لو جاز لكان ه مكعباً ونسبة آ الى ح كنسبة ح الى ه بالشكل الرابع عشر من السابعة وح ه مكعبان فنسبة آ الى ح كنسبة مكعبين وح مكعب فأ مكعب بالشكل الثالث والعشرين من الثامنة هذا خلف وبمثله تبين في الكل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل اعداد متوالية من الواحد على نسبة فان عدد الاقل منها يعد الاكثر منها بعدة احاد عدد منها

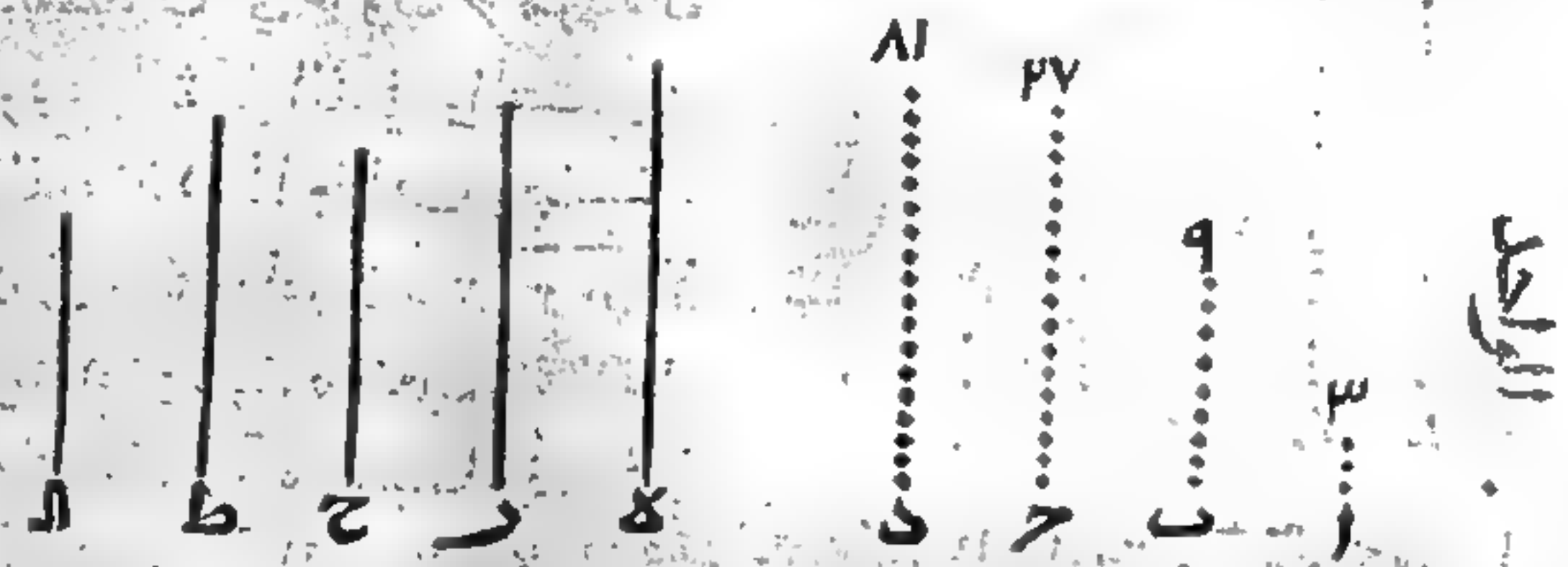


ليكن اعداد آ ب ح د ه متوالية من الواحد على نسبة وح ه بعدة فاقول انه بعدة بعدة احاد عدد منها برهانه فلان نسبة الواحد الى ب كنسبة ح الى ه بالشكل الرابع عشر من السابعة والواحد يعد ب بعدة احاد ب ح يعد ه بعدة احاد ب وبمثله تبين في كل اقل عدد يعد الاكثر منها فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل اعداد تواليت من الواحد على نسبة كم كانت الاعداد وكل عدد اول يعد الاخير منها فانه يعد العدد الذي يلي الواحد



ليكن  $\bar{A} \bar{B} \bar{C}$  متوالية من الواحد على نسبة  $\bar{D}$  عدد أول يعد  $\bar{D}$  فاقول  
انه يعد  $\bar{A}$  برهانه لانه لو لم يعد  $\bar{A}$  فيكونان متباينين بالشكل الواحد  
والثلاثين من السابعة فهما اقل عددين على نسبتهم بالشكل الثاني  
والعشرين من السابعة فبعد ان كل عددين على نسبتهم عددا واحدا



بالشكل العشرين من السابعة وليكن  $\bar{D}$  يعد  $\bar{B}$  فنسبة الواحد الى  $\bar{C}$   
كنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{D}$  قد هو الحاصل من ضرب  $\bar{C}$  في  $\bar{D}$  بالشكل التاسع عشر  
من السابعة ولان الواحد يعد  $\bar{A}$  بعدة ما يعد  $\bar{D}$  فنسبة الواحد الى  $\bar{A}$   
كنسبة  $\bar{C}$  الى  $\bar{D}$  الحاصل من ضرب  $\bar{A}$  في  $\bar{D}$  بالشكل التاسع عشر من  
السابعة فنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{A}$  كنسبة  $\bar{C}$  الى  $\bar{D}$  بالشكل التاسع عشر من السابعة  
فهو يعد  $\bar{C}$  بالشكل العشرين من السابعة ولبعد  $\bar{D}$  في  $\bar{C}$  في  $\bar{D}$  بمثل ما  
بنينا تدبر ان  $\bar{A}$  في  $\bar{B}$  ونسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{A}$  كنسبة  $\bar{B}$  الى  $\bar{C}$  فهو يعد  $\bar{B}$  ولبعد  
بط  $\bar{A}$  في  $\bar{B}$  في  $\bar{A}$  كنسبة  $\bar{B}$  الى  $\bar{A}$  كنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{B}$  فهو يعد  $\bar{A}$   
وكان لا يعد هذا خلف الحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل اعداد توالى على نسبة مبتدأة من الواحد  
كم كانت و كان العدد الذي يلي الواحد منها  
عداد أول فلا يعد العدد الاكثر منها عدد غير  
تلك الاعداد

ليكن الاعداد المتوالية من الواحد على نسبة اعداد  $\bar{A} \bar{B} \bar{C} \bar{D}$  والى الذي  
يلي الواحد أول فاقول لا يعد  $\bar{D}$  غير اعداد  $\bar{A} \bar{B} \bar{C}$  برهانه والا فلبعد  
 $\bar{D}$  عدد وهو غير  $\bar{A} \bar{B} \bar{C}$  في لا يجوز ان يكون عددا أول والا فلبعد  $\bar{A}$   
بالشكل المتقدم واعداد أول هذا خلف فهو عدد مركب وكل عدد  
مركب يعد عددا أول بالشكل التاسع والعشرين من السابعة وذلك الأول  
لا يمكن ان يكون غير عدد  $\bar{A}$  والا فلبعد  $\bar{C}$  عددا ولا يعد  $\bar{D}$  فبعد  $\bar{A}$   
بالشكل

بالشكل المتقدم هذا خلف فالعدد الأول الذي يعد عدده  $\bar{D}$  هو  $\bar{A}$   
غير ولبعد  $\bar{D}$  بعدة احاد  $\bar{C}$  فنسبة الواحد الى  $\bar{C}$  كنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{D}$  قد  
مسطح  $\bar{C}$  في  $\bar{D}$  بالشكل التاسع عشر من السابعة فنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{C}$  كنسبة  $\bar{D}$   
الى  $\bar{D}$  بالشكل التاسع عشر من السابعة واعد  $\bar{D}$  في  $\bar{D}$  ولان  $\bar{D}$  يعد  $\bar{D}$

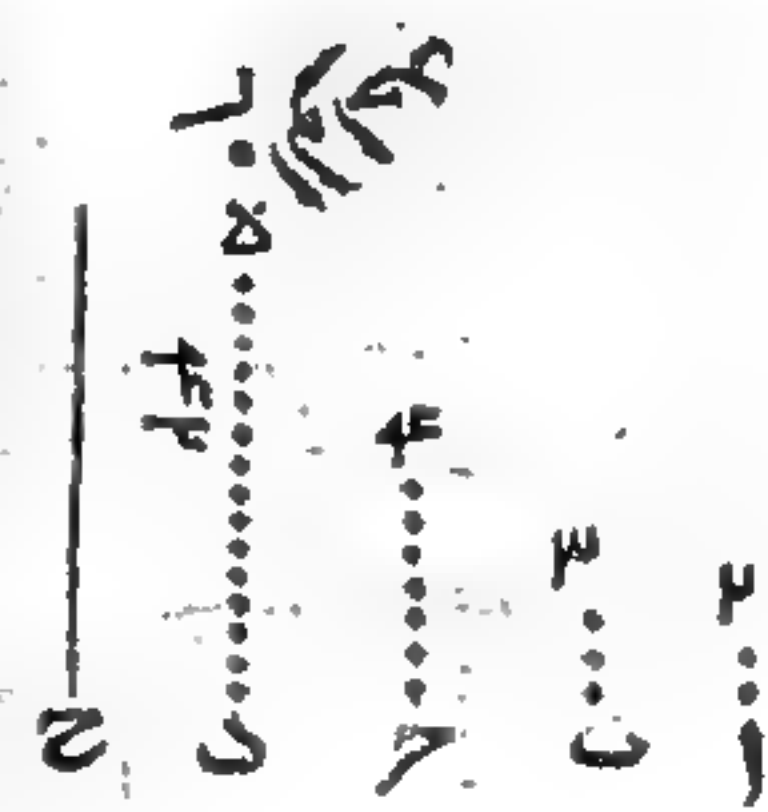


بعدد ليس هو  $\bar{A} \bar{B} \bar{C}$  فليس هو  $\bar{A}$  ولا  $\bar{B}$  فهو غيرهما وليس  $\bar{C}$  أول والا  
لعد  $\bar{A}$  الأول بالشكل المتقدم هذا خلف فهو مركب وكل مركب يعد  
عددا أول بالشكل التاسع والعشرين من السابعة وذلك الأول لا يمكن ان  
يكون غير  $\bar{A}$  والا لكان  $\bar{A}$  فك يعد  $\bar{C}$  فبعد  $\bar{A}$  بالشكل المتقدم هذا  
خلف فذلك الأول هو  $\bar{A}$  لا غير فاعد  $\bar{D}$  ولبعد  $\bar{C}$  في  $\bar{D}$  في  $\bar{C}$  في  $\bar{D}$   
بالشكل التاسع عشر من السابعة لان نسبة الواحد الى  $\bar{C}$  كنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{D}$   
ولان نسبة الواحد الى  $\bar{A}$  كنسبة  $\bar{B}$  الى  $\bar{C}$  في  $\bar{D}$  مسطح  $\bar{A}$  في  $\bar{B}$  بالشكل التاسع  
عشر من السابعة فنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{C}$  كنسبة  $\bar{B}$  الى  $\bar{D}$  بالشكل التاسع عشر من  
السابعة واعد  $\bar{D}$  في  $\bar{D}$  ولبعد  $\bar{C}$  في  $\bar{D}$  لان  $\bar{D}$  يعد  $\bar{D}$  ليس هو  $\bar{A}$   
ولا  $\bar{B}$  ولبعد  $\bar{C}$  عددا أول والا لعد  $\bar{A}$  بالشكل المتقدم فهو مركب ولا  
يعد  $\bar{C}$  غير  $\bar{A}$  كما بنينا فلبعد  $\bar{C}$  في  $\bar{D}$  بط فنسبة الواحد الى  $\bar{D}$  كنسبة  $\bar{C}$  الى  
 $\bar{B}$  في  $\bar{D}$  مسطح  $\bar{C}$  في  $\bar{D}$  بالشكل التاسع عشر من السابعة ولان نسبة  
الواحد الى  $\bar{A}$  كنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{B}$  في  $\bar{C}$  في نفسه هو  $\bar{B}$  باستبانة الشكل التاسع  
عشر من السابعة فنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{C}$  كنسبة  $\bar{D}$  الى  $\bar{A}$  واعد  $\bar{C}$  في  $\bar{D}$  وهو  
عدد أول هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل اعداد أو ايل تفرض معلومة العدة فلا بد  
ان يوجد عدد أول لا يكون واحدا منها  
ليكن الاعداد الأو ايل المفروضة  $\bar{A} \bar{B} \bar{C}$  فاقول لنا ان نجد عددا أول غير  
هذه الثلاثة برهانه فلنجد أول عدد يعد  $\bar{A} \bar{B} \bar{C}$  بالشكل  
السادس والثلاثين من السابعة وليكن  $\bar{D}$  ونريد عليه واحدا وهو  $\bar{D}$   
فدرا ان كان أول فقد وجدنا عددا أول غير  $\bar{A} \bar{B} \bar{C}$  وان لم يكن  $\bar{D}$  عددا



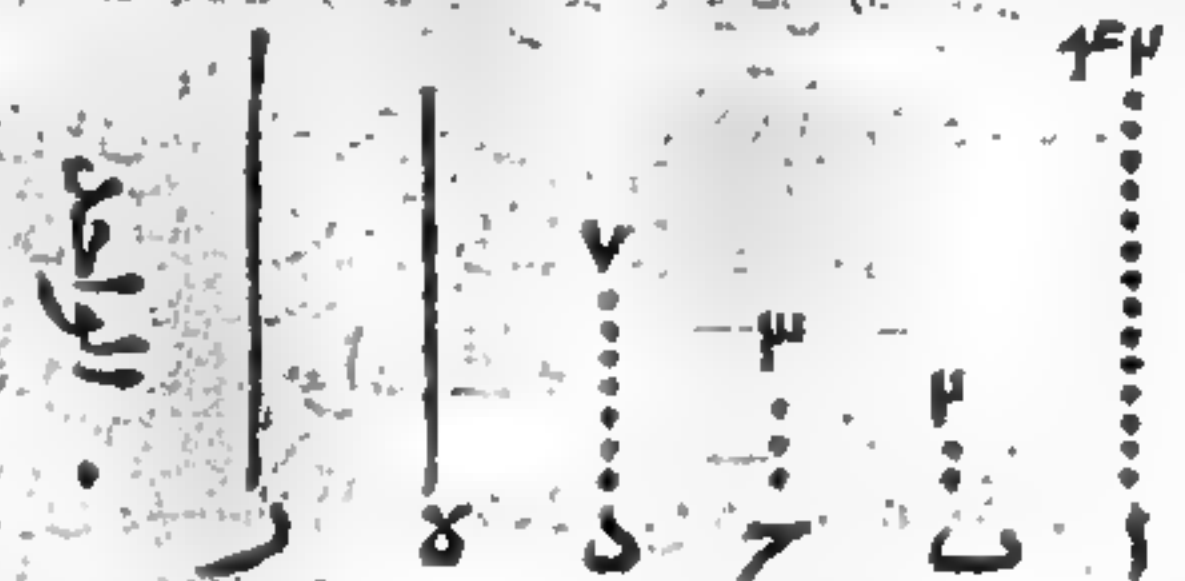
اول فبعد عدد اول بالشكل الثلاثين من  
السابعة وليكن الاول الذي يعد درهوج  
وهو ليس واحدا من ا ب لان كل واحد  
منها يعد دة فلو كان ج واحدا من ا ب ج  
لكان يعد دة وكان يعد دة فعدد ج يعد  
د هـ هذا خلف فعدد اول غير ا ب ج  
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل اقل عدد يعد اعداد او ايل مفروضة فلا  
يمكن ان يعد ذلك العدد المعداد عدد اول غير

المفروضة

ليكن اقل عدد يعد اعداد  
ب ج د الا و ايل فاقول لا يمكن  
ان يعد اعداد اول غير ب ج د  
برهانه فان امكن فليعد

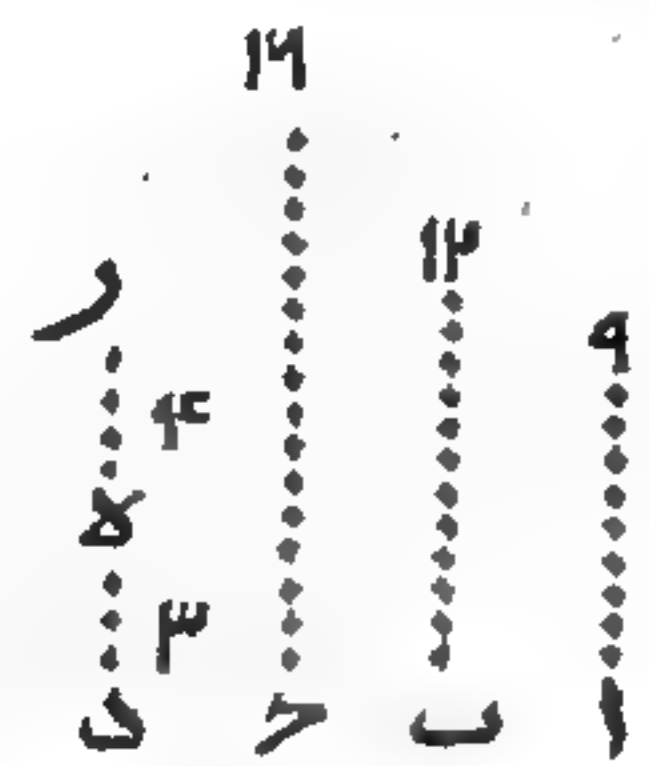


اعداد اول غير ب ج د وليكن هو عدد د وليعد ب فتنسبة الواحد الى  
د كنسبة د الى ا فامسح ب في الشكل التاسع عشر من السابعة واذا  
عد الاول مسطحا اعداد اضلاعه بالشكل الثاني والثلاثين من السابعة وكل  
واحد من ب ج د عد ا فبعد احد اضلاعه ولا يمكن ان يعد د لانه اول  
فكل منها يعد ب ج د اقل من ا فاقول عدد يعد ب ج د هو اقل من  
ا وكان هو هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

مجموع اي عددين من كل اقل ثلثة اعداد توات  
علي نسبة واحدة يباين الثالث منها

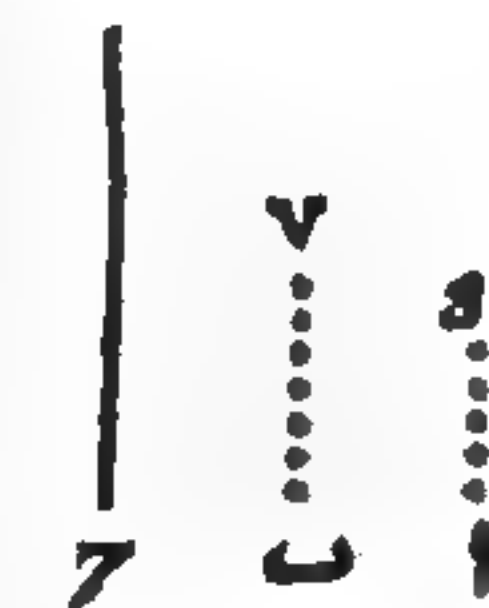
ليكن ا ب ج اقل ثلثة اعداد توات علي نسبتها فاقول ان مجموع ا ب ج  
يباين ج و مجموع ب ج يباين ا و مجموع ا ج يباين ب برهانه نجد اقل  
عددين علي نسبة ا ب ج بالشكل الثالث والثلاثين من السابعة وهما د هـ  
فهما متباينان بالشكل الواحد والعشرين من السابعة ونجد اقل  
ثلثة اعداد علي نسبة د هـ بالشكل الثاني من الثامنة فيكون طرفاها  
متباينين ويكون اقل عدد علي نسبة ا ب ج باستبانة الشكل الرابع عشر  
من

من السابعة فتكون ا ب ج بعينها فامربع د هـ مربع د هـ وب مسطح  
د هـ في د هـ فلان د هـ يباين د هـ فكل منهما يباين  
د هـ بالشكل الثامن والعشرين من السابعة  
ولان ضرب د هـ في د هـ هو تضعيف د هـ باحاد د هـ  
واحاد د هـ في احاد د هـ فاضرب د هـ في د هـ هو  
تضعيف د هـ باحاد د هـ وهو مربع د هـ اعني ا ب ج  
تضعيف د هـ باحاد د هـ هو مسطح د هـ في د هـ  
اعني ب ج فالحاصل من ضرب د هـ في د هـ هو مجموع  
ا ب ج فهو مباين ل د هـ بالشكل الرابع والعشرين من السابعة فمجموع ا ب ج  
يباين ج بالشكل الخامس والعشرين من السابعة لان مربع المباين  
وبمثله تبين ان الحاصل من ضرب د هـ في د هـ يساوي مجموع ا ب ج وهو يباين  
ا ولان د هـ متباينان ف د هـ يباين كل واحد منهما فباين مسطح ا ح د هـ  
في الاخر اعني د هـ يباين ب بالشكل الرابع والعشرين من السابعة  
فربع د هـ يباين ب بالشكل الخامس والعشرين من السابعة ومربع د هـ  
هو تضعيف د هـ باحاد د هـ اعني ا ح د هـ وتضعيف د هـ باحاد د هـ  
يساوي مربع د هـ ومسطح د هـ في د هـ وتضعيف د هـ باحاد د هـ يساوي  
مربع د هـ ومسطح د هـ في د هـ فربع د هـ يساوي مجموع مربعي د هـ اعني  
مجموع ا ج وضعف مسطح د هـ في د هـ اعني ضعف ب وكان مربع د هـ يباين  
ب ف ا ج مع ضعف ب يباين ب فبالشكل الثامن والعشرين ا ج مع ب  
يباين ب فبهذا الشكل بعينه ا ج معا يباين ب فالحكم ثابت وذلك ما  
ادرا ان نبين



كل عددين متباينين فلا ثالث لهما في النسبة

ليكن ا ب ج اقل ثلثة اعداد توات علي نسبتها فاقول ان مجموع ا ب ج  
يباين ج و مجموع ب ج يباين ا و مجموع ا ج يباين ب برهانه نجد اقل  
عددين علي نسبة ا ب ج بالشكل الثالث والثلاثين من السابعة وهما د هـ  
فهما متباينان بالشكل الواحد والعشرين من السابعة ونجد اقل  
ثلثة اعداد علي نسبة د هـ بالشكل الثاني من الثامنة فيكون طرفاها  
متباينين ويكون اقل عدد علي نسبة ا ب ج باستبانة الشكل الرابع عشر  
من



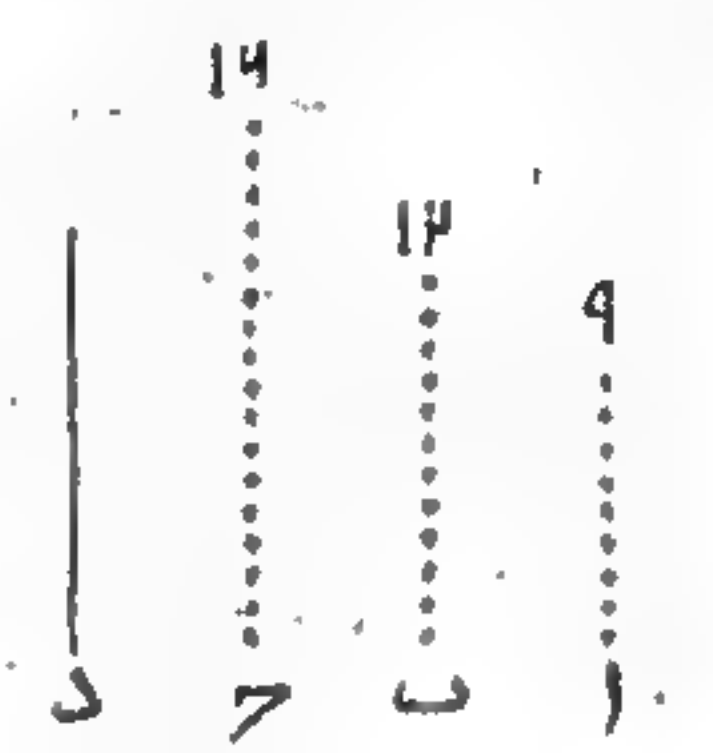
واستبان منه انا اذا اطلقنا اسم العدد علي الواحد فان كل عددين  
احدهما واحد فان لهما ثالثا في النسبة

ج



كل اعداد متوالية علي نسبة كم كانت وثباين طرفاها فنسبة الاول الي الثاني لا يمكن ان تكون كنسبة الاخر منها الي عدد اخر غير ها

ليكن آ ب ح متوالية علي نسبة وآ يباين ح فلا يمكن ان تكون نسبة آ الي ب كنسبة ح الي عدد آخر برهانه فان امكن فلتكن نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فبالمساواة نسبة آ الي ح كنسبة ب الي د بالشكل الرابع عشر من السابعة وآ ح اقل عددين علي نسبتهم بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فبعد ان كل عددين علي نسبتهم بالشكل العشرين منهما فآ بعد ب ونسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح فب بعد ح وهو بعد نفسه فآ ح متشاركان وكانا متباينين هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين واستبان منه انا اذا اطلقنا اسم العدد علي الواحد ما كان اعداد متوالية علي نسبة كم كانت وكان احد طرفيها واحدا فان نسبة الاول منها الي الثاني كنسبة الاخر منها الي عدد اخر



كل عددين مفروضين لنا ان نعلم انه هل يمكن ان يكون لهما ثالث في النسبة اولا يمكن

فليكن آ ب عددين مفروضين فان كانا متباينين فلا ثالث لهما في النسبة بالشكل السابع عشر وان لم يكونا متباينين فانا نضرب احدهما في نسبة وليكن ب ومربعه ح فاقول ان آ ان عد ح فيمكن ان يكون

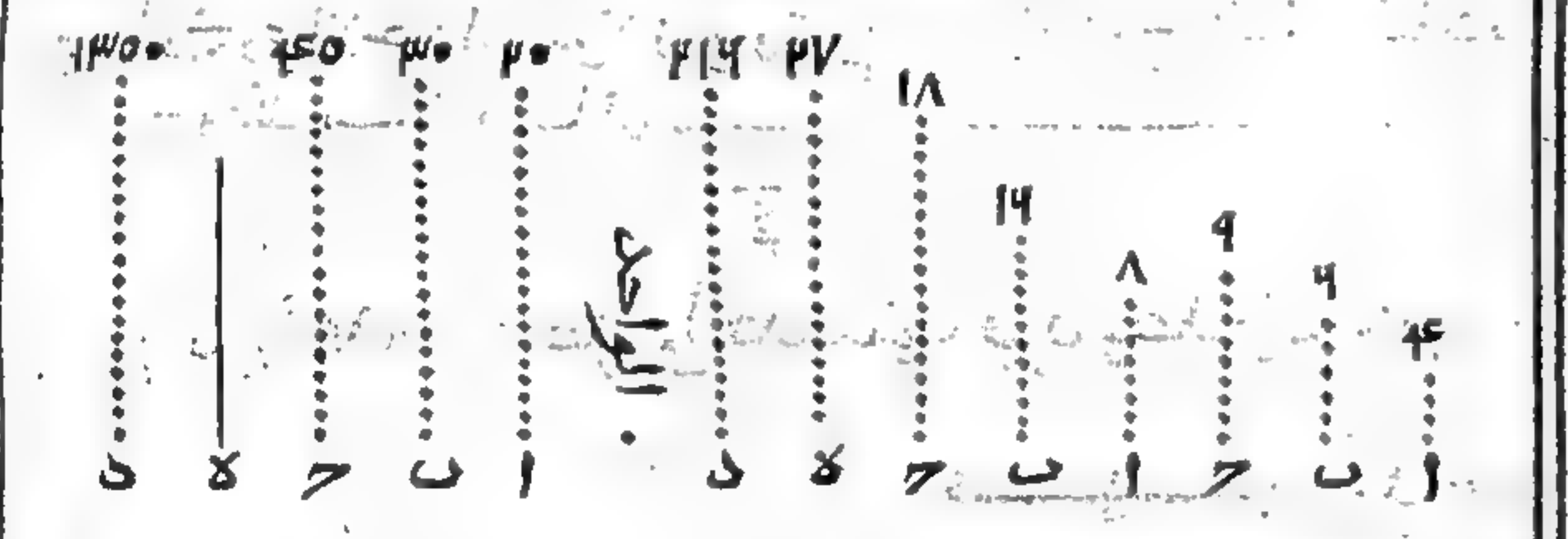


لعددي آ ب ثالث في النسبة والا فلا برهانه فان عد ح فليعد ب د فنسبة

فنسبة الواحد الي د كنسبة آ الي ح فهو مسطح د في آ وهو مربع ب فنسبة آ الي ب كنسبة ب الي د باستبان الشكل التاسع عشر من السابعة وان لم يعد آ ح فلا ثالث لآ ب في النسبة والا فليكن د ثالثها فالحاصل من ضرب آ في د الذي هو مربع باستبان الشكل التاسع عشر من السابعة فنسبة الواحد الي د كنسبة آ الي ح والواحد يعد د فآ يعد ح وكان لا يعد هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين واستبان منه انا اذا اطلقنا اسم العدد علي الواحد فكل عددين احدهما واحد فان لهما ثالث في النسبة بالضرورة لان العدد الذي هو غير الواحد منهما يعد عددا ما باحد نفسه فتكون نسبة الواحد اليه كنسبة العدد العاد الي العدد المع

كل ثلثة اعداد مفروضة متوالية علي نسبة لنا ان نعلم انه هل يمكن ان يكون لهما رابع في النسبة اولا

ليكن آ ب ح ثلثة اعداد متوالية علي نسبة فان كان آ يباين ح فلا يمكن ان يوجد لها رابع في النسبة بالشكل الثامن عشر وان لم يكونا متباينين فيمكن فنضرب ب في ح فيحصل د فان عد آ د فليعد به فنسبة الواحد الي د كنسبة آ الي ح فالحاصل من ضرب آ في آ هو د بالشكل التاسع



عشر من السابعة فنسبة آ الي ب كنسبة ح الي د بالشكل التاسع عشر من السابعة وان لم يعد آ د فلا رابع لاعداد آ ب ح في النسبة والا فليكن ح رابعا لها في النسبة فنسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فسطح آ في د كسطح ب في ح بالشكل التاسع عشر من السابعة فد مسطح آ في د فنسبة الواحد الي د كنسبة آ الي د فآ يعد د وكان لا يعد هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



واستبان منه انا اذا اطلقنا اسم العدد على الواحد فكل ثلاثة اعداد  
احد طرفيها واحد فان لها رابع في النسبة بالضرورة لان الواحد يعد  
الثاني كما يعد الثالث عددا ما فتكون نسبة الاول الى الثاني كنسبة  
الثالث الى الرابع

ا

مجموع كل اعداد كل واحد منها زوج فهو زوج

ليكن كل واحد من اعداد ا ب  
١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٦ ١٧ ١٨ ١٩ ٢٠  
ب زوج زوجا فاقول ان زوج  
برهانه فلان لكل واحد من  
ا ب زوج نصف ا ب مجموع ا ب زوج  
ب زوج فاقول ان زوج وذلك ما اردنا ان نبين

ب

مجموع كل اعداد عدتها زوج وكل واحد منها فرد هو

عدد زوج  
١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٦ ١٧ ١٨ ١٩ ٢٠

ليكن ا ب زوج زوج  
كل واحد منها فرد وعدتها زوج فاقول ان زوج  
واحد من اعداد ا ب زوج زوج وكل فرد زوج  
ولو فصل من كل واحد من هذه الافراد واحد صار كل واحد منها  
زوجا ومجموع الاحاد المفصلة زوج ومجموع الزوجات زوج بالشكل المتقدم  
فاه زوج وذلك ما اردنا ان نبين

ج

مجموع كل اعداد كل واحد منها فرد وعدتها فرد

فهو فرد  
١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٦ ١٧ ١٨ ١٩ ٢٠

ليكن كل واحد من ا ب زوج  
زوجا فاقول ان زوج لان مجموع افراد عدتها زوج فهو زوج بالشكل  
المتقدم وانا نقص من زوج واحد بقي زوج وهو زوج  
بالشكل الواحد والعشرين فاه زوج وذلك ما اردنا ان نبين

د

كل

كل عدد زوج فصل منه عدد زوج فالباقي زوج

ليكن ا ب عددا زوجا وفصل  
زوج من ا ب وهو عدد زوج  
فاقول ان زوج وذلك ما اردنا ان نبين

فلانا اذا نقصنا نصف عدد زوج الزوج من نصف ا ب بقي زوج  
نصف فهو عدد زوج وذلك ما اردنا ان نبين

هـ

كل عدد زوج فصل منه عدد فرد فالباقي

عدد فرد  
١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٦ ١٧ ١٨ ١٩ ٢٠

ليكن ا ب عددا زوجا وفصل  
منه زوج فاقول ان زوج فرد برهانه فلان زوج  
واحد وهو زوج يبيد زوجا فاقول ان زوج بالشكل المتقدم فاذا  
نقصنا زوج الواحد من زوج يبيد زوجا فاقول ان زوج وذلك ما اردنا ان نبين

و

كل عدد فرد فصل منه عدد زوج فالباقي فرد

ليكن ا ب فردا وفصل منه زوج  
زوجا فاقول ان زوج فرد برهانه  
فزوج واحد وهو زوج يبيد زوجا فاقول ان زوج بالشكل المتقدم فاذا  
نقصنا زوج الواحد من زوج يبيد زوجا فاقول ان زوج وذلك ما اردنا ان نبين

زوج صام زوجا فاقول ان زوج بالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين

ز

كل عدد فرد فصل منه عدد فرد فالباقي زوج

ليكن ا ب عددا فردا وفصل منه  
زوجا فاقول ان زوج زوج برهانه  
فزوج واحد وهو زوج يبيد زوجا فاقول ان زوج بالشكل المتقدم فاذا  
نقصنا زوج الواحد من زوج يبيد زوجا فاقول ان زوج وذلك ما اردنا ان نبين

زوج صام زوجا فاقول ان زوج بالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين

ح

كل عدد زوج فصل منه عدد زوج فالباقي زوج

ليكن ا ب عددا زوجا وفصل منه  
زوجا فاقول ان زوج زوج برهانه  
فزوج واحد وهو زوج يبيد زوجا فاقول ان زوج بالشكل المتقدم فاذا  
نقصنا زوج الواحد من زوج يبيد زوجا فاقول ان زوج وذلك ما اردنا ان نبين

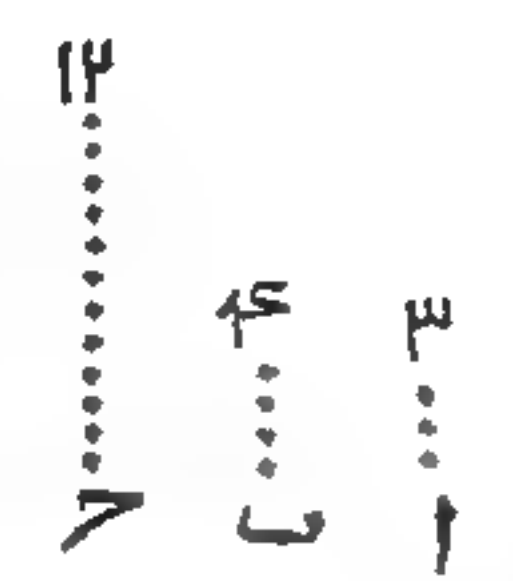
ط

كل



### مسطح كل عدد فرد في أي عدد زوج عدد زوج

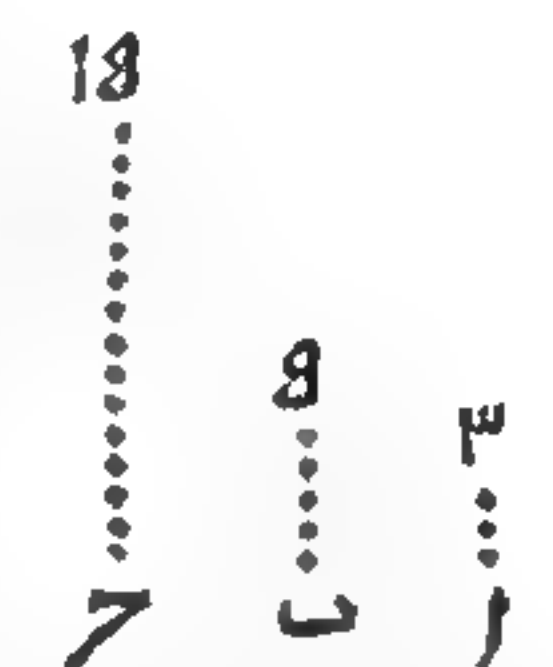
ليكن أعدادا فردا وب عدد زوجا ومسطح أي ب  
 فاقول أن عدد زوج برهانه فلان في ح من امثال  
 عدد الفرد بعدة احاد ب الزوج ح عدد زوج  
 بالشكل الثاني والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين



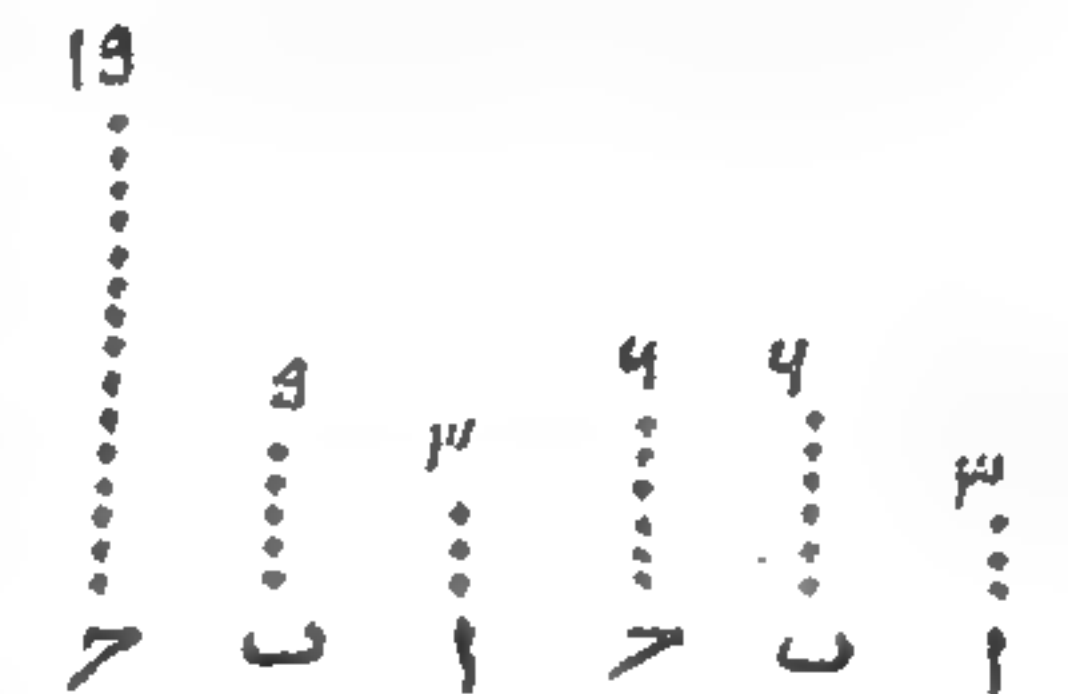
ط

### مسطح كل عدد فرد في أي عدد زوج عدد زوج

ليكن ح مسطح أي ب الفردين فاقول ان ح عدد  
 فرد برهانه فلان في ح من امثال الفرد بعدة  
 احاد الفرد يكون عدد فردا بالشكل الثالث  
 والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين  
 واستبان من هذين الشكلين ان كل عدد فرد عد  
 عدد زوجا فانه انما بعدة زوج وان كل عدد



فرد عدد فردا فانما بعدة زوج  
 اما الاول فليكن أعدادا فردا عدد ح الزوج فلا بد وان بعدة بعدد  
 وليكن ذلك هو ب فاقول انه

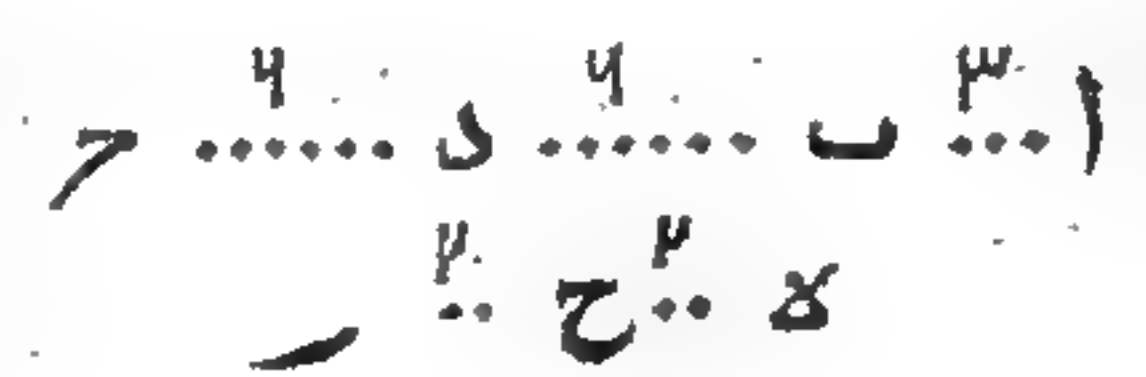


زوج لانه لو كان فردا لكان ح عددا  
 فردا بالشكل التاسع والعشرين لان  
 ح جنبيد حاصل من ضرب أي ب  
 الفرد هذا خلف واما الثاني  
 فليكن أعدادا فردا عدد ح  
 الفرد فلا بد وان بعدة بعدد

وليكن ذلك هو ب فاقول انه فرد لانه لو كان زوجا لكان ح عددا زوجا  
 بالشكل الثامن والعشرين لان عدد ح جنبيد حاصل من ضرب أي ب  
 الزوج هذا خلف

### كل عدد فرد عدد فردا زوجا فهو انما بعد نصفه

ليكن ب عدد فردا وعدة عدد ب ح  
 الزوج فاقول انه انما بعد نصف  
 ب برهانه فلان الفرد عد عدد  
 ب الزوج فهو انما بعد عدد



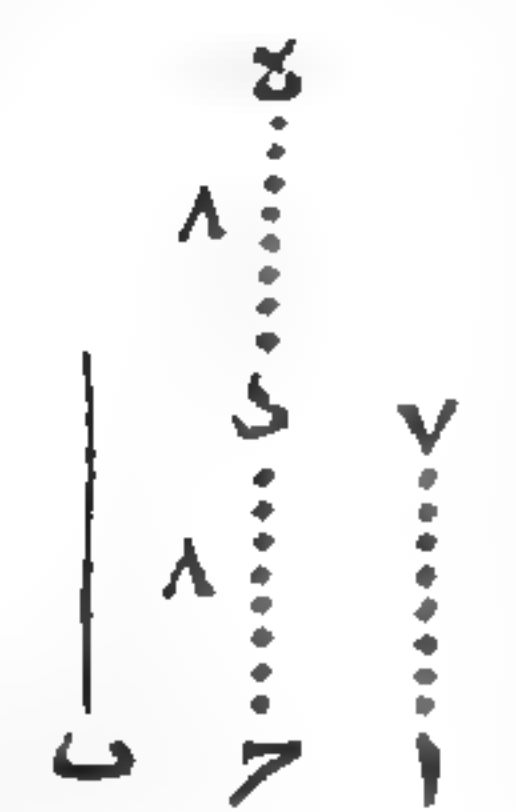
زوج

زوج باستبانة احد شكل الثامن والعشرين والتاسع والعشرين وليكن  
 ذلك العدد الزوج ح وليكن نصف ب ح ونصف ح ح ولان في ب ح  
 من اضعاف آ بعدة احاد ح في ب نصف ب ح من اضعاف آ بعدة احاد  
 ح نصف ح فاقول بعدة احاد ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا  
 ان نبين

لا

### كل عدد فرد يباين عددا فهو يباين ضعفه

ليكن أعدادا فردا ويباين ح ح ضعف ح فاقول  
 ان آ يباين ح برهانه فلانه لو لم يتباينا لعد هما عدد  
 وليكن العدد ب فلان ب بعدة الفرد فهو عدد فرد  
 لانه لو كان زوجا وقد عد العدد الفرد لكان أعدادا  
 زوجا بالشكل الواحد والعشرين هذا خلف فب  
 عدد فرد وعد ح ضعف ح فهو بعدة بالشكل  
 المتقدم فقد عد عددي آ وح فهما مشتركان وكانا  
 متباينين هذا خلف ف يباين ح وذلك ما اردنا ان نبين

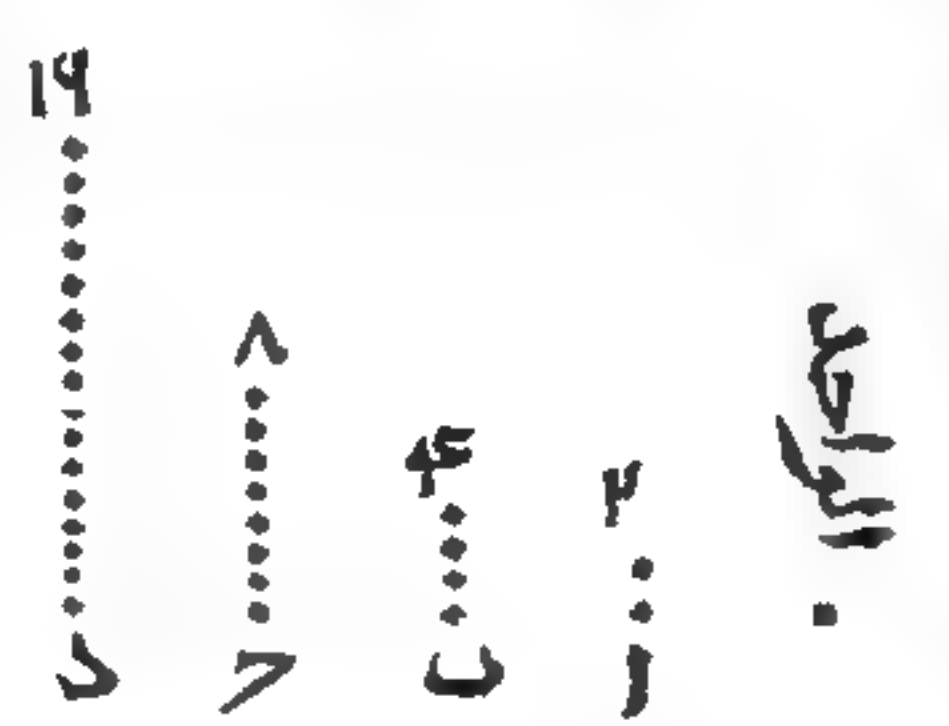


لب

### جميع الاعداد الحاصلة من تضعيف الاثنين فان

### كلا منها زوج الزوج فقط

ليكن اعداد ب ح ح هي الحاصلة من تضعيف الاثنين الذي هو آ فاقول  
 ان كل واحد من ب ح ح زوج الزوج فقط  
 برهانه ليكن الواحد مقدما علي آ فاقول  
 ضعف الواحد ب ضعف آ ح ضعف  
 ب ح ضعف ح فكل منها زوج واعداد آ  
 ب ح ح متوالية من الواحد علي نسبة  
 فاقول بعدة اكثرها بعدد منها بالشكل  
 الحادي عشر فكل واحد من اعداد ب ح ح



زوج الزوج ولان آ عدد اول فلا بعدة غير آ ب ح ولا بعدة غير آ ب  
 ولا بعدة ب غير آ فكل واحد من اعداد ب ح ح زوج الزوج فقط اذ لا يمكن  
 ان يكون واحد منها زوج الزوج والفرد والا لعد احدها غير هذا  
 خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ح











لتقدير الخطوط فانه يمكن ان يوجد خطوط غير متناهية مباينة له في  
الطول فقط وخطوط غير متناهية مباينة له في الطول والقوة معا  
وسنشير اليه فيما بعد ان شاء الله تعالى

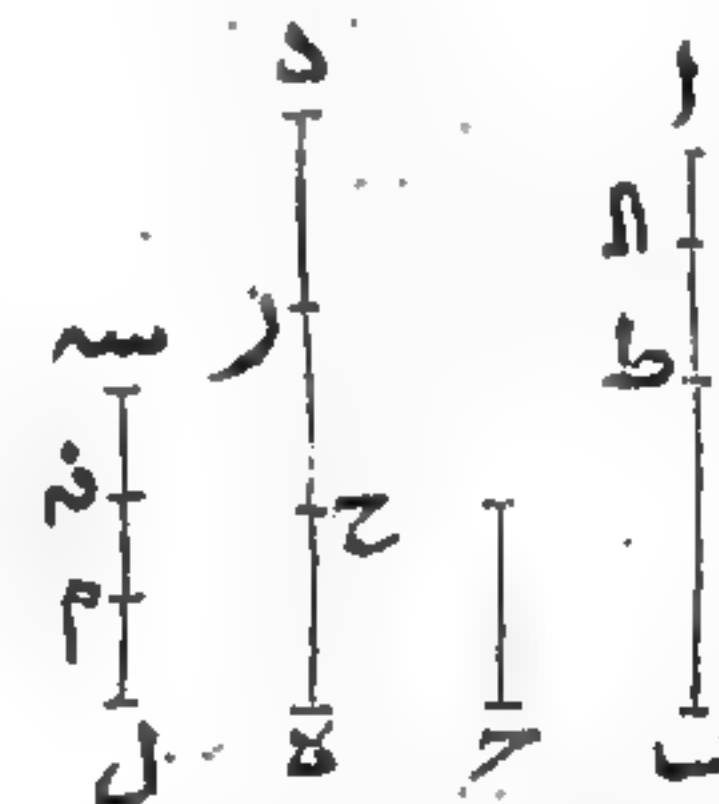
## الاشكال

T

كل مقدارين فصل من اعظمهما اكبر من  
نصفه ومن الباقي اعظم من نصفه وهكذا على  
التوالي فيبقى من الاعظم مقدار اصغر من المقدار

الإمام غفر

ليكن آب مقدارين اعظمهما آب وفصل  
من آب اعظم من نصفه ومن باقيه اعظم من  
نصفه باقيه وهكذا علي التوالي فاقول انه  
يبقي من آب مقدار اصغر من  $\frac{1}{2}$  برهانه  
نضعف  $\frac{1}{2}$  مرة بعد اخري الي ان يصير



اضعافه اعظم من آب وهو د فكل واحد من اقسامه التي هي د مرح ح  
يساوي ح ونفصل من آب اعظم من نصفه وهو ب ومن آط اعظم من  
 نصفه وهو آط وهكذا الي ان يصير عدة اقسامه آب كعدة اقسام د  
 وهي ب ط آ ا ونضعف آ بعدة اقسام د وهو ل س ه و ا ق س ه  
نم ل فلان كل واحد من اقسام س ل يساوي آ و ط ا اعظم من آ  
و ب ط اعظم من ط ا فسل اصغر من آب و اب اصغر من د فسل اصغر  
 من د كثيرا ولان نسبة د مر ا س ن كنسبة د مر ا ي نم بالشكل السابع  
من الخامسة وبهذا الشكل بعينه نسبة مرح ا ي نم كنسبة د مر ا ي نم  
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د مر ا ي نم كنسبة د مرح ا ي نم  
ومثله نمين ان نسبة ح ا ي ل كنسبة د مر ا ي نم فبالشكل الثالث  
عشر من الخامسة نسبة د مر ا ي نم كنسبة د ا ي ل كن د اعظم من  
سل فد مر اعظم من س ن و د مر يساوي ح و س ن يساوي آ ح اعظم من  
آ والحكم ثالث وذلك ما اردنا ان ن بين

اقول انه قد يتعق قولنا كل مقدارين محدودين مختلفين بالعظم والصغر  
اذا فصل من اعظمهما مقدار اعظم من نصفه ومن الباقي مقدار آخر  
اعظم من نصفه وهكذا دائما علي اللولاء فانه يبغي من المقدار الاعظم ما هو  
اصغر

اصغر من المقدار الاصغر مقدمة لبعض براهين علوم الهندسة وقد يكون تلك المفصولات علي نسبة معينة كالنصف والثلث وقد لا يكون علي نسبة معينة اما الاول فخطين محدودين مختلفين بالعظم والصغر فانه اذا نقص من الاعظم جزء ما ومن الباقي ذلك الجزء بعينه وهكذا دايما فانه يبقئ من المقدار الاعظم اقل من الاول اما الثاني فمثل ما اذا عملنا في الدائرة مربعا فيكون هو اعظم من نصف الدائرة واذا عملنا فيها مثلثا يكون فصل المثلث علي المربع اعظم من نصف فصل الدائرة علي المربع واذا عملنا في الدائرة شكلا ذا ست عشرة قاعدة فيكون فصله علي المثلث اعظم من نصف فصل الدائرة علي المثلث واذا سلكتنا هكذا في اشكال عدة اضلاعها زوج الزوج فانه يبقئ من الاعظم ما هو اصغر من الاصغر وقد تكون المفصولات علي نسبة معينة في نفس الامر وقد لا تكون فحصل مما ذكرنا ان المفصولات من المقدار الاعظم قد تكون علي نسبة معينة وقد لا تكون علي نسبة معينة بل تكون معبدة بنوع من التقيد فلما لاحظ اقليدس هذا المعني فارسل قولاشاملا للنوعين ليكون الدعوي كليه فقال اذا فصل من اعظم المقدارين ما هو اعظم من نصفه ومن الباقي اعظم من نصفه وهكذا دايما فانه يبقئ من الاعظم مقدار اصغر من الاصغر فقوله ما هو اعظم من نصفه ومن الباقي اعظم قد يمكن ان يكون علي نسبة معينة ويمكن ان يكون علي نسبة معينة والشيخ ابو علي بن القسم البصري لما راي ان اقليدس استعمل هذا الدعوي في الشكل الثاني والتاسع والعاشر والحادي عشر من المقالة الثانية من هذا الكتاب ظن ان هذا الدعوي جزئي اورده في الشكل الاول من المقالة العاشرة استعمله في الاشكال المذكورة وصنف رسالة ذكر فيها ان هذا الدعوي جزئي قال فيها واني لما تأملت طهر لي ان هذا الحكم كلي علي اي نسبة كانت المفصول من المفصول منه اذا كانت النسبة محفوظة وان تقيد الدعوي بما هو اعظم من النصف ونحوه يجعل الدعوي جزئيا والشيخ احمد بن السري البغدادى قال هذا الدعوي كلي كما اشرنا اليه وعمل فيه رساله رد علي ابي علي فيها وهو حق وانا ذكرت هذا القول ليتنبه المتعلم علي ان قول اقليدس كلي يشمل قول ابي علي بن الهيثم من غير عكس وعلي قول ابي علي بن الهيثم لا يتم البرهان علي الاشكال المذكورة في المقالة الثانية عشر فهو جزئي والله اعلم بالصواب

كل مقدارين مختلفين تفصل من اعظمها  
مرة بعد اخرى مثل اصغرها حتى يبقى منه اصغر



من الاصغر ثم تفصل من الباقي الاصغر من الاصغر  
حتى يبقى اصغر من الاصغر الباقي ولم نزل نفعل  
هكذا ولم ينتهيا الى مقدار يقدر الذي يليه قبله

فهما متباينان

ليكن  $\bar{a}$   $\bar{b}$   $\bar{c}$  مقدارين مختلفين اعظمهما  $\bar{a}$  وتفصل من  
اعظمهما مرة بعد اخرى مثل اصغرها ولم نزل تفصل  
هكذا ولم ينتهيا الى مقدار يقدر الذي قبله فهما  
متباينان برهانه فلانه لو لم يتباينا لكانا مشتركين  
فبقدرهما مقدار وليكن هو  $\bar{p}$  فنفصل  $\bar{c}$  من  $\bar{a}$  مرة  
بعد اخرى حتى يبقى  $\bar{a}$  اقل من  $\bar{c}$  ونفصل منه  $\bar{a}$  مرة بعد اخرى حتى  
يبقى  $\bar{c}$  اقل من  $\bar{a}$  ونفصل منه  $\bar{c}$  مرة بعد اخرى حتى يبقى  $\bar{a}$  اقل  
من  $\bar{c}$  فلان  $\bar{a}$   $\bar{b}$  اعظم من نصف  $\bar{a}$  و  $\bar{c}$  اعظم من نصف  $\bar{a}$  فيفصل  
التفصيل الى مقدار هو اصغر من  $\bar{p}$  بالشكل المتقدم ولبكن هو  $\bar{a}$  فلان  
 $\bar{p}$  يقدر  $\bar{c}$  وهو يقدر  $\bar{b}$  ف  $\bar{p}$  يقدر  $\bar{b}$  وكان يقدر  $\bar{a}$  ف  $\bar{p}$  يقدر  $\bar{a}$   
وهو يقدر  $\bar{b}$  ف  $\bar{p}$  يقدر  $\bar{c}$  وكان يقدر  $\bar{b}$  ف  $\bar{p}$  يقدر  $\bar{c}$  وهو يقدر  
 $\bar{c}$  ف  $\bar{p}$  يقدر  $\bar{c}$  وكان يقدر  $\bar{a}$  ف  $\bar{p}$  يقدر  $\bar{a}$  وهو اصغر من  $\bar{p}$  هذا  
خلف والحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لنا ان نجد اعظم مقدار يقدر مقدارين مختلفين

مشتركين

فليكن المقداران  $\bar{a}$   $\bar{b}$  و  $\bar{a}$   $\bar{b}$  اعظمهما فان كان  $\bar{c}$  يقدر  
 $\bar{a}$  وهو يقدر نفسه فهو اعظم مقدار يقدرهما وان لم يكن  
 $\bar{c}$  يقدر  $\bar{a}$  فلنقدر  $\bar{b}$  منه وليبق  $\bar{a}$  منه اقل من  $\bar{c}$   
ويقدر  $\bar{a}$   $\bar{b}$  من  $\bar{c}$  فلا بد من الانتهاء الى مقدار يقدر  
الذي يليه قبله لاشترك المقدارين وليكن  $\bar{p}$  يقدر  $\bar{a}$  فاقول ان  $\bar{p}$   
اعظم مقدار يقدر  $\bar{a}$   $\bar{b}$  برهانه اما انه يقدرهما فلان  $\bar{p}$  يقدر  
 $\bar{a}$  وهو يقدر  $\bar{b}$  و  $\bar{p}$  يقدر نفسه فبقدر  $\bar{c}$  وهو يقدر  $\bar{b}$  ف  $\bar{p}$  يقدر  
 $\bar{b}$  وكان يقدر  $\bar{a}$  ف  $\bar{p}$  يقدر كل واحد من المقدارين  $\bar{a}$   $\bar{b}$  فهو اعظم  
مقدار يقدرهما والا فليكن  $\bar{c}$  اعظم مقدار يقدرهما فهو يقدر  $\bar{c}$   
الذي

الذي يقدر  $\bar{b}$  ف  $\bar{c}$  يقدر  $\bar{b}$  وكان يقدر  $\bar{a}$  فهو يقدر  $\bar{a}$  وهو يقدر  
 $\bar{b}$  ف  $\bar{c}$  يقدر  $\bar{b}$  وكان يقدر  $\bar{c}$  ف  $\bar{c}$  اعظم مقدار يقدر  $\bar{a}$   $\bar{b}$  هو اصغر منه  
هذا خلف بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  
واستبان منه ان كل مقدار يقدر مقدارين مشتركين فهو يقدر اعظم  
مقدار يقدر

لنا ان نجد اعظم مقدار يقدر مقادير مشتركة

اكثر من اثنين

فنجد اعظم مقدار يقدر  $\bar{a}$   $\bar{b}$  وليكن هو  $\bar{p}$  بالشكل  
المتقدم فان  $\bar{c}$  فهو اعظم مقدار يقدر  $\bar{a}$   $\bar{b}$   
والا فليكن اعظم مقدار يقدرهما  $\bar{q}$  ف  $\bar{q}$  يقدر  $\bar{a}$   
فبقدر اعظم مقدار يقدر  $\bar{a}$   $\bar{b}$  وهو  $\bar{q}$  ف  $\bar{q}$  يقدر  $\bar{a}$   
وهو اعظم منه هذا خلف وان لم يعد  $\bar{c}$   
فنجد اعظم مقدار يقدر  $\bar{a}$   $\bar{b}$  بالشكل المتقدم  
وليكن هو  $\bar{p}$  فلانه يقدر  $\bar{c}$  و  $\bar{p}$  يقدر  $\bar{a}$   
ف  $\bar{p}$  يقدر  $\bar{a}$  فاقول هو اعظم مقدار يقدرهما  
والا فليكن  $\bar{q}$  اعظم مقدار يقدرهما فبقدر  
 $\bar{a}$  فبقدر اعظم مقدار يقدرهما باستبانة  
الشكل المتقدم فبقدر  $\bar{c}$  وهو يقدر  $\bar{a}$  فبقدر اعظم مقدار يقدر  $\bar{a}$   
باستبانة الشكل المتقدم فبقدر  $\bar{c}$  وهو اعظم منه هذا خلف ف  $\bar{p}$  اعظم  
مقدار يقدر  $\bar{a}$   $\bar{b}$  وذلك ما اردنا ان نبين

كل مقدارين مشتركين نسبة احدهما الى

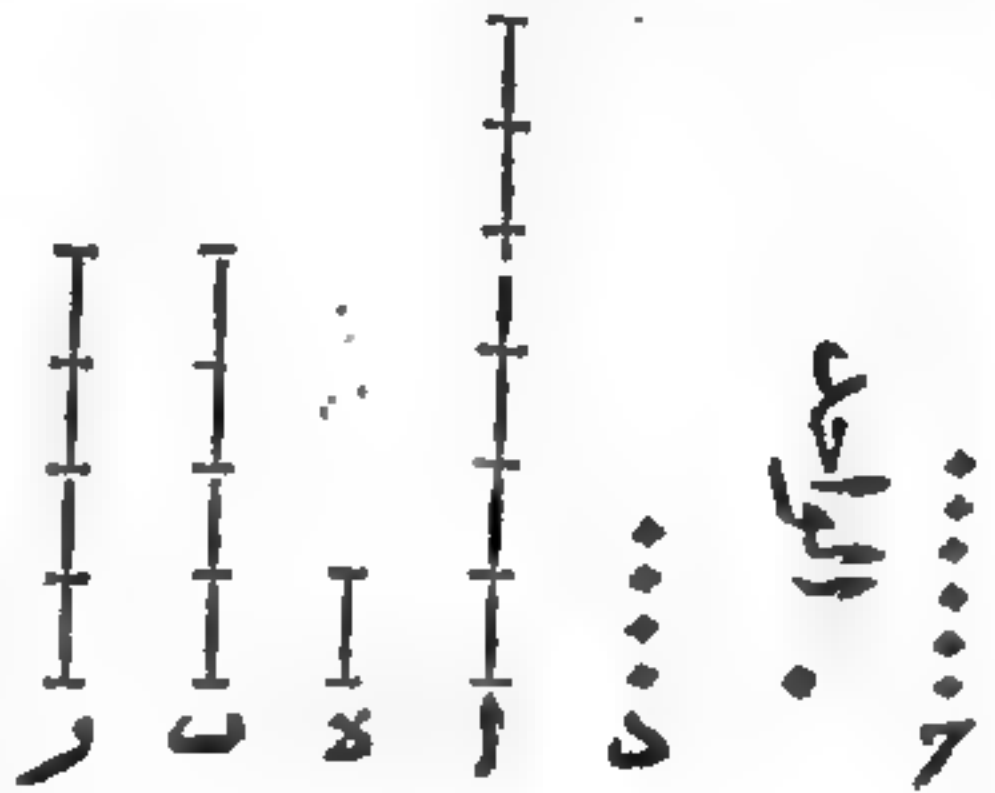
الآخر كنسبة عدد الى عدد

فليكن المقداران المشتركان  $\bar{a}$   $\bar{b}$  ومقدارهما  
فليقدر  $\bar{a}$  باحاد عدد  $\bar{c}$  و  $\bar{b}$  باحاد عدد  $\bar{d}$   
فنسبة  $\bar{a}$  الى  $\bar{b}$  كنسبة الواحد الى  $\bar{c}$  وبالعكس  
نسبة  $\bar{a}$  الى  $\bar{c}$  كنسبة  $\bar{b}$  الى الواحد ونسبة  $\bar{a}$  الى  
 $\bar{b}$  كنسبة الواحد الى  $\bar{d}$  فبالمساواة نسبة  $\bar{a}$  الى  $\bar{b}$  كنسبة  $\bar{c}$  الى  $\bar{d}$  بالشكل  
الرابع عشر من السابعة وذلك ما اردنا ان نبين



كل مقدارين نسبة احدهما الى الآخر كنسبة  
عدد الى عدد فهما متشاركان \*

ليكن نسبة مقدار آ الى مقدار ب كنسبة عدد ح الى عدد د فاقول ان آ  
ب مشتركان برهانه نقسم آ بعدة احاد ح بالشكل الثالث عشر من  
السادسة وليكن احد اقسام آ د  
فنسبته الى آ كنسبة الواحد الى ح  
وبالخلاف نسبة آ الى د كنسبة ح الى  
الواحد ولنا جد له اضعا فابعدا احاد  
د وليكن هو ر فنسبة د الى ر كنسبة  
الواحد الى د فبالمساواة نسبة آ الى ر  
كنسبة ح الى د بالشكل الرابع عشر من  
السابعة وكانت نسبة آ الى ب كنسبة ح الى د فنسبة آ الى ر كنسبته الى ب  
باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة فب يساوي ر بالشكل السابع  
من الخامسة وكان آ مشاركا لـ ر فهو متشارك لب وذلك ما اردنا ان نبين \*



كل خطين مستقيمين هما ضلعا مربعين فان كانا  
مشاركين في الطول كانت نسبة مربعهما كنسبة  
عدددين مربعين وان كانت نسبة مربعهما كنسبة  
عدددين مربعين فالخطان مشتركان في الطول وان  
لم تكن نسبة مربعهما كنسبة عدد مربع الى عدد  
مربع فالخطان ليسا مشتركين في الطول \*

ليكن آ ب مشتركين في الطول فاقول ان نسبة مربعهما  
كنسبة عدددين مربعين وان كانت نسبة مربعهما  
كنسبة عدددين مربعين فهما مشتركان في الطول وان  
لم تكن نسبة مربعهما كنسبة عدددين مربعين فهما  
متباينان في الطول برهانه فلان آ ب مشتركين في  
الطول فنسبة احدهما الى الآخر كنسبة عدد الى عدد بالشكل الخامس  
وليكن



وليكن العددان ح د فنسبة آ الى ب مثناة كنسبة ح الى د مثناة ونسبة  
مربع آ الى مربع ب كنسبة آ الى ب مثناة بالشكل العاشر والتاسع عشر من  
السادسة فنسبة مربع آ الى مربع ب كنسبة ح الى د مثناة بالشكل  
الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة  
ونسبة مربع ح الى مربع د كنسبة ح الى د مثناة بالشكل الحادي عشر من  
الثامنة فنسبة مربع آ الى مربع ب كنسبة مربع ح الى مربع د بالشكل  
الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة  
وايضا وليكن نسبة مربع آ الى مربع ب كنسبة عدد مربع الى عدد  
مربع وهما ح د وضلع د ر ونسبة د الى ر مثناة كنسبة ح الى د  
بالشكل الحادي عشر من الثامنة فنسبة



مربع آ الى مربع ب كنسبة د الى ر مثناة  
بالشكل الحادي عشر من الخامسة او  
باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة  
ونسبة آ الى ب مثناة كنسبة مربع آ الى  
مربع ب بالشكل العاشر والتاسع عشر من  
السادسة وكانت نسبة د الى ر مثناة كنسبة مربع آ الى مربع ب فنسبة آ  
الى ب مثناة كنسبة د الى ر مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة او  
باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة فنسبة آ الى ب كنسبة د الى ر  
يشرك ب بالشكل المتقدم وايضا ان لم تكن نسبة مربع آ الى مربع ب  
كنسبة عدددين مربعين فباين ب في الطول والا لكانا مشتركين في  
الطول فتكون نسبة مربع آ الى مربع ب كنسبة عدددين مربعين بالقسم  
الاول من هذا الشكل والمفروض خلافا هذا خلف فالحكم ثابت وذلك  
ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان كل خطين مشتركين في الطول فهما مشتركان في القوة وكل  
خطين متباينين في القوة فهما متباينان في الطول ولا يجب العكس \*

كل اربعة مقادير متناسبة فان كان الاول يشارك  
الثاني كان الثالث يشارك الرابع وان كان يباينه  
كان يباينه

ليكن آ ب ح د اربعة مقادير متناسبة آ الى ب كنسبة ح الى د فاقول ان كان  
آ يشارك ب ح يشارك د وان كان آ يباين ب ح يباين د برهانه فان  
كان آ يشارك ب يكون نسبة آ الى ب كنسبة عدد الى عدد بالشكل



الخامس ونسبة حـ الى د كنسبة آ الى ب ونقسم كل واحد  
من حـ د بعدة احاد العددين اللذين علي نسبة آ الى ب  
بالشكل الثالث والعشرين من السادس ونبين ان نسبة  
حـ الى د كنسبة العددين بمثل ما بينا في الشكل السادس  
في يشارك د بالشكل الخامس وان كان آ يباين ب حـ  
يباين د والا فيكونا مشتركين فتكون نسبة حـ الى د  
كنسبة عدد الى عدد بالشكل الخامس فيكون نسبة آ الى ب كنسبة  
العددين فا يشارك ب وكان يباينه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما  
اردنا ان نبين  
فان كانت المقادير الاربعة خطوطا كان الحكم المذكور منسجبا علي  
مربعاتها لانها مناسبة ايضا

ط

كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نجد  
خطين احدهما يباينه في الطول فقط والاخر يباينه  
في الطول والقوة

مقدمة اولي

كل عددين كل واحد منهما اول فلا يمكن ان يكون نسبتها كنسبة  
عددين مربعين  
فليكن آ ب حـ د عددين كل منهما اول فاقول لا يمكن ان يكون نسبة آ الى  
حـ كنسبة عدد مربع الى عدد مربع برهانه فان امكن فلتكن  
نسبة آ الى حـ كنسبة عددين مربعين فيقع بينهما عدد وتوالت  
الثلاثة علي نسبة بالشكل الثامن والحادي عشر الثامنة وليكن ذلك العدد  
هـ فيمكن ان يوجد اقل ثلاثة

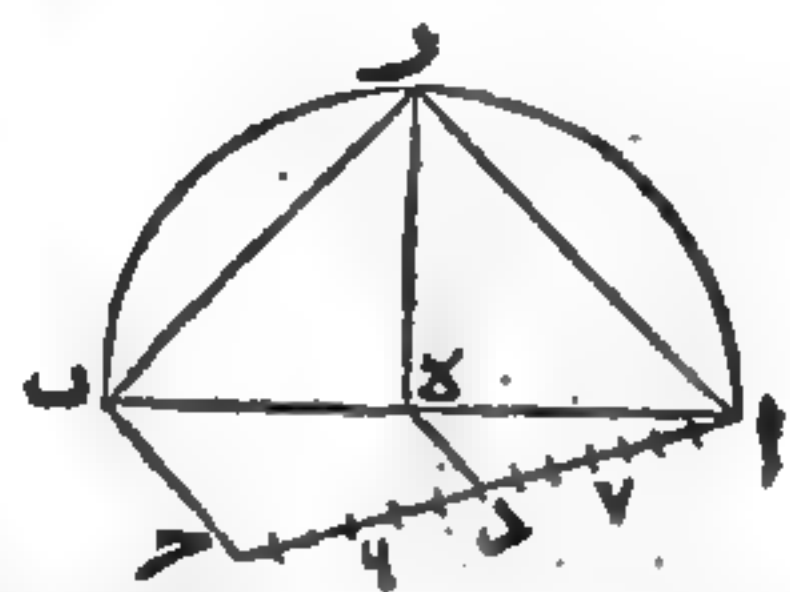
اعداد علي نسبتها بالشكل  
الثالث والثلاثين من السابعة  
وليكن في م حـ ط فطرافها  
متباينان بالشكل الثالث من

الثامنة وكل متباينين فهما اقل عددين علي نسبتها بالشكل الثاني  
والعشرين من السابعة فبعد ان كل عددين علي نسبتها بالشكل  
العشرين من السابعة فليعد م ط عددي آ ب حـ د باحاد هـ فنسبة  
الواحد الي آ كنسبة رالي ب وبالابدال نسبة الواحد الي م كنسبة آ الي  
ب وبمثله تبين ان نسبة آ الي حـ كنسبة الواحد الي ط وكل واحد من  
العددين

العددين الاولين بعدة عدد يغايرها هذا خلف فكل عددين كل  
منهما اول فليست نسبتها كنسبة عددين مربعين  
المقدمة الثانية

قد بين في الشكل الرابع عشر من التاسعة ان كل اعداد او ايل يفرض  
فلنا ان نجد عددا اول غير هـ فلنا ان نجد اعدادا ويلي غير متناهية  
المقدمة الثالثة

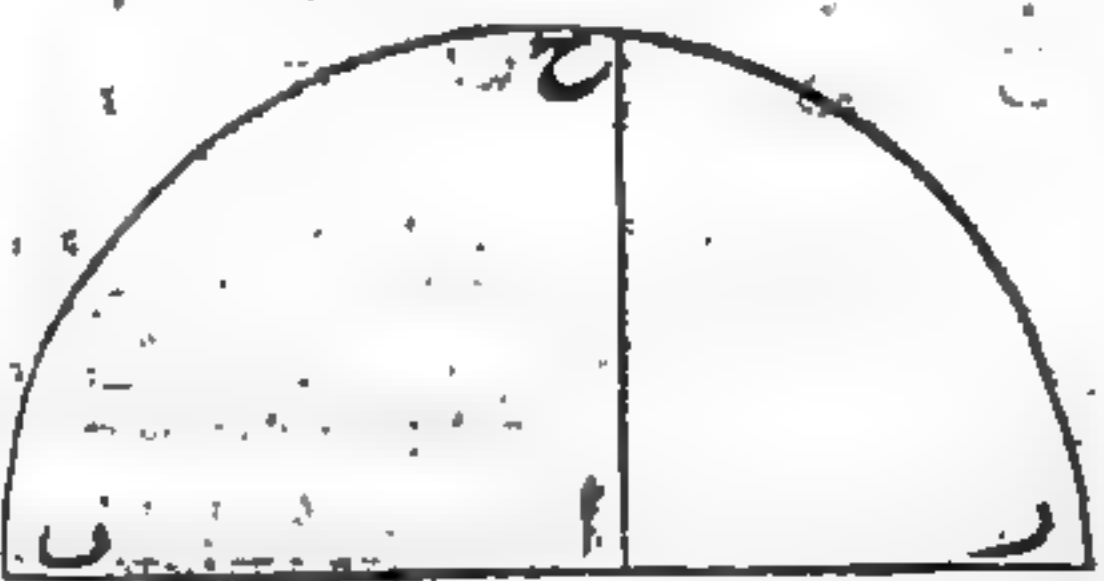
لنا ان نجد خطين مستقيمين محدودين نسبة مربع احدهما الي الآخر  
كنسبة عدد الي عدد  
ليكن آ ب حـ د عددين كل منهما اول وينطبق احدهما علي الآخر وعدد  
آ ب حـ د ونجعل خط آ ب المستقيم المحدود محيطا مع آ ب زاوية كـ بـ  
كانت الزاوية ونقسم آ ب باقسام آ ب بالشكل الثالث عشر من السادس  
ونصف آ ب بالشكل العاشر من الاول ونرسم



نصف دائرة آ ب ونصل ب حـ بخط مستقيم  
ونخرج من د خط د هـ يوازي خط ب حـ بالشكل  
الواحد والثلاثين من الاول فينتهي الي خط  
آ ب فلينته علي نقطة هـ ونخرج منها عمود هـ م

علي آ ب بالشكل الحادي عشر من الاول فلينته الي المحيط علي نقطة م  
فنصل بينهما وبين نقطة آ بخط مستقيم ولان خط د هـ يوازي ب حـ  
فزاويتا هـ د م مثلث آ د م يساويان زاويتي ب حـ م مثلث آ ب حـ بالشكل  
التاسع والعشرين من الاول وزاوية آ مشتركة بين المثلثين فنسبة حـ آ الي  
آ د كنسبة ب آ الي آ هـ بالشكل الرابع من السادس لكن نسبة آ ب الي آ م  
كنسبة آ ر الي آ هـ باستبانة الشكل الثامنة من السادس فنسبة مربع آ ب  
الي مربع آ م كنسبة عدد حـ آ الي عدد آ د باستبانة الشكل السابع عشر من  
السادس وبالشكل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع  
عشر من السابعة

ليكن الخط المستقيم المفروض المحدود خط آ ب فاقول لنا ان نجد خطين  
مستقيمين محدودين احدهما يباينه في الطول فقط والاخر يباينه في



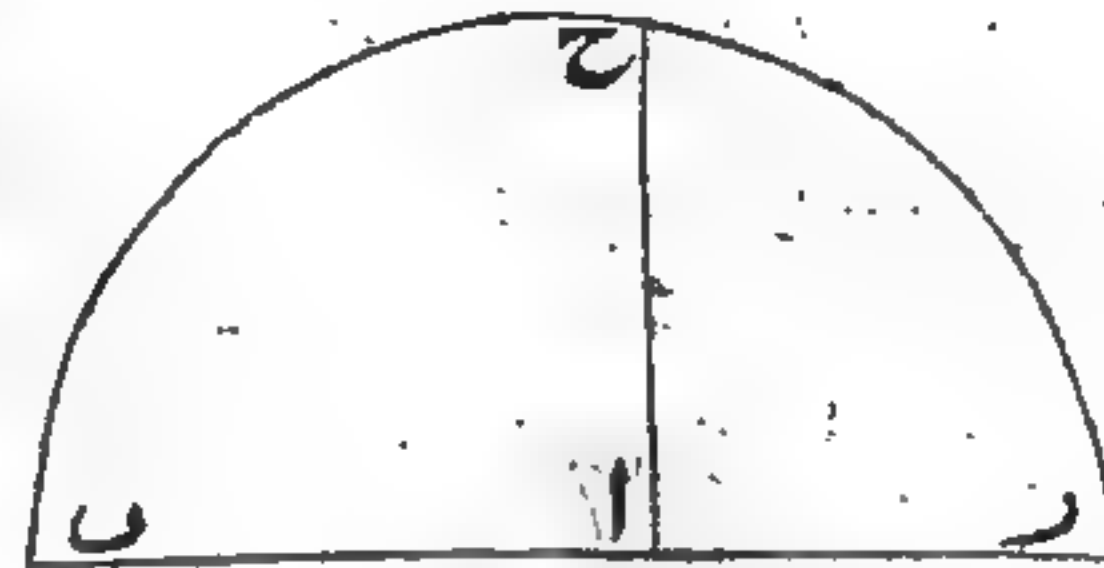
الطول والقوة معا برهانه فلانا  
بيننا في المقدمة الثالثة ان نسبة  
مربع آ ب الي مربع آ م كنسبة عدد  
آ ر الي عدد آ د وليست كنسبة  
عددين مربعين بالمقدمة الاولى

لان كل واحد من عددي آ ب حـ د اول  
فخط آ ب يباين خط آ م في الطول بالشكل السابع ويشاركه في القوة  
بالشكل السادس لان نسبة مربع آ ب الي مربع آ م كانت كنسبة عدد آ ر



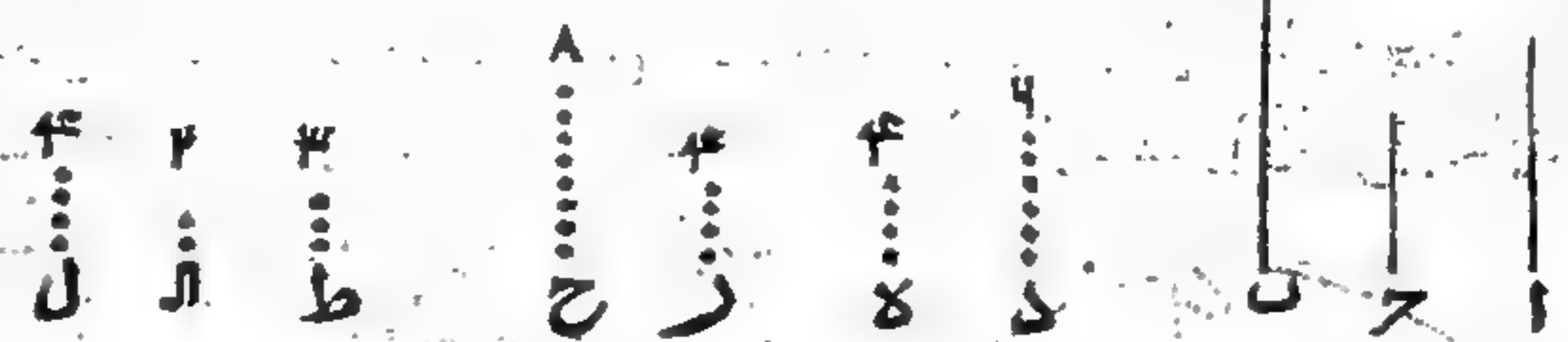
الي عدد آد وهذا هو احد الخطين المطلوبين ونجعل خط آر على استقامة خط آب وليكن ايضا لهما على نقطة آ وننصف مرب بالشكل العاشر من الاولي ونرسم على مرب نصف دائرة ب ح م ونخرج من نقطة آ على خط ب م عمود آ ح فلينته الى المحيط على نقطة ح ونصل ح م ح ب بخطين مستقيمين فلان نسبة ب آ الى آ ح كنسبة ح آ الى آ م باستبانة الشكل الثامن من السادسة فنسبة مربع آب الى مربع آ ح كنسبة آب الى آ م باستبانة الشكل الثامن عشر من السادسة وآ ب يباين آ م فربع آب يباين مربع آ ح بالشكل المتقدم وكل مباين في القوة من الخطوط يباين في الطول فالشكل السابع خط آ ح يباين خط آب في الطول والقوة معا وهذا هو الخط الثاني من الخطين المطلوبين والحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

فانستبان مما ذكرنا ان خط مستقيم محدود مفروض يمكن ان يوجد له خطوط غير متناهية تباينه في الطول فقطر وخطوط غير متناهية تباينه في الطول والقوة معا



### كل مقدار يشارك مقدارا واحدا فهي متشاركة

ليكن آب يشارك ح فاقول انهما متشاركان برهانه فلان آ يشارك ح فنسبة آ الى ح كنسبة عدد الى عدد بالشكل الخامس وليكن كنسبة عدد الى عدد ه وب يشارك ح فلتكن نسبة ح الى ب كنسبة عدد م الى عدد ح بمثل ما بينا ونجد اقل اعداد على نسبي عددي ده مرح بالشكل



الرابع من الثامنة وليكن ه ط آ ل ونسبة آ الى ح كنسبة د الى ه ونسبة ط آ الى ل كنسبة د الى ه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة آ الى ح كنسبة ط آ الى ل وبمثل تبيين ان نسبة ح الى ب كنسبة ل آ الى ل فبالشكل الثاني والعشرين من الخامس او الرابع عشر من السابعة نسبة آ الى ب كنسبة ط آ الى ل فليشارك ب بالشكل السادس وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان

واستبان منه ان المشارك للنطق منط

كل مقدارين فان كانا مشتركين كان مجموعهما بعد التركيب يشارك كلا منهما وان كان مجموعهما يشارك احدهما فهما متشاركان

ليكن آب ح مقدارين مشتركين ويقدرهما د فد يقدر مجموعهما وان كان د يقدر مجموعهما اذا جعلنا مقدارا واحدا ويقدر احدهما فد يقدر كل واحد منهما فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان آب ح اذا كانا متباينين كان المجموع يباين كل واحد منهما والا يشارك كل واحد منهما او احدهما فيكونا مشتركين وان كان المجموع يباين كل واحد منهما فهما متباينان والا لكانا مشتركين فيشارك المجموع كل واحد منهما هذا خ

مقدمة

كل خطين مستقيمين محدودين احدهما اعظم من الآخر فان الاعظم يقوي على الاصغر بقوة خط آخر مستقيم محدود

ليكن آب ح خطين مستقيمين محدودين وآ ب اعظمهما فاقول ان آب يقوي على ح بقوة خط آخر مستقيم محدود فننصف آب بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دائرة ا د ب ونرسم فيه وتر آ د يساوي خط آ ح بالشكل الاول من الرابعة ونصل ب د بخط مستقيم فلان زاوية ا د ب قائمة بالشكل الثلثين من الثالثة فربع وتر آ ب يساوي مربعي وتري آ د ب بالشكل السابع والاربعين من الاولي فربع آب يقوي على مربع ح م ربع د م وذلك ما اردنا ان نبين



يب

كل اربعة خطوط مستقيمة متناسبة فان كان الاول يقوي على الثاني بزيادة قوة خط مستقيم



يشارك الأول في الطول فالثالث يقوي على الرابع  
بقوة خط مستقيم يشارك الثالث في الطول وان  
كان الأول يقوي على الثاني بزيادة قوة خط مستقيم  
يباين الأول في الطول فالثالث يقوي على الرابع  
بزيادة قوة خط مستقيم يباين الثالث في الطول \*

لتكن نسبة آ إلى ب كنسبة ح إلى د وأ أعظم من ب وح من د فآ يقوي على  
ب بقوة خط مستقيم بالمقدمة وليكن هو د فذلك ح يقوي على د بقوة  
خط مستقيم بالمقدمة وليكن هو ح فاقول ان كان آ يشارك ح في الطول فح  
يشارك ح في الطول وان كان آ يباين ح في الطول فح يباين ح في الطول

برهانه فلان نسبة آ إلى ب كنسبة  
ح إلى د فنسبة آ إلى ب مثناة كنسبة  
ح إلى د مثناة ومربع ح مربعي د ومعا  
فنسبة مربعي د ح معا إلى مربع ب  
كنسبة ح إلى د مثناة باستبانة الشكل  
التاسع عشر من السادس فنسبة آ إلى  
ب مثناة كنسبة مربعي ح ح معا إلى

مربع ح بالشكل الحادي عشر من الخامسة ومربع ح مربعي ب ح كنسبة  
مربعي ب ح معا إلى مربع ب كنسبة آ إلى ب مثناة بالشكل التاسع عشر من  
الخامسة فنسبة مربعي ب ح معا إلى مربع ب كنسبة مربعي د ح معا إلى  
مربع د بالشكل الحادي عشر من الخامسة وبالتفصيل نسبة مربع ح إلى  
مربع ب كنسبة مربع ح إلى مربع د كنسبة مربع د إلى مربع ح ونبيين  
بمثل ما بينا ان نسبة ب إلى ح مثناة كنسبة د إلى ح مثناة فنسبة ب إلى ح  
كنسبة د إلى ح وكانت نسبة آ إلى ب كنسبة ح إلى د فبالمساواة المنتظمة  
نسبة آ إلى ح كنسبة ح إلى د بالشكل الثاني والعشرين من الخامسة فان  
كان آ يشارك ح في الطول فح يشارك ح في الطول وان كان آ يباين ح في  
الطول فح يباين ح في الطول بالشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما  
اردنا ان نبين

كل

كل خطين مستقيمين مختلفين اضيف الى  
اطولهما سطح يساوي ربع مربع الاقصر ينقص عن  
تمامه مربعا فالسطح المضاف ان قسم الاطول بقسمين  
مشتركين في الطول فالاطول يقوي على الاقصر بزيادة  
قوة خط يشارك الاطول في الطول وان قوي الاطول  
على الاقصر بزيادة قوة خط يشارك الاطول في  
الاطول فالسطح المضاف يقسم الاطول بقسمين  
مشتركين في الطول \*

ليكن الخطان آ وب ح وأ اقصرها  
واضيف الى ب ح سطح ب د في د ح  
المتوازي الاضلاع المساوي لربع

مربع آ بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فاقول ان كان ب د يشارك  
د ح فب ح يقوي على آ بزيادة قوة خط يشارك ب ح في الطول وان كان ب ح  
يقوي على آ بزيادة قوة خط يشارك ب ح في الطول فب د يشارك د ح في  
الطول برهانه فلان سطح ب د في د ح يساوي ربع مربع آ المساوي  
لمربع نصف آ باستبانة الشكل التاسع عشر من السادسة وب ح اطول من  
آ فب د اطول من نصف ب ح فنحصل من ب د د ح مثل د ح بالشكل الثالث  
من الاولى فاربعة امثال لسطح ب ح في د ح المساوي لد ح مربع ومع مربع  
ب ح يساوي مربع ب ح بالشكل الثامن من الثانية فربع ب ح يساوي  
مربعي آ ب ح معا فربع ب ح يقوي على مربعي آ بقوة ب ح فب د ان يشارك  
د ح في الطول فب ح يشارك كل واحد من د ح فبشارك ح فبشارك ب ح  
بالشكل الحادي عشر وان يشارك ب ح في الطول فبشارك ح وح د  
يشارك ح فب ح يشارك د ح بالشكل العاشر فب د يشارك د ح بالشكل  
الحادي عشر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين \*

كل خطين مستقيمين مختلفين يضاف الى



اطولهما سطح يساوي ربع مربع الاقصر ينقص عن  
تمامه مربعا فالسطح المضاف ان قسم الخط الاطول  
بمتباينين قوي الاطول على الاقصر بزيادة قوة خط  
يباينه الاطول في الطول وان قوي الاطول على الاقصر  
بزيادة قوة خط يباين الاطول في الطول فالسطح يقسم  
الاطول بقسمين متباينين في الطول

ليكن  $\overline{AB}$  الخطين المستقيمين واقصرهما  $\overline{A}$  واضرب  $\overline{AB}$  الى  $\overline{B}$  سطح  $\overline{BD}$  في  
د  $\overline{D}$  يساوي ربع مربع  $\overline{AB}$  بالشكل الثامن  
تماما بمربع  $\overline{BD}$  والعشرين من السادسة فاقول ان  
كان  $\overline{BD}$  يباين  $\overline{D}$  فب  $\overline{D}$  يقوي  
على  $\overline{A}$  بقوة خط يباين  $\overline{B}$  في  
الطول وان كان  $\overline{B}$  يقوي على  $\overline{A}$  بزيادة قوة خط يباين  $\overline{B}$  في الطول  
فب  $\overline{D}$  يباين  $\overline{D}$  في الطول برهانه تبين بمثل ما بينا في الشكل المتقدم  
ان  $\overline{B}$  يقوي على  $\overline{A}$  بمربع  $\overline{B}$  فان تبين  $\overline{BD}$  تبين  $\overline{B}$  في  $\overline{B}$  يباين  
 $\overline{BD}$   $\overline{D}$  والا لشاركه فيشارك  $\overline{B}$  بالشكل المتقدم وهو يباينه هذا  
خلف والحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل سطح قائم الزوايا يحيط به خطان مستقيمان  
منطقتان في الطول منطق

ليكن السطح  $\overline{B}$  والخطان  $\overline{AB}$   $\overline{AC}$   
فترسم على خط  $\overline{AB}$  مربع  $\overline{BD}$  بالشكل  
السادس والاربعين من الاول فلان  
كل واحد من الزاويتين اللتين عند نقطتي  $\overline{AB}$  قائمة فخط  $\overline{BD}$  خط  
واحد مستقيم وكذلك ما يقابله بالشكل الرابع عشر من الاول وهما  
متوازيان بالشكل السابع عشر من الاول فنسبة سطح  $\overline{B}$  الى سطح  $\overline{BD}$   
كنسبة خط  $\overline{AC}$  الى خط  $\overline{AD}$  بالشكل الاول من السادس واح  $\overline{B}$  يشارك  $\overline{AD}$   
لانه

لانه يساوي خط  $\overline{AB}$  فسطح  $\overline{B}$  يشارك سطح  $\overline{BD}$  بالشكل الثامن وسط  
 $\overline{BD}$  منطق فسطح  $\overline{B}$  منطق وذلك ما اردنا ان نبين

كل سطح منطق اضيف الى خط منطق في  
الطول فالضلع الحادث منه ايضا منطق في الطول

ليكن الخط المنطق  $\overline{AB}$  والسطح المنطق  
المضاف اليه  $\overline{B}$  فاقول ان ضلع  $\overline{AC}$  منطق  
في الطول برهانه نرسم على  $\overline{AB}$  مربع  $\overline{BD}$   
بالشكل السادس والاربعين من الاول ولان  
كل واحد من الزوايا التي عند نقطتي  $\overline{AB}$   
قائمة فكل من خطي  $\overline{BD}$  وما يقابله خط

مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاول فهما متوازيان بالشكل الرابع عشر  
من الاول فنسبة سطح  $\overline{B}$  الى سطح  $\overline{BD}$  كنسبة خط  $\overline{AC}$  الى خط  $\overline{AD}$  بالشكل  
الاول من السادس لكن سطح  $\overline{B}$  يشارك سطح  $\overline{BD}$  لكونهما منطقين فاح  
يشارك  $\overline{AD}$  في الطول بالشكل العاشر و  $\overline{AD}$  منطق فاح منطق وذلك ما اردنا  
ان نبين

كل سطح قائم الزوايا يحيط به خطان مستقيمان  
منطقتان ومشتركان في القوة فقط اصم ويسمي المتوسط  
والخط القوي عليه اصم ويسمي الخط المتوسط

ليكن خطا  $\overline{AB}$   $\overline{AC}$  منطقين في القوة ومشتركين في القوة فقط والسطح الذي  
يحيطان به سطح  $\overline{B}$  فاقول انه اصم برهانه  
نرسم على خط  $\overline{AB}$  مربع  $\overline{BD}$  بالشكل  
السادس والاربعين ولان كل واحد من  
الزوايا التي عند نقطتي  $\overline{AB}$  قائمة وكل من  
خطي  $\overline{BD}$  وما يقابله خط مستقيم بالشكل  
الرابع عشر من الاول وهما متوازيان بالشكل  
السابع عشر من الاول فنسبة سطح  $\overline{B}$  الى

سطح  $\overline{BD}$  كنسبة  $\overline{AC}$  الى  $\overline{AD}$  بالشكل الاول من السادسة و  $\overline{AC}$  يباين  $\overline{AD}$  في  
الطول لان  $\overline{AD}$  يساوي  $\overline{AB}$  فسطح  $\overline{B}$  يباين سطح  $\overline{BD}$  بالشكل الثامن وسط



بـ د منطبق فسطح بـ ح اصم وكل خط يقوي عليه اصم وانما يسمى السطح  
بالسطح المتوسط والخط بالخط المتوسط لان السطح يقع وسطا في النسبة  
بين مربعي ا ب آ ح والخط يقع وسطا في النسبة بين خطي ا ب آ ح وذلك ما

ارادنا ان نبين  
اقول الخطوط المتوسطة قد يكون مشتركة في الطول والقوة وقد يكون  
مشتركة في القوة فقط وقد يكون غير مشتركة في الطول والقوة معا  
ولان خطي ا ب آ ح



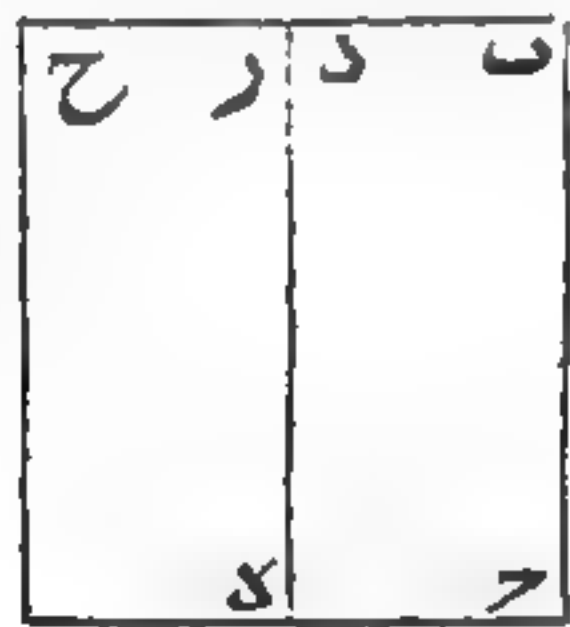
كانا منطقتين في القوة  
فقط جازان يكون  
احدهما منطبقا في  
الطول وليكن هو ا ب  
فكل خط يقوي على  
سطح يحيط به خط ا ح  
وزرع ا ب يشارك الخط الذي يقوي على سطح بـ ح بالشكل السابع لان  
نسبة مربعي ا ب آ ح كنسبة الواحد الى الواحد الى الرابع من الاول من السادسة  
ونسبة الواحد الى الاربع كنسبة عددين مربعين وكل خط يقوي على  
سطح يحيط به خط ا ح ونصف خط ا ب يشارك خطا قويا على سطح  
يحيط به خط ا ب آ ح في القوة لان نسبة السطحين يكون كنسبة الواحد  
الى الاثنين بالشكل الاول من السادسة ونسبة الواحد الى الاثنين كنسبة  
عددين فالخطان مشتركان في القوة بالشكل السادس ومتباينان في  
الطول بالشكل السابع لان نسبة مربعي ا ب آ ح كنسبة مربعين وانما يسمى  
سطح بـ ح متوسطا لانه وسط في النسبة بين مربعي ا ب آ ح يتبين ذلك  
بالشكل الاول من السادسة وسمى الخط القوي على سطح بـ ح متوسطا  
لانه وسط في النسبة بين خطي ا ب آ ح بالشكل السادس عشر من

السادس  
واستبان من هذا الشكل انه اذا اخذنا خطوط ا ب آ ح والخط المتوسط وليكن  
هو خط ط ورابعا في النسبة بالشكل الحادي عشر من السادسة بحيث  
تكون نسبة ا ب آ ح الى المتوسط كنسبة ا ح الى الخط الرابع وليكن هو خط ع  
فبالابدال تكون نسبة ا ب آ ح الى ا ح كنسبة خط ط الى ا ح يشارك ا ح  
خط ط يشارك خط ع بالشكل الثامن وكانت نسبة خط ط الى ا ح كنسبة  
ا ب آ ح الى خط ط ونسبة ا ح الى خط ع كنسبة ا ب آ ح الى خط ط فبالشكل  
الحادي عشر من الخامس نسبة خط ط الى ا ح كنسبة ا ح الى خط ع فسطح  
خط ط في خط ع كربع ا ح بالشكل السادس من السادسة فسطح خط  
ط في خط ع منطبق واذا جعلنا نسبة خط ط الى خط ا ب كنسبة خط

ا ح الى خط ع بالشكل الحادي عشر من السادس و ا ب يشارك ا ح في القوة  
خط ط يشارك خط ع في القوة بالشكل الثامن فسطح ا ب في ا ح كسطح  
خط ط في خط ع بالشكل الخامس عشر من السادسة فسطح خط ط في  
خط ع متوسط وهذه صورة  
وكل خط يقوي على سطح قائم الزوايا يحيط به خط ا ب وخط منطبق  
في القوة فقط غير مشارك لخط ا ح في الطول فهو مباين لكل خط يقوي  
على سطح بـ ح في القوة والطول بالشكل السابع لتباين مربعيها  
والسطوح الثلاثة موسطة

كل سطح يساوي مربع اي خط موسط اذا  
اضيف الي خط منطبق في الطول فالضلع الحادث  
منه منطبق في القوة فقط غير مشارك للخط

المنطق في الطول

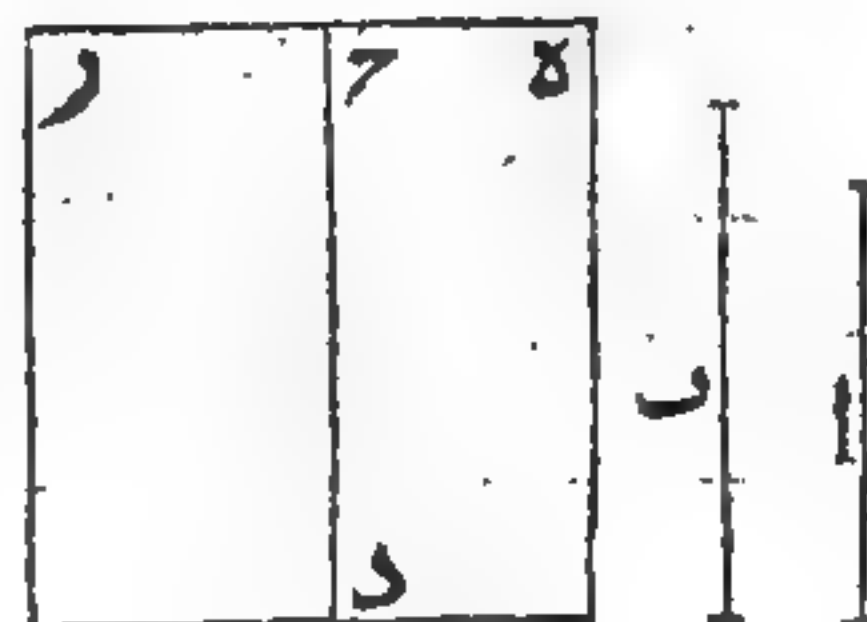


ليكن الخط المتوسط آ والخط المنطق بـ ح  
ونضيف الي خط بـ ح سطح متوازي  
الاضلاع يساوي مربع ا ب بالشكل الخامس  
والاربعين من الاول فهو حـ د فاقول ان  
ضلع بـ د منطبق في القوة فقط غير مشارك  
لخط بـ ح في الطول برهانه ولان خط آ موسط فلا بد من سطح يحيط  
به خطان منطقتان في القوة مشتركان فيها فقط يساوي مربع المتوسط  
بالشكل المتقدم وليكن هو سطح حـ د فكل من سطحي حـ د ع ح يساوي  
مربع آ فهما متساويان وزاوية حـ د بـ د كزاوية حـ د ع ح فنسبة حـ د ع ح الى بـ ح  
كنسبة بـ ح الى حـ د على التكافؤ بالشكل الرابع عشر من السادسة  
وهـ ر يشارك بـ ح في القوة فربع بـ د يشارك مربع حـ د بالشكل الثامن  
ومربع حـ د منطبق فربع بـ د منطبق باستبانة الشكل العاشر وسطح  
حـ د يباين مربع حـ د بالشكل المتقدم فسطح حـ د المساوي لسطح حـ د يباين  
مربع حـ د فربع بـ د يباين سطح حـ د لانه لو شاركه يشارك مربع حـ د  
لسطح حـ د بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف ونسبة مربع بـ ح الى  
سطح حـ د كنسبة ضلع بـ ح الى ضلع بـ د ومربع بـ ح يباين سطح حـ د فضلع  
بـ ح يباين ضلع بـ د بالشكل الثامن فالحكم ثابت وذلك ما اردنا  
ان نبين



كل خط يشارك الخط المتوسط في الطول او في القوة

فهو متوسط ط

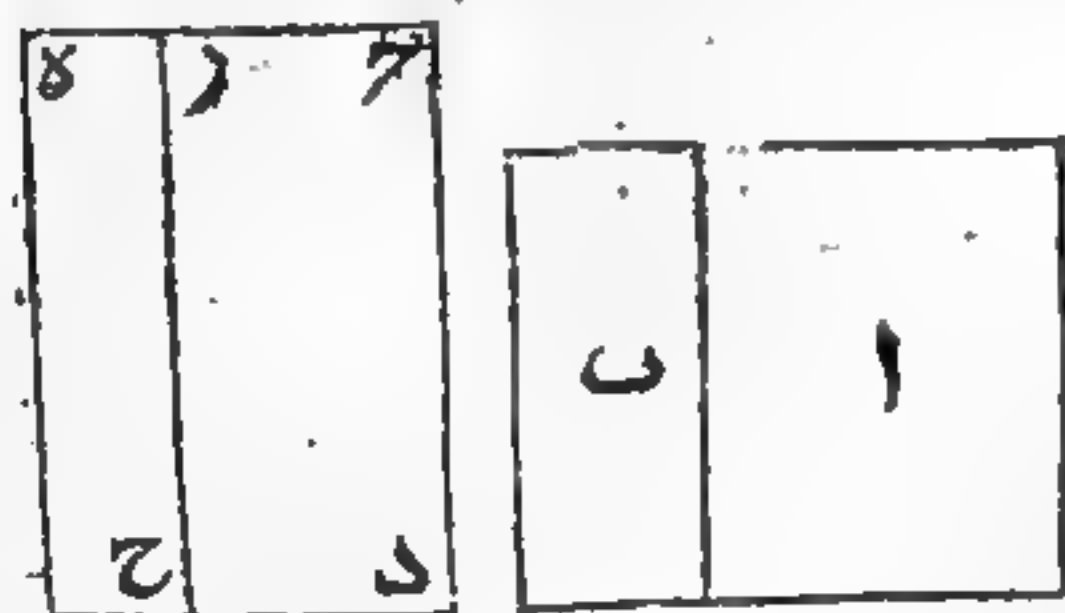


ليكن خط آ متوسطا وخط ب يشاركه  
اما في الطول او في القوة فاقول ان خط  
ب متوسط برهانه ليكن حد خطا  
مستقيما محدودا منطبقا في الطول  
فجعل عليه سطح د متوازي الاضلاع  
زاوية د منته قامة يساوي مربع آ بالشكل الخامس والاربعين من  
الاولي فخط ح منطبق في القوة يباين لخط د في الطول بالشكل المتقدم  
ونعمل على ح ايضا سطح د متوازي الاضلاع زاوية د ح منته قامة  
يساوي مربع ب بالشكل المذكور فخط ه خط واحد مستقيم بالشكل  
الرابع عشر من الاول ولذلك ما يقابله لان كل واحدة من الزاويتين  
اللتين عند نقطة د قامة بالشكل التاسع والعشرين من الاول فنسبة  
سطح د الى سطح د كنسبة ح الى ح بالشكل الاول من السادسة وسطح  
د يشارك سطح د فخط ح يشارك خط ح في الطول بالشكل الثامن فح  
يشارك ح في القوة بالشكل السابع وح منطبق في القوة فح منطبق في  
القوة وح غير مشترك لحد في الطول فح غير مشترك له في الطول لانه  
لو شاركه في الطول لشاركه ح في الطول بالشكل العاشر وهو يباينه هذا  
حلف فسطح د سطح قاييم الزوايا يحيط خطا ح ح المنطقتان في القوة  
المشتركان فيهما فقط فهو متوسط بالشكل السابع عشر فخط ب متوسط  
وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان الخط الرابع في النسبة المذكور في استبانة الشكل الرابع  
عشر متوسط  
لانه يشارك المتوسط وقد تبين هاهنا ان لنا ان نجد خطين متوسطين  
مشاركين في القوة يحيطان بسطح منطبق وان نجد خطين متوسطين  
يحيطان بمتوسط بالشكل الواحد والعشرين والثاني والعشرين اللذان  
اتي بهما ثابت بنقرة في نسخته ولم يذكرهما ابجاء اذ لم يكونا موجودين  
في النسخ القديمة ونحن لم نعددها من اشكال الكتاب اذ هما معلومان  
باستبانة الشكل السابع والتاسع عشر

فضل اي سطح متوسط على اي سطح متوسط اصم  
ليكن

ليكن سطح آب المتوسط اعظم من سطح آ المتوسط بسطح ب فاقول ان سطح ب  
اصم برهانه فلان سطح ب لو لم  
يكن اصم لكان منطبقا فنضيف  
الي خط د المنطق في الطول  
سطحا متوازي الاضلاع يساوي  
سطح آ وهو د وسطح يساوي آ  
وهو سطح د بالشكل الخامس  
والاربعين من الاول وكل واحد



من ضلعي ح ح منطبق في القوة ومباين لخط د في الطول بالشكل  
الثامن عشر فسطح ح لو كان منطبقا لكان عرض ح منطبقا في الطول بالشكل  
السادس عشر فبشارك ح فبباين ح ح والشارك ح ح بالشكل  
العاشر وهو يباينه هذا خلف فح ح من منطقتان في القوة ومتباينان في  
الطول فسطح ح ح في ح ح القاييم الزوايا يباين مربعي ح ح بالشكل  
الاول من السادسة والثامن من هذه المقالة فضعف سطح ح ح في ح ح  
يباين مربعي ح ح ح ح فربيع ح ح يباين مربعي ح ح بالشكل الحادي عشر  
وهما منطقتان فربيع ح ح اصم وهو منطبق هذا خلف فسطح ح ح اصم  
وذلك ما اردنا ان نبين

واقول ان خط ح ح ان كان مشاركا لح ح كان ح ح مشاركا ل ح بالشكل  
الحادي عشر فان شاركه كان مربعها متشاركين بالشكل الرابع فح ح  
منطبق في القوة ومباين ل ح ح في الطول والا يشاركه فيه فبشاركه ح ح  
بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف فسطح ح ح متوسط بالشكل  
السابع عشر وان كان ح ح يباين ح ح فسطح ح ح في ح ح بل ضعفه يباين  
مربعهما المنطقتين بالشكل الاول من السادسة والثامن من هذه المقالة  
والسطحان مع مربع ح ح يساوي مربعي ح ح ح ح بالشكل السابع من الثانية  
فربعاها المنطقتان يباين مربع ح ح فهو غير منطبق في الطول والقوة

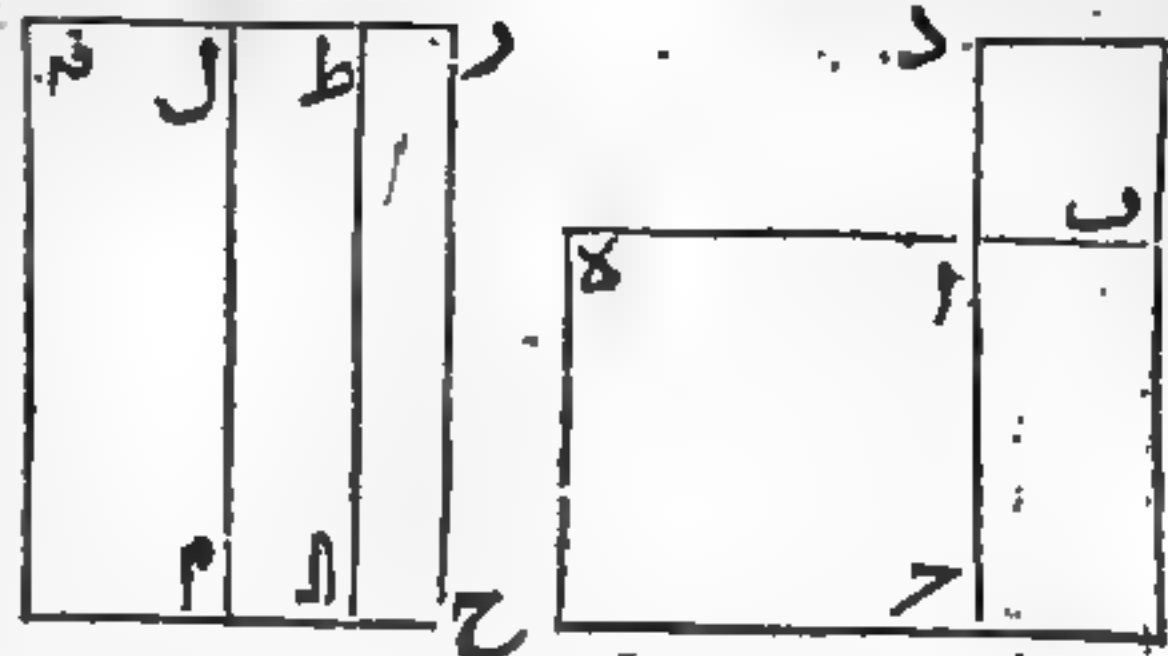
كا

كل سطح قاييم الزوايا يحيط به خطان متوسطان  
مشاركان في القوة فقط فهو اما منطبق واما متوسط

ليكن المتوسطان آب آ ح مشتركان في القوة فقط والسطح ب ح قاييم الزوايا  
الذي يحيط به حطان آب آ ح فاقول اما منطبق واما متوسط برهانه  
نرسم على خطي آب آ ح مربعي ب د ح ح بالشكل السادس والاربعين من  
الاولي فكل واحد من خطي آ ح ح ح على استقامة صاحبه بالشكل الرابع  
عشر من الاول ولان كل واحد من خطي آب آ ح ح ح متساويان فنسبة



أد إلى آه كنسبة آب إلى آه  
بالشكل السابع من الخامسة  
وبهذا الشكل أيضا نسبة آب  
إلى آه كنسبة آب إلى آه  
فبالشكل الحادي عشر من  
الخامسة نسبة آد إلى آه كنسبة



آب إلى آه ونسبة سطح بـ د إلى سطح بـ ح كنسبة آد إلى آه بالشكل الأول من  
السادسة وكانت نسبة آب إلى آه كنسبة آد إلى آه فنسبة سطح بـ د إلى  
بـ ح كنسبة آب إلى آه بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة سطح بـ ح  
إلى سطح حـ د كنسبة آب إلى آه بالشكل الأول من السادسة فبالشكل  
الحادي عشر نسبة سطح بـ د إلى سطح بـ ح كنسبة سطح بـ ح إلى سطح حـ د  
فسطح بـ ح وسط في النسبة بين سطحي بـ د حـ د لأن خطي آب آه مشتركين  
في القوة يكون سطح حـ د مشاركا لسطح حـ د ويضرب سطوحا متوازية  
الاضلاع كسطوح بـ د بـ ح حـ د إلى خط حـ د المستقيم المنطق بالشكل  
الخامس والأربعين من الأول وفي سطوح حـ ط لـ م وسط حـ ط كسطح  
بـ د وسط كل كسطح بـ ح وسط مـ ن كسطح حـ د ولأن سطحي بـ د حـ د  
موسطان بالشكل السابع عشر فيكون كل من عرضي حـ ط لـ م منطقتا في  
القوة غير مشاركتا لخط حـ د بالشكل الثامن عشر ولأن كل واحدة من  
الزوايا التي عند نقط ط ل م قائمة وكل من خطي حـ د حـ م خط مستقيم  
بالشكل الرابع عشر من الأولي فهما متوازيتان بالشكل التاسع والعشرين  
من الأولي فنسبة سطح حـ ط إلى سطح لـ م كنسبة سطح لـ م إلى سطح مـ ن ونسبة  
السطوح المذكورة كنسب قواعدها بالشكل الأول من السادسة فنسبة  
حـ ط إلى ط ل كنسبة ط ل إلى لـ م فط ل وسط في النسبة بين خطي حـ ط لـ م  
وتكون أيضا نسبة حـ ط إلى لـ م كنسبة سطح حـ ط إلى سطح لـ م بالشكل الثالث  
والعشرين من الخامسة ووسط حـ ط مشاركا لسطح مـ ن فخط حـ ط مشاركا  
لخط لـ م بالشكل الثامن ويكون سطح حـ ط في لـ م كسطح ط ل بالشكل السابع  
عشر من السابعة ولأن نسبة سطح حـ ط إلى سطح لـ م كنسبة حـ ط إلى  
لـ م بالشكل الأول من السادسة وحـ ط يشارك لـ م فالسطح يشارك مربع  
لـ م بالشكل الثامن ومربع لـ م منطق فسطح حـ ط في لـ م المساوي لمربع  
ط ل منطق باستبانة الشكل العاشر فخط ط ل منطق في القوة فان كان  
منطقا في الطول أيضا فسطح لـ م منطق بالشكل الخامس عشر وإن كان  
منطقا في القوة فقط فسطح لـ م وسط بالشكل السابع عشر فالحكم ثابت  
وذلك ما أردنا أن نبين

مقدمة

كل عدد فرد أول ينقص منه واحد ويزاد على نصف باقيه فربع نصف  
باقيه

باقيه مع الواحد ومربع نصف باقيه وحده عدد يفضل أحدهما على  
الآخر بعدد غير مربع وهو العدد الفرد الأول الذي فرضناه أولا  
ليكن آب عددا أول وفصل بينهما الواحد وهو آه ونصف الباقي على  
د فربع آد يزيد على مربع حـ د بعدد آب برهانه فلان مربع آد  
يساوي مربعي آه حـ د وضعف

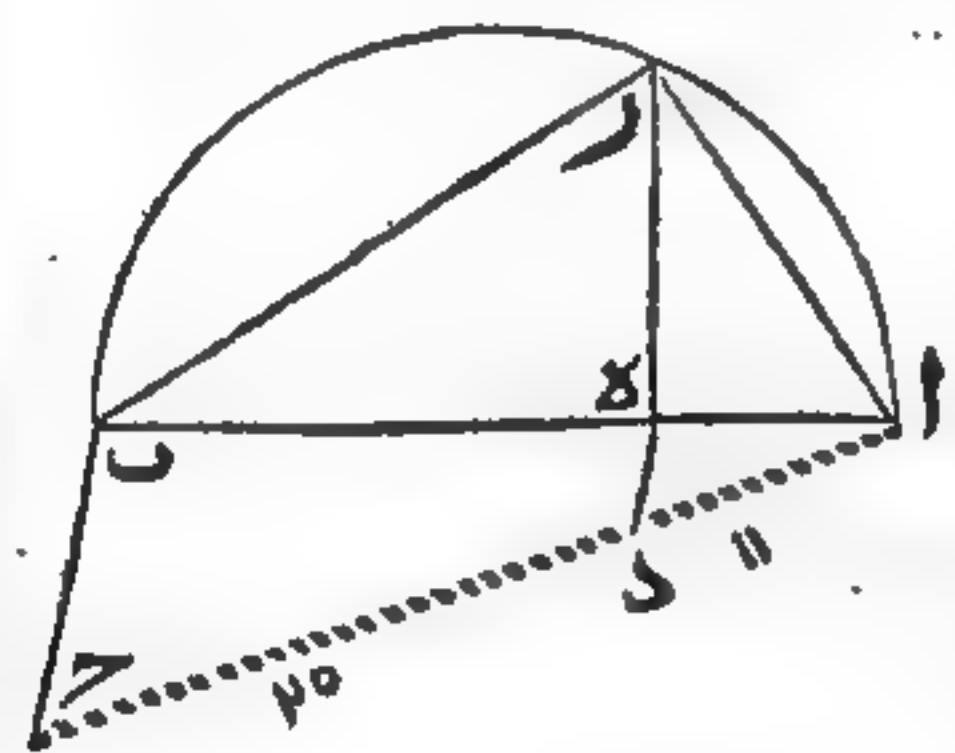
العدد الحاصل من ضرب آه في حـ د ..... د ..... ب  
حـ د كما يبين في الشكل السادس

عشر من التاسعة ليكن مربع آه هو الواحد نفسه والحاصل من ضرب  
آه في حـ د مرتين هو حـ د فربع آب يفضل على مربع حـ د بعدد آب الفرد  
الأول وهو غير مربع فهذا طريق تحصيل عددين مربعين يفضل  
أحدهما على الآخر بعدد غير مربع

الب

لنا أن نجد خطين منطقيين في القوة مشتركين  
فيها فقط يقوي الأطول على الأقصر بزيادة مربع  
خط يشاركه في الطول

فليكن آه حـ د عددين مربعين ونزيد آه على حـ د بعدد آه الغير مربع  
وليكن آب خطا منطقا في الطول وهو الخط الموضوع أو ما يشاركه  
ولنجعل آه أب يحيطان بزاوية بـ حـ د وننصف آب بالشكل العاشر من  
الأولي ونصل بـ حـ د بخط مستقيم ونخرج من د خط دـ ه موازيا لخط بـ حـ د

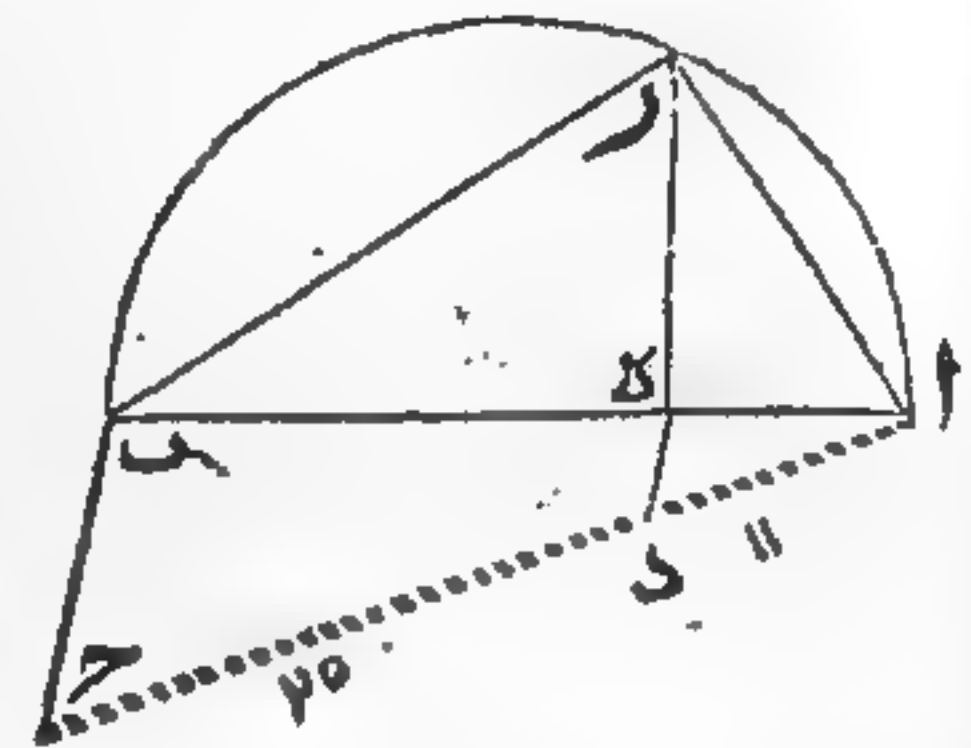


بالشكل الواحد والثلاثين من الأولي  
فلينته إلى آب على نقطة هـ ونخرج منها  
هـ ز عمودا على آب بالشكل الحادي عشر من  
الأولي فلينته إلى المحيط على نقطة ز  
ونصل بينها وبين كل من نقطتي آب بـ حـ د  
مستقيمين فلان زاويتي د هـ من مثلث آه د  
كزاويتي حـ د بـ من مثلث آب حـ د بالشكل

التاسع والعشرين من الأولي وزاوية آ مشتركة بين المثلثين فنسبة آه إلى  
آد كنسبة آب إلى آه بالشكل الرابع من السادسة ونسبة آب إلى آه كنسبة  
آه إلى آه باستبانة الشكل الثامن من السادسة فنسبة مربع آب إلى مربع  
آه كنسبة آب إلى آه باستبانة الشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة  
مربع آب إلى مربع آه كنسبة آه إلى آه بالشكل الحادي عشر من الخامسة  
فخط آب يباين خط آه في الطول بالشكل السابع لان آه عددان غير



مربعين ويشاركه في القوة بالشكل السادس لان نسبة مربعيها كنسبة  
عددي  $\bar{a}$  و  $\bar{b}$  منطق في القوة فامر منطق في القوة باستبانة الشكل  
العاشر ومثل ما بينا تبين ان نسبة مربع  $\bar{a}$  الى مربع  $\bar{a}$  كنسبة  $\bar{a}$  الى  $\bar{b}$   
الى  $\bar{b}$  بالقلب ونسبة  $\bar{a}$  الى  $\bar{b}$  العديدين المربعين كنسبة  $\bar{a}$  الى  $\bar{b}$   
فنسبة مربع  $\bar{a}$  الى مربع  $\bar{a}$  كنسبة  
عدد  $\bar{a}$  الى عدد  $\bar{b}$  العديدين المربعين  
بالشكل الحادي عشر من الخامسة فخط  
 $\bar{a}$  يشارك خط  $\bar{b}$  في القوة والطول والقوة  
بالشكل السابع وزاوية  $\bar{a}$  قائمة  
بالشكل الثلثين من المقالة الثالثة ومربع  
 $\bar{a}$  مربعي  $\bar{a}$  و  $\bar{b}$  بالشكل السابع  
والا مربعين من الاول فخط  $\bar{a}$  يقوي على خط  $\bar{a}$  مربع خط يشاركه في  
الطول وهو  $\bar{b}$  مع ان خطي  $\bar{a}$  و  $\bar{b}$  منطقان في القوة مشتركان فيها  
فقط فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



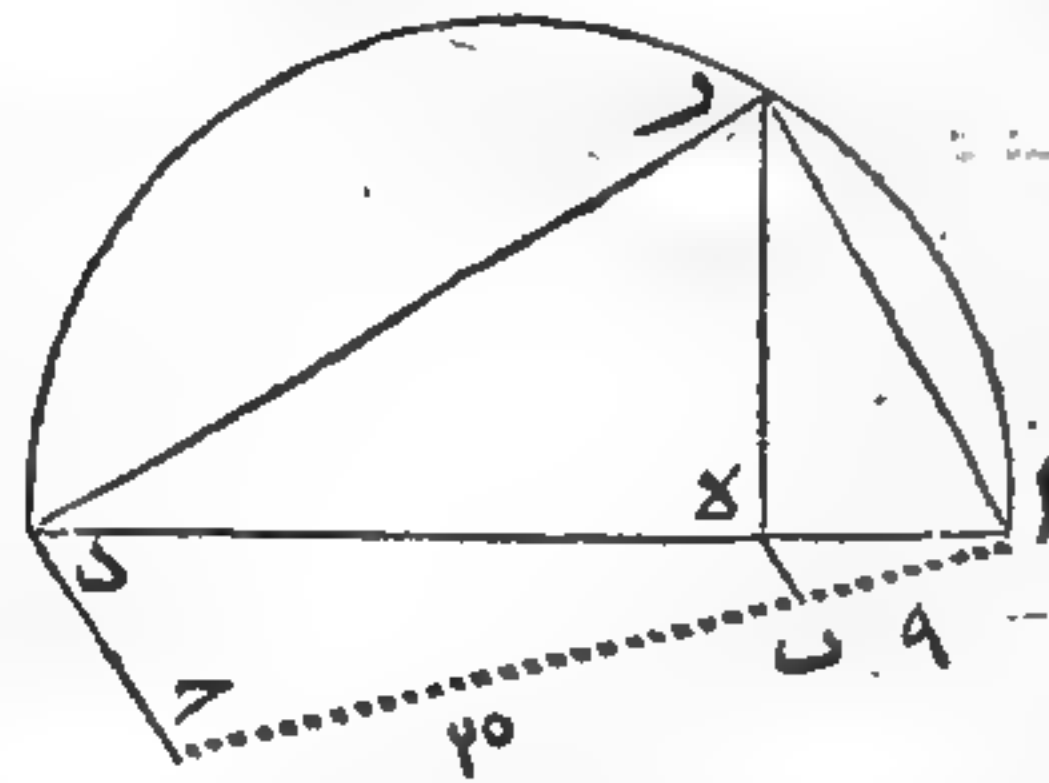
مقدمة

كل عددين مربعين مجموعهما غير مربع اذا ضرب في عدد مربع كان  
الحاصل عدداً مربعان مجموعهما غير مربع  
ليكن  $\bar{a}$  و  $\bar{b}$  عددين مربعين و  $\bar{c}$  المولف منهما غير مربع و  $\bar{d}$  عدد  
مربع فاقول ان الحاصل من ضرب  $\bar{a}$  في  $\bar{d}$  عدداً مربعان مجموعهما غير  
مربع برهانه ليكن  $\bar{d}$  هو  
..... ٢٥ .....  $\bar{b}$  ..... ٩ .....  $\bar{c}$  ..... الحاصل من ضرب  $\bar{a}$  في  $\bar{d}$  و  $\bar{c}$   
..... ١٤ ..... هو الحاصل من ضرب  $\bar{b}$  في  $\bar{d}$   
..... ٤ .....  $\bar{a}$  ..... ١٢ .....  $\bar{b}$  ..... ايضا فكل من  $\bar{d}$  و  $\bar{c}$  مربع  
باستبانة الشكل الثاني من التاسعة  
و  $\bar{c}$  غير مربع لانه حاصل من ضرب  $\bar{a}$  غير المربع في  $\bar{d}$  المربع باستبانة  
الشكل المذكور ايضا في هذا الطريق يمكن ان نجد اعداد غير متناهية  
كل واحد منها عدداً مربعان مجموعهما غير مربع وذلك ما اردنا ان نبين

لنا

لنا ان نجد خطين منطقين في القوة مشتركين  
فيها فقط يقوي الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط  
يباينه في الطول  
ول  
لنا

لنا ان نجد  $\bar{a}$  و  $\bar{b}$  عددين مربعين مجموعهما غير مربع بالمقدمة  
وليكن خط  $\bar{a}$  الخط الموضوع او  
خطا يشاركه منطقاً في الطول  
ونصفه بالشكل العاشر من الاول  
ونرسم عليه نصف دائرة  $\bar{a}$   
ونجعل  $\bar{a}$  و  $\bar{b}$  محيطين بزواوية  $\bar{a}$   
ونصل بين نقطتي  $\bar{a}$  و  $\bar{b}$  بخط مستقيم  
ونخرج من نقطة  $\bar{b}$  خط  $\bar{b}$  موازياً



لخط  $\bar{a}$  بالشكل الواحد والثلثين من الاول فليبتنه الى خط  $\bar{a}$  على نقطة  
و نخرج منها عمود  $\bar{a}$  على خط  $\bar{a}$  بالشكل الحادي عشر من الاول فليبتنه  
الى المحيط على نقطة  $\bar{a}$  ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي  $\bar{a}$  و  $\bar{b}$   
مستقيم وزاوية  $\bar{b}$  من مثلث  $\bar{a}$  و  $\bar{b}$  كزاويتي  $\bar{a}$  من مثلث  $\bar{a}$   
بالشكل التاسع والعشرين من الاول فنسبة  $\bar{a}$  الى  $\bar{b}$  كنسبة  $\bar{a}$  الى  $\bar{a}$   
بالشكل الرابع من السادسة ونسبة  $\bar{a}$  الى  $\bar{a}$  كنسبة  $\bar{a}$  الى  $\bar{a}$  باستبانة  
الشكل الثامن من السادسة ونسبة مربع  $\bar{a}$  الى مربع  $\bar{a}$  كنسبة  $\bar{a}$  الى  
 $\bar{a}$  باستبانة الشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة مربع  $\bar{a}$  الى مربع  
 $\bar{a}$  كنسبة عدد  $\bar{a}$  الى عدد  $\bar{a}$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة فخط  $\bar{a}$   
يشارك خط  $\bar{a}$  في القوة فقط بالشكل السابع ولان زاوية  $\bar{a}$  قائمة  
بالشكل الثلثين من الثالثة فمربع  $\bar{a}$  مربعي  $\bar{a}$  و  $\bar{b}$  بالشكل السابع  
والا مربعين من الاول فمربع  $\bar{a}$  يقوي على مربع  $\bar{a}$  بقوة خط  $\bar{a}$  ولان  
نسبة مربع  $\bar{a}$  الى مربع  $\bar{a}$  كنسبة  $\bar{a}$  الى  $\bar{a}$  باستبانة الشكل الثامن  
والثامن عشر من السادسة وبالقلب نسبة  $\bar{a}$  الى  $\bar{a}$  كنسبة  $\bar{a}$  الى  $\bar{a}$   
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة فنسبة مربع  $\bar{a}$  الى مربع  $\bar{a}$  كنسبة  
عدد  $\bar{a}$  الى عدد  $\bar{a}$  وهما عدداً غير مربعين فخط  $\bar{a}$  يشارك خط  $\bar{a}$   
في القوة ويباينه في الطول بالشكل السابع فخط  $\bar{a}$  و  $\bar{b}$  مشتركان في القوة  
فقط ويقوي  $\bar{a}$  على  $\bar{a}$  بقوة خط  $\bar{a}$  الذي يباينه في الطول فالحكم  
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لنا

لنا ان نجد خطين موسطين مشتركين في القوة  
فقط يحيطان بمنطق يقوي الاطول على الاقصر  
منهما بزيادة مربع خط يشاركه في الطول  
يحصل خطين منطقين في القوة مشتركين فيهما فقط يقوي الاطول على



الاقصر بقوة خط يشاركه في الطول بالشكل الثاني والعشرين وليكونا  $\bar{A}\bar{B}$  ويحصل خطا وسطا بينهما بالشكل التاسع من السادسة وهو خط  $\bar{C}$  فالسطح القائم الزوايا الذي يحيط به خطا  $\bar{A}\bar{B}$  كمربع  $\bar{C}$  بالشكل السابع عشر من السادسة فقط  $\bar{C}$  متوسط بالشكل السابع عشر ويحصل خطا رابعا لها في النسبة بالشكل الحادي عشر من السادسة وهو  $\bar{D}$  فنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{C}$  كنسبة  $\bar{B}$  الى  $\bar{D}$  وبالابدال نسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{B}$  كنسبة  $\bar{C}$  الى  $\bar{D}$  بالشكل السادس عشر من الخامسة وأ يشارك  $\bar{B}$  في القوة فقط  $\bar{C}$  يشارك  $\bar{D}$  في القوة فقط بالشكل الثامن و  $\bar{C}$  متوسط  $\bar{D}$  متوسط بالشكل التاسع عشر وأ يقوي على  $\bar{B}$  بزيادة قوة خط يشاركه في الطول في يقوي على  $\bar{D}$  بزيادة قوة خط يشاركه في الطول بالشكل الثاني عشر وكانت نسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{B}$  كنسبة  $\bar{C}$  الى  $\bar{D}$  فنسبة  $\bar{C}$  الى  $\bar{B}$  كنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{D}$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح  $\bar{C}$  في القائم الزوايا كمربع  $\bar{B}$  المنطق بالشكل السابع عشر من السادسة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لنا ان نجد خطين متوسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بمنطق يقوي الاطول على الاقصر بزيادة قوة خط يباينه في الطول

يحصل خطين منطقيين في القوة مشتركين فمهما فقط يقوي الطول على الاقصر بزيادة قوة خط يباينه في الطول بالشكل الثالث والعشرين وليكونا خطي  $\bar{A}\bar{B}$  ويحصل الوسط بينهما بالشكل التاسع من السادسة وهو  $\bar{C}$  فالسطح القائم الزوايا الذي يحيط به خطا  $\bar{A}\bar{B}$  يساوي مربع  $\bar{C}$  بالشكل السادس عشر من السادسة فهو متوسط وليكن خط  $\bar{D}$  رابع خطوط  $\bar{A}\bar{B}$  في النسبة بالشكل الحادي عشر من السادسة وبالابدال نسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{B}$  كنسبة  $\bar{C}$  الى  $\bar{D}$  بالشكل السادس عشر من الخامسة وأ يشارك  $\bar{B}$  في القوة فقط  $\bar{C}$  يشارك  $\bar{D}$  في القوة فقط بالشكل التاسع عشر و  $\bar{C}$  متوسط  $\bar{D}$  متوسط بالشكل الثامن وأ يقوي على  $\bar{B}$  بزيادة مربع خط يباينه في الطول بالشكل الحادي عشر من الخامسة في يقوي على  $\bar{D}$  بزيادة مربع خط يباينه في الطول بالشكل الثاني عشر ونسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{B}$  كنسبة  $\bar{C}$  الى  $\bar{D}$  ونسبة  $\bar{C}$  الى  $\bar{B}$  كنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{D}$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{C}$  فنسبة  $\bar{C}$  الى  $\bar{B}$  كنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{D}$  بالشكل الثاني عشر فالسطح القائم الزوايا الذي يحيط به خطا  $\bar{C}$  د يساوي مربع  $\bar{B}$  المنطق فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لنا ان نجد خطين متوسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بموسط يقوي الاطول على الاقصر منها بزيادة قوة خط يشاركه في الطول

يحصل خطين مستقيمين منطقيين في القوة مشتركين فيها فقط يقوي الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه في الطول بالشكل الثاني والعشرين وهما  $\bar{A}\bar{C}$  ويحصل خطا مستقيما يشارك  $\bar{C}$  او  $\bar{A}$  في القوة فقط بالشكل التاسع عشر من السادسة وهو  $\bar{B}$  ويحصل بين خطي  $\bar{A}\bar{B}$  خطا وسطا في النسبة بالشكل التاسع من السادسة وهو  $\bar{D}$  فالسطح القائم الزوايا الذي يحيط به خطا  $\bar{A}\bar{B}$  كمربع  $\bar{D}$  بالشكل السادس عشر من السادسة  $\bar{D}$  متوسط بالشكل السابع عشر وليكن نسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{C}$  كنسبة  $\bar{D}$  الى  $\bar{E}$  بالشكل الحادي عشر من السادسة ويقوي على  $\bar{C}$  بمربع خط يشاركه في الطول  $\bar{D}$  يقوي على  $\bar{E}$  بمربع خط يشاركه في الطول بالشكل الثاني عشر من السادسة فهو متوسط بالشكل التاسع عشر وبالابدال نسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{C}$  كنسبة  $\bar{D}$  الى  $\bar{E}$  بالشكل السادس عشر من الخامسة وكانت نسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{B}$  كنسبة  $\bar{D}$  الى  $\bar{E}$  فنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{B}$  كنسبة  $\bar{D}$  الى  $\bar{E}$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح  $\bar{D}$  في القائم الزوايا الذي يحيط به خطا  $\bar{A}\bar{B}$  يساوي مربع  $\bar{E}$  المنطق بالشكل السابع عشر من السادسة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لنا ان نجد خطين متوسطين مشتركين في القوة فقط يقوي الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط يباينه في الطول

فاحصل خطوط  $\bar{A}\bar{B}$  المنطق في القوة المشتركة فيها فقط كما بينا في الشكل المتقدم ويحصل خط  $\bar{C}$  وسطا بين  $\bar{A}\bar{B}$  وخط  $\bar{D}$  رابعا في النسبة







أر يباين مربع رب بالشكل الثامن ولان مربع ب ح المنصف علي د  
كمربع ب د بالشكل الرابع من الثانية فسطح آه في ه ب كمربع ب د ولان عمود  
ره وسط في النسبة بين آه ه ب فسطح آه في ه ب يساوي مربع ره بالشكل  
الرابع عشر من السادسة فهو د ره يساوي خط ب د فنسبة رب الي ب د

كنسبته الي ره بالشكل السابع

من الخامسة ولان مثلي آر ب

وه ب متشابهان فنسبة آ ب الي آر

كنسبة ب آر الي ره وكانت نسبة

ب آر الي ب د كنسبة ب آر الي ره

فنسبة آ ب الي آر كنسبة رب الي ب ه بالشكل الحادي عشر من الخامسة

فسطح آ ب في ب د كسطح آر في رب بالشكل السادس عشر من السادسة

ونسبة سطح آ ب في ب د الي سطح آ ب في ب ح كنسبة ب د الي ب ح بالشكل

الاول من السادسة ورد نصف ب ح فسطح آ ب في ب د نصف سطح آ ب في

ب ح المنطق فسطح آ ب في ب د منطق فسطح آر في رب منطق ولان

زاوية آر ب قائمة بالشكل الثلثين من الثالثه فربح آ ب المتوسط كجوع مربعي

آ ب مرب بالشكل السابع والاربعين من الاول فربعا آر رب متوسط

فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



لنا ان نجد خطين متباينين في القوة ضعف سطح

احدهما في الآخر متوسط ومجموع مربعيهما متوسط

مباين لضعف سطح احدهما في الآخر

تحصل خطين متوسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بمتوسط يقوي  
اطولهما علي اقصرهما بزيادة قوة خط يباينه في الطول بالشكل التاسع  
والعشرين وهما آ ب ب ح فننصف

كل واحد من خطي آ ب ب ح

بالشكل العاشر من الاول وليكن

ب ح منصفاً علي د فنرسم علي آ ب

نصف دائرة آر ب وننصف الي

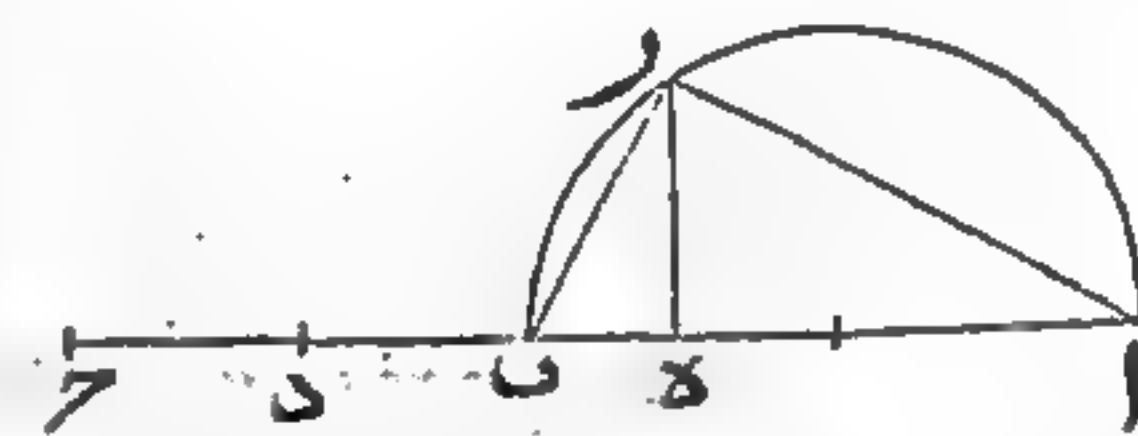
خط آ ب سطحاً يساوي لمربع ب ح ينقص عن تمامه مربعاً بالشكل الثامن

والعشرين من السادسة فيقسم السطح المضاف الخط علي نقطة ه

بمتباينين لان آ ب يقوي علي ب ح بمربع خط يباينه في الطول بالشكل

الرابع عشر ونخرج من نقطة ه عموداً ر علي آ ب بالشكل الحادي عشر من

الاولي



الاولي فلينته الي المحيط علي نقطة ر فنصل بينهما وبين كل من نقطتي آ ب  
بخط مستقيم فاقول ان خطي آر رب متباينان في القوة ومجموع مربعيهما  
متوسط وضعف سطح احدهما في الآخر متوسط مباين لمجموع المربعين

برهانه ولان مثلث آه ر شبيه مثلث آ ب ر بالشكل الثامن من السادسة

فنسبة آ ب الي رب كنسبة آه الي ه ر فنسبة آر الي رب مثناة كنسبة آه الي

ه ر مثناة ونسبة مربع آر الي مربع رب كنسبة آر الي رب مثناة باستبانة

الشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة مربع آ ب الي مربع رب كنسبة

آه الي ه ب مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة آه الي ه ب

كنسبة آه الي ه ر مثناة لان ره وسط في النسبة بين خطي آه ه ب باستبانة

الشكل الثامن من السادسة فنسبة مربع آر الي مربع ره كنسبة آه الي

ه ب بالشكل الحادي عشر من الخامسة وآه يباين ه ب فربح آر يباين

مربع رب بالشكل الثامن وسط آه في ه ب المساوي لمربع ره بالشكل

السابع عشر من السادسة يساوي ربع مربع ب ح المساوي لمربع ب د

بالشكل الرابع من الثانية فب د يساوي ه ر فنسبة ب آر الي ب د كنسبته

الي ه ر بالشكل السابع من الخامسة ولان مثلي آ ب ب ر متشابهان

فنسبة آ ب الي آر كنسبة ب آر الي ره وكانت نسبة ب آر الي ب د كنسبة

ب آر الي ره فنسبة آ ب الي ب ح كنسبة رب الي ب د بالشكل الحادي عشر

من الخامسة فسطح آ ب في ب د كسطح آر في رب بالشكل السادس عشر من

السادسة ونسبة سطح آ ب في ب ح الي سطح آ ب في ب د كنسبة ب ح الي ب د

بالشكل الاول من السادسة لكن ب ح ضعف ب د فسطح آ ب في ب ح المتوسط

ضعف سطح آ ب في ب د فضعف سطح آر في رب متوسط ومساوي لضعف

سطح آر في رب ولان زاوية آر ب قائمة بالشكل الثلثين من الثالثه فربح آ ب

المتوسط يساوي مربعي آر رب معا فربعا آر رب معا متوسط ونسبة مربع

آ ب الي سطح آ ب في ب ح كنسبة آ ب الي ب ح بالشكل الاول من السادسة وآ ب

يباين ب ح فربح آ ب يباين سطح آ ب في ب ح بالشكل الثامن فالحكم

ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لا

كل خط مستقيم مركب من خطين مستقيمين

منطقتين في القوة متشاركين فيها فقط اصم ويسمي

ذا الاسم

ليكن خط آ ح المستقيم مركباً من خطي آ ب ب ح المنطقتين في القوة  
المشتركتين فيها فقط فاقول ان خط آ ح اصم برهانه فلان كل واحد من



مربعي  $AB$   $BC$  المشتركين منطقتي مجموعتهما المشار لكل واحد منهما بالشكل الحادي عشر منطقتي باستبانة الشكل العاشر وكل واحد من سطحي  $AB$  في  $BC$  المتشاركين مشاركتي لضعفه بالشكل الحادي عشر وكل من السطحين موصل بالشكل السابع عشر فضعفهما موصل بالشكل التاسع عشر ووسط  $AB$  في  $BC$  يباين مربع  $BC$  بالشكل الثامن فمجموع مربعي  $AB$   $BC$  المشار  $BC$  بالشكل الحادي عشر يباين سطح  $AB$  في  $BC$  ولا لشاركتي فبشاركتي مربع  $BC$  سطح  $AB$  في  $BC$  بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف فمجموع مربعي  $AB$   $BC$  يباين سطح  $AB$  في  $BC$  فبباين ضعف سطح  $AB$  في  $BC$  المشار  $BC$  في  $BC$  المشار لسطح  $AB$  في  $BC$  بالشكل الحادي عشر ولا لشاركتي فبشاركتي سطح  $AB$  في  $BC$  بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف فمجموع مربعي  $AB$   $BC$  المنطق يباين ضعف سطح  $AB$  في  $BC$  الموسط ومجموع المربعين مع ضعف سطح  $AB$  في  $BC$  يساويان مربع  $AC$  بالشكل الرابع من الثانية فربع  $AC$  يباين مجموع مربعي  $AB$   $BC$  المنطق باستبانة الشكل الحادي عشر فربع  $AC$  اصم فاح قوي عليه اصم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم مركب من خطين موسطين

مشاركين في القوة فقط وسط احدهما في الآخر

منطق ويسمى ذا الموسطين الاول

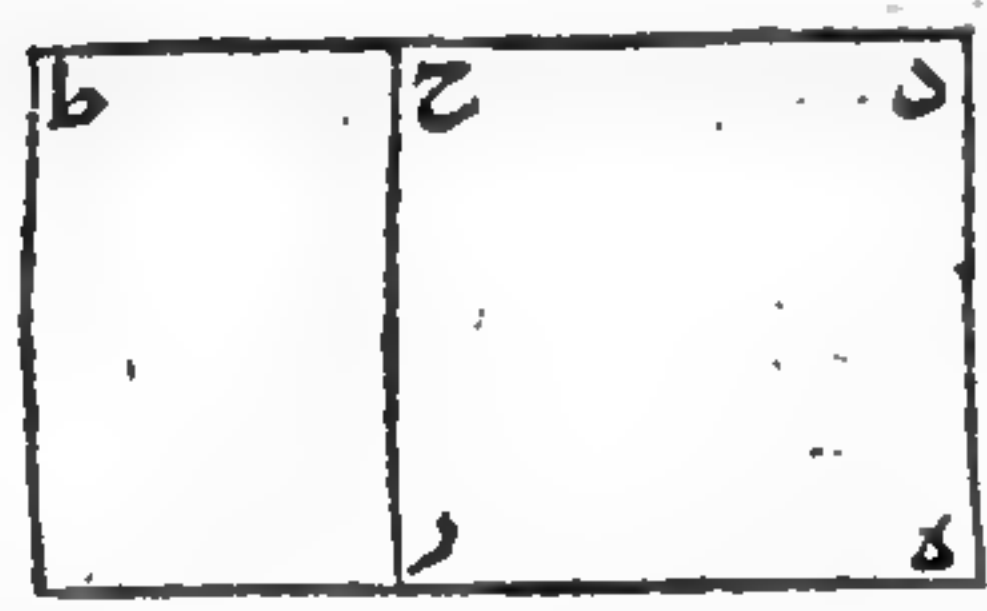
ليكن خط  $AC$  مركبا من خطي  $AB$   $BC$  المتباينين الموسطين المشتركين في القوة فقط وسط  $AB$  في  $BC$  منطقتي فاقول ان  $AC$  اصم برهانه فلان كل واحد من سطحي  $AB$  في  $BC$  منطقتي مجموعتهما المشار لكل واحد منهما بالشكل الحادي عشر منطقتي باستبانة الشكل العاشر وكل واحد من مربعي  $AB$   $BC$  المشار لمجموعتهما بالشكل الحادي عشر موسط فمجموعتهما موصل بالشكل التاسع عشر فضعف سطح  $AB$  في  $BC$  المنطق يباين مجموع مربعي  $AB$   $BC$  الموسط فربع  $AC$  المساوي لمجموع  $AB$   $BC$  وضعف سطح  $AB$  في  $BC$  بالشكل الرابع من الثانية يباين ضعف سطح  $AB$  في  $BC$  المنطق باستبانة الشكل الحادي عشر فربع  $AC$  اصم فاح قوي عليه اصم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل

كل خط مستقيم مركب من خطين مستقيمين موسطين مشتركين في القوة فقط وسط احدهما في الآخر موسط فهو اصم ويسمى ذا الموسطين الثاني

ليكن خط  $AC$  المستقيم مركبا من خطي  $AB$   $BC$  المستقيمين الموسطين المشتركين في القوة فقط وسط  $AB$  في  $BC$  موسط فاقول ان خط  $AC$  اصم برهانه

ليكن خط  $DE$  المستقيم



المحدود منطقا فنضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا يساوي مربعي  $AB$   $BC$  باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول وهو سطح  $DE$  فلان كل واحد من مربعي  $AB$   $BC$  المشتركين موسط فمجموعهما موسط بالشكل التاسع عشر فعرض  $DE$  منطقتي في القوة مباين لخط  $DE$  في الطول بالشكل الثامن عشر فخط  $DE$  المساوي لخط  $DE$  المنطق بالشكل الرابع والثلثين من الاول منطقتي ونضيف الي خط  $DE$  المنطق سطح  $DE$  المتوازي الاضلاع القائم الزوايا المساوي لضعف سطح  $AB$  في  $BC$  باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول فلان سطح  $DE$  موسط بمثل ما بينا ان مجموع مربعي  $AB$   $BC$  موسط فخط  $DE$  منطقتي في القوة مباين لخط  $DE$  في الطول بالشكل الثامن عشر ولان كل واحد من الزوايا التي عند نقطتي  $DE$  قائمة فكل واحد من خطي  $DE$   $DE$  خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاول وهما متوازيان بالشكل السابع والعاشرين من الاول وسطا  $DE$   $DE$  متباينان لتباين خطي  $AB$   $BC$  بمثل ما بينا في الشكل المتقدم فنسبة سطح  $DE$  الى سطح  $DE$  كنسبة  $DE$  الى  $DE$  بالشكل الاول من السادسة وسط  $DE$  يباين سطح  $DE$  فخط  $DE$  يباين خط  $DE$  بالشكل الثامن فخط  $DE$  ذو الاسمين فهو اصم بالشكل الثاني والثلثين ونسبة مربع  $DE$  الى سطح  $DE$  كنسبة  $DE$  الى  $DE$  المتباينين بالشكل الاول من السادسة فربع  $DE$  المنطق يباين سطح  $DE$  فسطح  $DE$  اصم وخط  $AC$  يقوي على سطح  $DE$  بالشكل الرابع من الثانية فاح اصم وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم مركب من خطين متباينين



في القوة مجموع مربعيها منطقتين وضعف سطح  
احدهما في الآخر متوسط اصم يسمى الاعظم

ليكن خط  $آ$  مركبا من خطي  $آب$  و  $بج$  المتباينين في القوة مجموع مربعي  
 $آب$  و  $بج$  منطقتين وضعف سطح احدهما في  
الآخر متوسط فاقول ان  $آ$  اصم برهانه  
فلان مجموع مربعي  $آب$  و  $بج$  منطقتين وضعف  
سطح  $آب$  في  $بج$  متوسط وهما متباينان ومربع  $آ$  يساويهما بالشكل  
الرابع من الثانية فربع  $آ$  يباين كل واحد منهما باستبانة الشكل  
الحادي عشر فباين مجموع مربعي  $آب$  و  $بج$  المنطق فربع  $آ$  اصم فاح اصم  
وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم مركب من خطين متباينين  
في القوة مجموع مربعيها متوسط وضعف سطح احدهما  
في الآخر منطق اصم ويسمى القوي على منطق

$آ$   $ب$   $ج$   $د$   $هـ$   $و$   $ز$   $ح$   $ط$

ليكن خط  $آ$  المستقيم مركبا من خطي  $آب$   
و  $بج$  المتباينين في القوة مجموع مربعيها متوسط وضعف سطح  $آب$  في  $بج$   
منطق فاقول ان  $آ$  اصم برهانه فلان مجموع مربعي  $آب$  و  $بج$  متوسط  
وضعف سطح  $آب$  في  $بج$  منطق وهما متباينان فربع  $آ$  المساوي لهما  
بالشكل الرابع من الثانية يباين ضعف سطح  $آب$  في  $بج$  المنطق  
باستبانة الشكل الحادي عشر فهو اصم فاح اصم وذلك ما اردنا ان نبين

لو

كل خط مستقيم مركب من خطين متباينين  
في القوة مجموع مربعيها متوسط وضعف سطح احدهما  
في الآخر متوسط مباين للاول اصم ويسمى القوي

على

على المتوسطين

$آ$   $ب$   $ج$   $د$   $هـ$   $و$   $ز$   $ح$   $ط$

د	ح	ط
هـ	ز	ر

ليكن خط  $آ$  المستقيم مركبا من  
خطي  $آب$  و  $بج$  المتباينين في القوة  
مجموع مربعي  $آب$  و  $بج$  متوسط  
وضعف سطح  $آب$  في  $بج$  متوسط  
مباين لمجموع المربعين فاقول ان  $آ$   
اصم برهانه ليكن خط  $د$  خط

مستقيما محدودا منطقتين ونضيف اليه سطح  $د$  و  $هـ$  المتوازي الاضلاع  
القائم الزوايا مساويا لمجموع مربعي  $آب$  و  $بج$  بالشكل الثامن عشر فخط  $د$   
المساوي لخط  $د$  بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي منطق فعرض  $د$   
منطق في القوة مباين لخط  $د$  الطول ونضيف الي  $ح$  المنطق سطحا  
متوازي الاضلاع القائم الزوايا مساويا لضعف سطح  $آب$  في  $بج$   
باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو  $ر$  فخط  $ح$  منطق  
في القوة مباين لخط  $ح$  بالشكل الثامن عشر فخط  $د$  و  $ر$  مستقيمان  
بالشكل الرابع عشر من الاولي لان كل واحد من الزوايا التي عند نقطتي  
 $ح$  و  $ر$  قائمة ومتوازيان بالشكل السابع والعشرين من الاولي ولان نسبة  
سطح  $د$  الى  $ر$  كنسبة  $د$  الى  $ح$  بالشكل الاول من السادسة والسطحان  
متباينان فخط  $د$  و  $ح$  متباينان بالشكل الثامن فخط  $د$  و  $ز$  و  $الاسمين$   
ومربع  $د$  منطق ونسبته الى سطح  $هـ$  كنسبة  $د$  الى  $ط$  بالشكل  
الاول من السادسة وهما متباينان فسطح  $هـ$  و  $ط$  يباين مربع  $د$  المنطق  
بالشكل الثامن فهو اصم ومربع  $آ$  يساوي سطح  $هـ$  بالشكل الرابع من  
المقالة الثانية فاح اصم وذلك ما اردنا ان نبين

مقدمة اولى

كل خط مستقيم محدود قسم بقسمين مختلفين مرة بعد اخرى وكان  
اعظم قسمي كل قسمه في احد جهتي الخط بعينه والاصغر في الجهة  
الاخرى فمجموع مربعي قسمي كل قسمة اعظم قسمة اعظم من اعظم قسمي  
قسمة اخرى اعظم من مجموع مربعي قسمي القسمة الاخرى  
ليكن خط  $آ$  قسم بقسمين مختلفين علي  $ب$  ثم علي  $د$  و  $آب$  و  $بج$  اعظم  
قسمي القسمتين في جهة  $آ$  من خط  $آ$  فاقول

$آ$   $ب$   $ج$   $د$   $هـ$   $و$   $ز$   $ح$   $ط$

ان مجموع مربعي  $آد$  و  $د$  اعظم من مجموع  
مربعي  $آب$  و  $بج$  برهانه فلان مربع  $آد$   
يساوي مربعي  $آب$  و  $بج$  وضعف سطح  $آب$  في  $بج$  بالشكل الرابع من الثانية  
ومربع  $بج$  يساوي مربعي  $بد$  و  $دج$  وضعف سطح  $بد$  في  $دج$  بالشكل  
الرابع من الثانية فاذا القينا مربعات  $آب$  و  $بد$  المشتركة يبقى ضعف



سطح  $آب$  في  $بـ$  اعظم من ضعف سطح  $بـ$  في  $دـ$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

مقدمة ثانية

ليكن  $آب$  خطا مستقيما محدودا ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا يساوي مربعي  $آد$  و  $دـ$  باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول وهو سطح  $بـ$  و  $دـ$  ونضيف

الى خط  $دـ$  سطحا متوازي الاضلاع

القائم الزوايا يساوي ضعف سطح

$آد$  في  $دـ$  وهو سطح  $دـ$  باستبانة

الشكل الرابع والاربعين من الاول ونضيف الى خط  $آب$  سطحا متوازي

الاضلاع قائم الزوايا يساوي مجموع مربعي  $آب$  و  $بـ$  باستبانة الشكل

الرابع والاربعين من الاول وهو سطح  $بـ$  فيكون اصغر من سطح  $بـ$  بالمقدمة الاولى ونضيف الى خط

مرح سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا يساوي ضعف سطح  $آب$  في  $بـ$  باستبانة الشكل المذكور وهو سطح  $دـ$  فلان مربعي  $آد$  و  $دـ$  وضعف سطح  $آد$

في  $دـ$  يساوي مربع  $آد$  ومربعي  $آب$  و  $بـ$  وضعف سطح  $آب$  في  $بـ$  يساويان مربع  $آد$  بالشكل الرابع من الثانية فيكون فضل مربعي  $آد$  و  $دـ$  علي مربعي  $آب$  و  $بـ$  يساوي فضل ضعف سطح  $آب$  في  $بـ$  علي ضعف سطح  $آد$  في  $دـ$  وهو سطح  $دـ$  وذلك ما اردنا ان نبين

لـ

كل خط مستقيم محدود قسم بذوي الاسمين علي

نقطة فانه لا يمكن ان يقسم ذلك الخط بذوي الاسمين

علي نقطة اخري اصلا الا علي نقطة واحدة فقط غير

الاولي يكون قسما الخط من القسمين متساويين

الاعظم للاعظم والا صغر للصغر

والا فلنقسم خط  $آد$  المستقيم المحدود علي نقطتي  $بـ$  و  $دـ$  بذوي الاسمين

يكون قسما  $آب$  و  $بـ$   $آد$  و  $دـ$  مخالفين بالصغر والكبر فنضيف الي خط  $آب$  المستقيم المحدود المنطق سطحا متوازي الاضلاع القائم الزوايا يساوي

مربعي

مربعي  $آد$  و  $دـ$  وهو سطح  $بـ$  و  $دـ$  ونضيف الي خط  $دـ$  سطحا متوازي

الاضلاع قائم الزوايا يساوي ضعف سطح  $آد$  في  $دـ$  وهو سطح  $دـ$  ونضيف

الي خط  $آب$  سطحا متوازي الاضلاع القائم الزوايا يساوي مربعي  $آب$  و  $بـ$

وهو سطح  $بـ$  فيكون اصغر من سطح  $بـ$  بالمقدمة الاولى ونضيف

الي خط  $مرح$  سطحا متوازي الاضلاع القائم الزوايا يساوي ضعف سطح  $آب$  في  $بـ$  وهو سطح  $دـ$  كل ذلك باستبانة

الشكل الرابع والاربعين من الاول فيكون سطح  $دـ$  هو فضل مربعي  $آد$  و  $دـ$  علي مربعي  $آب$  و  $بـ$  وهو بعينه فضل ضعف سطح  $آب$  في  $بـ$  علي ضعف سطح  $آد$  في  $دـ$  بالمقدمة الثانية لكن كل واحد من المربعات الاربعة

منطق وكل واحد من ضعفي السطحين موصل وفضل المنطق علي المنطق منطق بالشكل الحادي عشر وباستبانة الشكل العاشر وفضل

الموسط علي الموسط اصم بالشكل العشرين فسطح  $دـ$  منطق واصم هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لـ

كل خط مستقيم محدود قسم بذوي الموسطين

الاول فلا يمكن ان ينقسم بذوي الموسطين علي نقطة

اصلا الا علي نقطة واحدة فقط قسما الخط من

القسمتين متساويان الاعظم للاعظم والا صغر

لـ

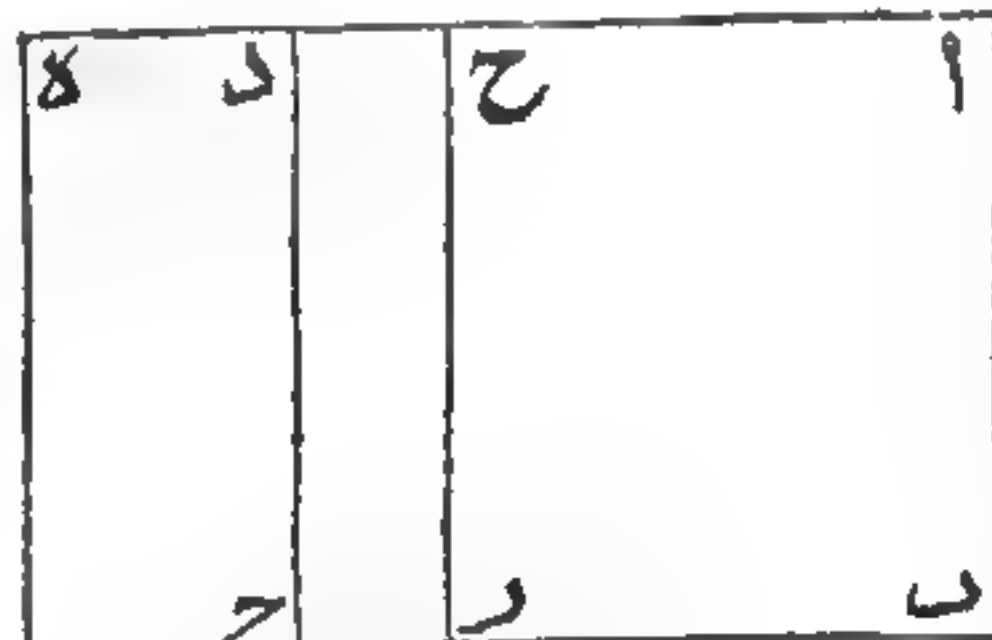
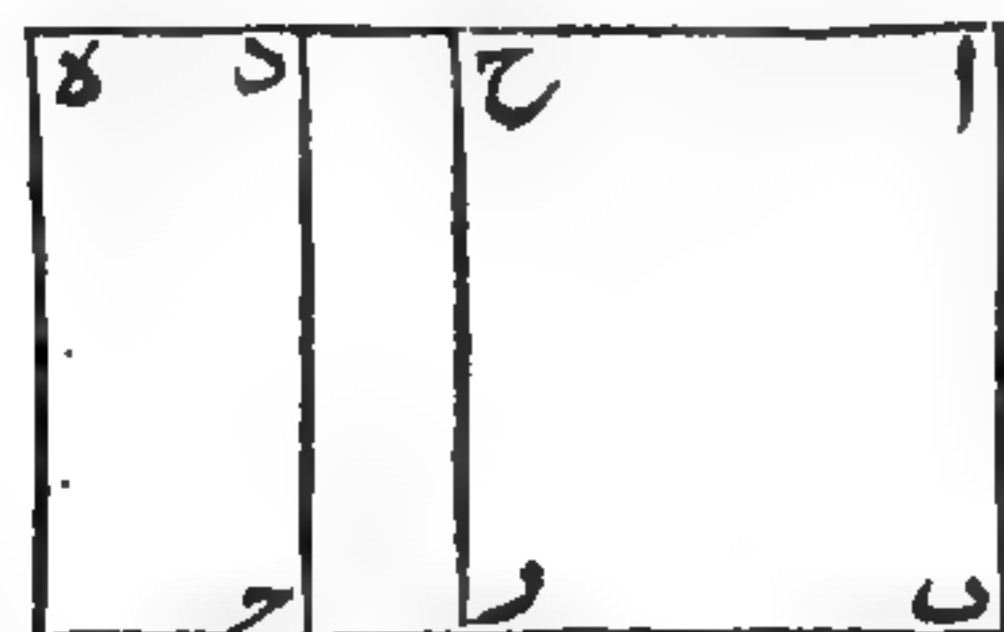
والا فلنقسم خط  $آد$  علي نقطتي  $بـ$  و  $دـ$  بذوي الموسطين الاول وقسما  $آب$  و  $بـ$  مخالفان قسما  $آد$  و  $دـ$  بالكبر والصغر فنضيف الي خط  $آب$  المستقيم

المحدود المنطق سطحا متوازي الاضلاع القائم الزوايا يساوي مربعي قسمي  $آد$  و  $دـ$  وهو سطح  $بـ$  و  $دـ$  ونضيف الي خط  $دـ$  سطحا متوازي الاضلاع

قائم الزوايا يساوي ضعف سطح  $آد$  في  $دـ$  وهو سطح  $دـ$  ونضيف الي خط  $آب$  سطحا متوازي الاضلاع القائم الزوايا يساوي مربعي  $آب$  و  $بـ$  وهو

سطح  $بـ$  ونضيف الي خط  $مرح$  سطحا متوازي الاضلاع القائم الزوايا

ا ب د ح





يساوي ضعف سطح  $AB$  في  $BC$  وهو سطح  $BC$  بالمقدمة الثانية كل ذلك

باستبانة الشكل الرابع والاربعين

من الاول في فضل سطح  $AC$  المتوسط على

الاربعين وهو سطح  $BC$  بالشكل

الاربعين وهو فضل ضعف سطح  $AB$  في

$BC$  المنطق على ضعف سطح  $AD$  في

$DC$  المنطق منطق بالشكل الحادي

عشر وباستبانة الشكل العاشر

وهو سطح  $BC$  فسطح  $BC$  منطق وامم

معاهد هذا خلف الحكم ثابت وذلك

ما اردنا ان نبين

ا ب د ج

ا	د	ج
ب	ر	ز

ط

كل خط مستقيم ينقسم بندي الوسطين الثاني

لا يمكن ان ينقسم بموسطيه الاعلى نقطة واحدة فقط

يكون قسما القسمين متساويين الاعظم للاعظم

والاصغر للاصغر

ا	ل	ح
ر	ط	م

لكن  $AC$  خطا مستقيما منتقسما

بندي الوسطين الثاني على نقطة  $B$

فاقول انه لا يمكن ان ينقسم على

نقطة اخري بموسطية الثاني

يختلف قسما القسمين بالكل والاصغر الكبير والاصغر للصغير

برهانه والا فلنقسم كذلك على نقطة  $D$  فنضيف الى خط  $BC$  المستقيم

المحدود المنطق سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا يساوي مربعي  $AB$

$BC$  وهو سطح  $DC$  وسطح اخر كذلك يساوي ضعف سطح  $AB$  في  $BC$

وهو سطح  $AC$  باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول فكل من عرضي

$BC$  والمنطق في القوة مباين لهما في الطول بالشكل الثامن عشر ولان

زوايا التي عند نقطتي  $C$   $ط$  قوايم فكل من خطي  $BC$  وما يقابله خط

مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاول وهما متوازيان بالشكل السابع

والعشرين من الاول ونسبة سطح  $ط$  الى سطح  $ط$  لا كنسبة خط  $BC$  الى خط

$ح$  بالشكل الاول من السادسة وسطح  $ط$  لا متباينان بمثل ما بينا في

الشكل الخامس والثلاثين فخط  $ح$  لا متباينان بالشكل الثامن وهما

منطقان

منطقان بالقوة خط  $BC$  والاسمين بالشكل الثالث والثلاثين منتقسما

باسميه على نقطة  $C$  ونضيف الى خط  $BC$  ايضا سطحا متوازي الاضلاع

قائم الزوايا يساوي مربعي  $AD$  وهو سطح  $BC$  وسطح اخر كذلك

يساوي ضعف سطح  $AD$  في  $DC$  وهو سطح  $AC$  باستبانة الشكل الرابع

والاربعين من الاول وتبين بمثل ما بينا ان خط  $BC$  والاسمين منتقسما

باسميه على نقطة  $C$  فذو الاسمين منتقسما باسميه على نقطتي  $C$   $ل$  هذا

خلف بالشكل التاسع والثلاثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لاشي من الخط الاعظم ينقسم بقسميه الا على

نقطتين فقط يكون قسما القسمتين متساويين

ولكن  $AC$  خطا اعظم منتقسما باسميه على نقطة  $B$  فاقول انه لا يمكن

ان ينقسم باسميه على غير نقطة  $B$

يكون قسما مخالفين لقسمي  $AB$

$BC$  بالصغر والكل الاكبر للاكبر

والاصغر للاصغر فان امكن فلنقسم

على نقطة  $D$  باسميه كذلك فنضيف

الى خط  $AB$  المستقيم المحدود

المنطق سطحا متوازي الاضلاع قائم

الزوايا يساوي مربعي  $BD$  وهو

سطح  $BC$  ونضيف الى خط  $BC$  كذلك

يساوي ضعف سطح  $AD$  في  $DC$  وهو سطح  $AC$  ونضيف ايضا الى خط  $AB$

سطحا كذلك يساوي مربعي  $AB$  وهو سطح  $BC$  فيكون اصغر من

سطح  $BC$  بالمقدمة الاولى ونضيف الى خط  $BC$  سطحا كذلك يساوي

ضعف سطح  $AB$  في  $BC$  وهو سطح  $AC$  بالمقدمة الثانية كل ذلك باستبانة

الشكل الرابع والاربعين من الاول فيكون سطح  $BC$  هو فضل مربعي  $AD$

$DC$  على مربعي  $AB$   $BC$  وهو بعينه فضل ضعف سطح  $AB$  في  $BC$  على

ضعف سطح  $AD$  في  $DC$  بالمقدمة الثانية لكن كل واحد من مجموع مربعي  $AD$

$DC$  و  $AB$   $BC$  منطق وفضل المنطق على المنطق منطق بالشكل

الحادي عشر وباستبانة الشكل العاشر وكل من ضعفي سطح  $AD$  في  $DC$  و  $AB$  في

$BC$  موسط وفضل المتوسط على المتوسط اصم بالشكل العشرين فسطح  $BC$

بعينه منطق وموسط هذا خلف الحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ما

ا ب د ج

ا	د	ج
ب	ر	ز



لاشي من الخط القوي على منطق وموسط ينقسم  
بقسميه الاعلى نقطتين فقط يكون قسما القسمتين

## متساوین

7 5 0

1	2	3	4
5	6	7	8

ليكن  $A$  القوي على  $M$  فاقول  
وموسط منتسما بقسميه على  $B$  فاقول  
انه لا يمكن ان ينقسم بقسميه على  
نقطة اخرى يكون فسماء مخالفين  
لقسمي  $A$  ب  $C$  بالصغر والكبر  
الصغير للصغير والكبير للكبير والا  
فليقسم على نقطة كذلك فنضيف

الي خط  $\overline{AB}$  المستقيم المحدود المنطق سطحاً متوازي الاضلاع قائم الزوايا  
 يساوي مربعي  $\overline{AD}$  وهو سطح  $\overline{BC}$  ونضيف الي خط  $\overline{CD}$  سطحاً كذلك  
 يساوي ضعف سطح  $\overline{AD}$  في  $\overline{DE}$  وهو سطح  $\overline{CE}$  ونضيف الي خط  $\overline{AB}$  سطحاً  
 كذلك يساوي مربعي  $\overline{AB}$  وهو سطح  $\overline{BD}$  فيكون اقل من سطح  $\overline{BD}$   
 بالمقدمة الاولى ونضيف الي خط  $\overline{AC}$  سطحاً كذلك يساوي ضعف سطح  
 $\overline{AB}$  في  $\overline{BE}$  وهو سطح  $\overline{AE}$  بالمقدمة الثانية كل ذلك باستبانة الشكل الرابع  
 والاربعين من الاولى فسطح  $\overline{DE}$  هو فضل مربعي  $\overline{AD}$  علي مربعي  $\overline{AB}$   $\overline{BC}$   
 وهو ايضاً فضل ضعف سطح  $\overline{AB}$  في  $\overline{BE}$  علي ضعف سطح  $\overline{AD}$  في  $\overline{DE}$  لكن  
 فضل المربعين علي المربعين فضل المتوسط علي المتوسط فهو اصم بالشكل  
 العشرين وفضل ضعف سطح  $\overline{AB}$  في  $\overline{BE}$  علي ضعف سطح  $\overline{AD}$  في  $\overline{DE}$  فضل  
 المنطق علي المنطق فهو منطق بالشكل الحادي عشر وباستبانة الشكل  
 العاشر فسطح  $\overline{DE}$  بعينه منطق واصم هذا خلف فالحكم ثابت وذلك  
 ما اردنا ان نبين

**مب**

لاشي من القوي علي موسطين ينقسم بقسميه الاعلي  
نقطتين فقط يكون قسمها القسمتين متساويين ٥

فليكن  $\overline{AC}$  القوي على  $\overline{AB}$  موسطين مقسمها على نقطة  $\overline{B}$  بقسميه فاقول انه لا يمكن ان ينقسم بقسميه على غير نقطة  $\overline{B}$  يكون فسماء  $\overline{AC}$  الخالعين لقسميه  $\overline{AB}$  بالكر والضعف فان امكن فليتنقسم على نقطة  $\overline{D}$  كذلك ونبين الخلف بمثل ما بينا في ذي الموسطين الثاني والشكل كالشكل وذلك ما اردنا

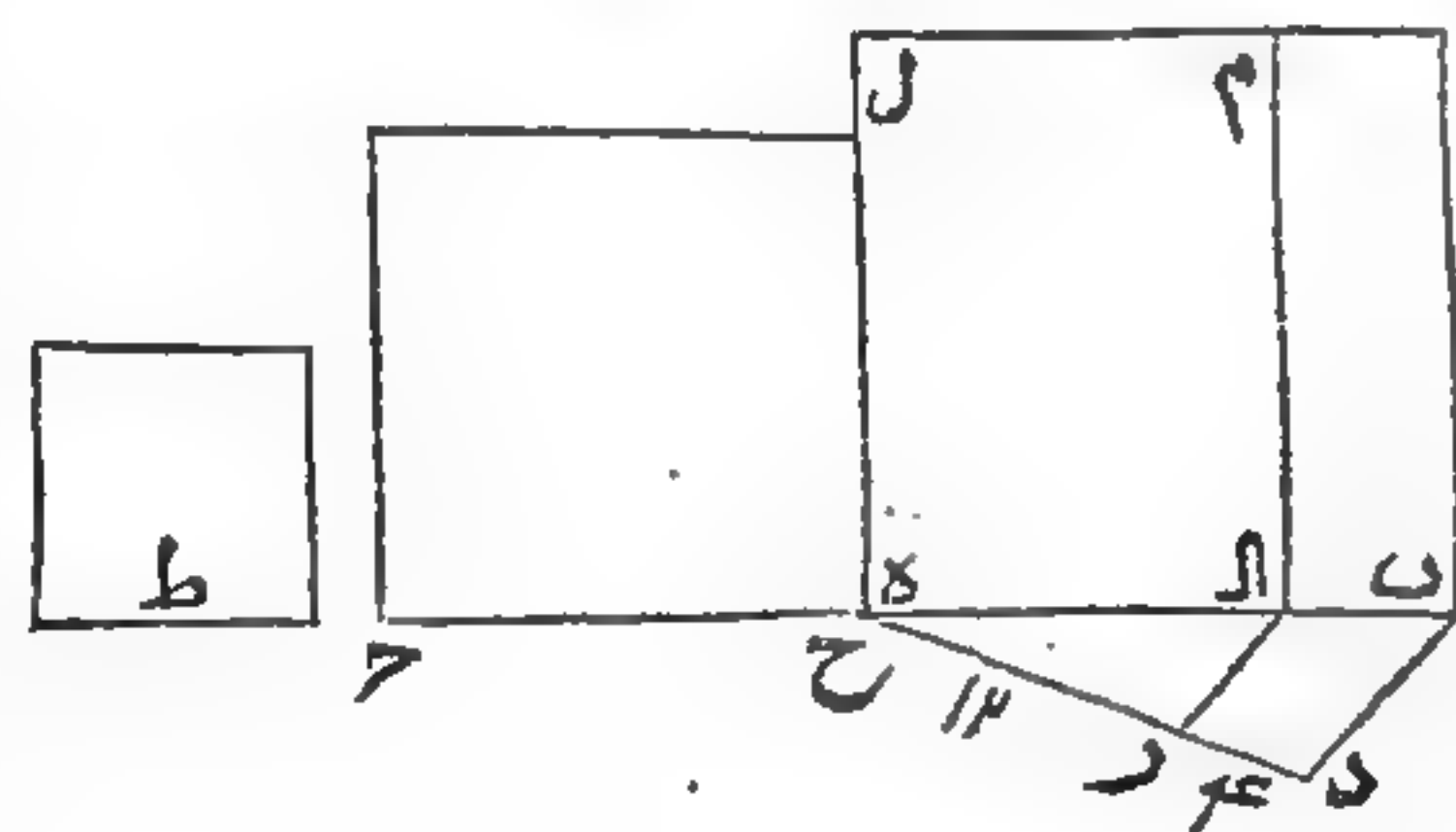
اردنان فی

## مصادرة ثانية

القسم الاعظم من كل خط مستقيم محدود انقسم بذوي الاسمين يقوي علي  
علي قسمة الاصغر بمربع خط مستقيم محدود بالمقدمة التي ذكرنا ها قبل  
الثاني عشر فاما ان يقوي عليه بمربع خط يشاركه في الطول او يباينه فيه  
فان قوي عليه بمربع خط يشاركه في الطول فان كان القسم الاعظم من  
ذوي الاسمين منطقا في الطول يسمى ذا الاسمين الاول  $\text{هـ}$  فان كان قسمة  
الاصغر منطقا في الطول فهو ذوي الاسمين الثاني  $\text{هـ}$  وان لم يكن شي من  
قسميه منطقا في الطول فهو ذو الاسمين الثالث  $\text{هـ}$  وان قوي الاطول علي  
الاقصر بزيادة مربع خط يباينه في الطول فان كان القسم الاطول  
منطقا في الطول فهو ذو الاسمين الرابع  $\text{هـ}$  وان كان القسم الاصغر منطقا  
في الطول فهو ذو الاسمين الخامس  $\text{هـ}$  وان لم يكن شي منهما منطقا في  
الطول فهو ذو الاسمين السادس ولا يمكن ان يكون قسما ذوي الاسمين  
منطقتين في الطول والا لكانا مشتركين في الطول وهما متباينان هذا خلف

لذلك نجد في الاسمين الاول

لَبِكنَ آخِطًا مُنطَقًا وَيَشَارِكُهُ بَ حَ فَهُوَ مُنطَقٌ بِاسْتِثْنَاءِ الشَّكْلِ الْعَاشِرِ  
وَنَجِدُ عِدَدَ دِينَ مَرْبَعِينَ لِبَسِّ الْفُضْلِ بَيْنَهُمَا مَرْبَعًا بِالْمُقَدِّمَةِ الْمَذْكُورَةِ قَبْلَ  
الشَّكْلِ الثَّانِي وَالْعَشْرِينَ وَهَادَّةٌ دَرٌّ وَالْفُضْلُ بَيْنَهُمَا رَّةٌ وَنَجْعَلُ خَطَ بَ حَ  
مَعَ عِدَدِ دَرٍّ مُحِيطًا بِزَاوِيَةِ بَحِثٍ يَنْطَبِقُ نَقْطَةُ هَ عَلَى نَقْطَةِ حَ وَنُصَلِّ  
بَيْنَ نَقْطَتَيْ بَ دَ بِخَطٍ مُسْتَقِيمٍ وَنُخْرِجُ مِنْ نَقْطَةِ رَ خَطَ رَ كَ يَوَازِي بَدَ



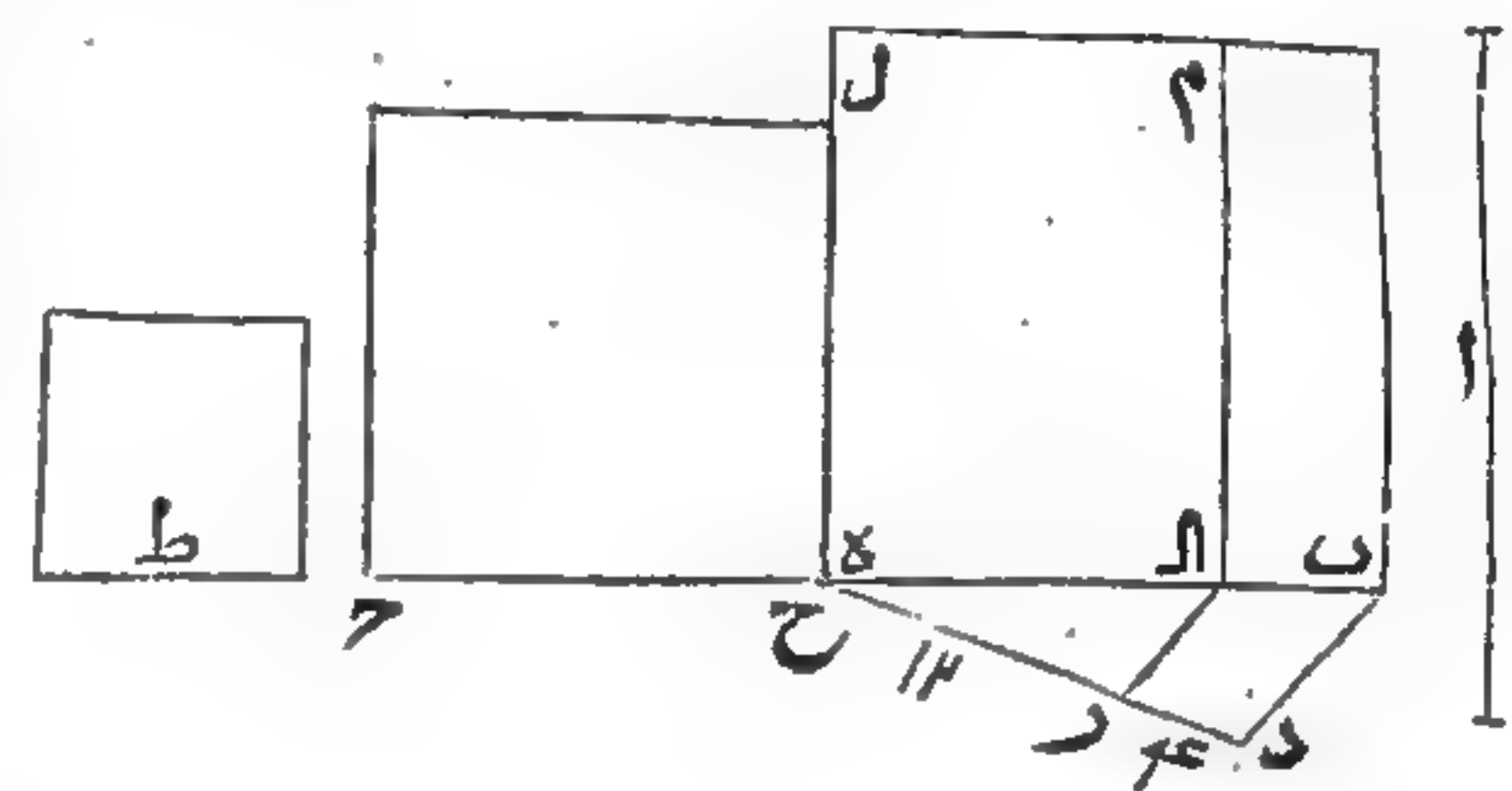
بالشكل الواحد  
والثلاثين من الاولي  
فلمنته الي خط  
بح علي نقطة لا  
ونرسم علي بح  
مربع بح  
بالشكل السادس  
والاربعين من

الاولي ونخرج من نقطة  $\alpha$  خط  $\alpha\beta$  موازيا لخط  $\alpha\gamma$  فلينته الى ضلع المربع  
علي نقطة  $\beta$  ونرسم مربعا يساوي سطح  $\alpha\beta\gamma$  وهو مربع ضلعه  $\beta\gamma$  ومربعا  
اخر يساوي سطح  $\beta\gamma\delta$  بالشكل الرابع عشر من الثانيه والسادس  
والاربعين من الاول وليكن ضلعه  $\gamma\delta$  فاقول ان الخط المستقيم المركب من



خطي  $\overline{ب ح}$   $\overline{ح د}$  ذو الاسمين الاول برهانه فلان نسبة مربع  $\overline{ب ل}$  الي  
سطح  $\overline{ل ا}$  كنسبة  $\overline{ب ح}$  الي  $\overline{ح ا}$  بالشكل الاول من السادسة ولان مثلثي  $\overline{ب د ه}$

الهم متشابهان  
بالشكل التاسع  
والعشرين من  
الاولي والشكل  
الرابع من السادسة  
فنسبة  $\overline{د ه}$  الي  $\overline{د ر}$   
كنسبة مربع  $\overline{ب ل}$   
الي سطح  $\overline{ل ا}$  ونسبة

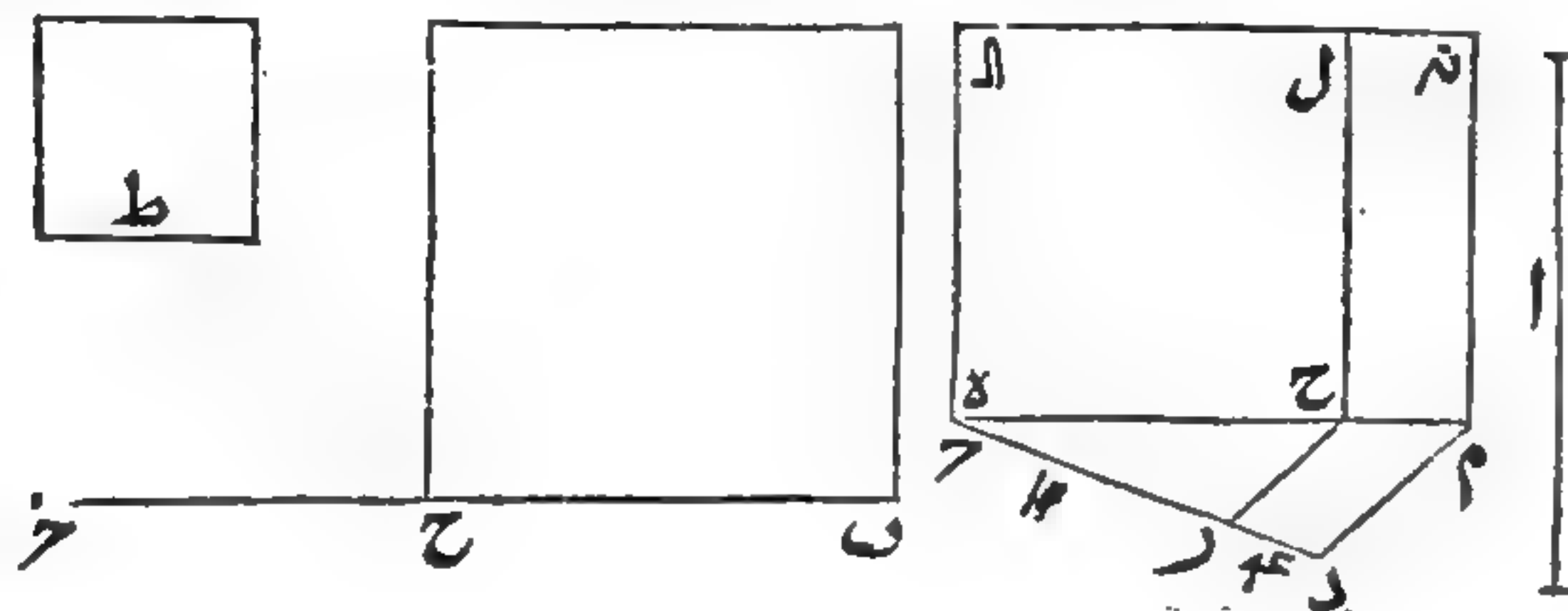


مربع  $\overline{ب ل}$  الي مربع  $\overline{ح د}$  كنسبة  $\overline{ل ا}$  الي سطح  $\overline{ل ا}$  بالشكل السابع من الخامسة  
فنسبة  $\overline{د ه}$  الي  $\overline{د ر}$  كنسبة مربع  $\overline{ب ل}$  الي مربع  $\overline{ح د}$  بالشكل الحادي عشر من  
الخامس فب  $\overline{ب ح}$   $\overline{ح د}$  منطقتان في القوة متباينان في الطول بالشكل السابع  
ونسبة مربع  $\overline{ب ل}$  الي مربع  $\overline{ط د}$  كنسبة  $\overline{ل ا}$  الي سطح  $\overline{ب م}$  بالشكل السابع من  
الخامسة ونسبة  $\overline{ب ح}$  الي  $\overline{ب ا}$  كنسبة مربع  $\overline{ب ل}$  الي سطح  $\overline{ب م}$  فبالشكل  
الحادي عشر نسبة مربع  $\overline{ب ل}$  الي مربع  $\overline{ط د}$  كنسبة  $\overline{ب ح}$  الي  $\overline{ب ا}$  وبالقلب  
نسبة  $\overline{د ه}$  الي  $\overline{د ر}$  كنسبة  $\overline{ب ح}$  الي  $\overline{ب ا}$  فبالشكل الحادي عشر نسبة مربع  
 $\overline{ب ل}$  الي مربع  $\overline{ط د}$  كنسبة عدد  $\overline{د ه}$  المربع الي عدد  $\overline{د ر}$  المربع فخط  $\overline{ب ح}$   
يشارك ضلع  $\overline{ط د}$  في الطول بالشكل السابع فخط  $\overline{ب ح}$  المستقيم مركب من  
خطي  $\overline{ب ح}$   $\overline{ح د}$  المنطقتين في القوة فقط وخط  $\overline{ب ح}$  منطقتي في الطول  
وقوي علي خط  $\overline{ح د}$  بمربع خط يشاركه في الطول وهو ضلع  $\overline{ط د}$  فالحكم  
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لنجد ذا الاسمين الثاني

ليكن آ خطا منطقتا في الطول ويشاركه خط  $\overline{ح د}$  في الطول فهو منطقتان  
باستينانه الشكل العاشر ونجد عددين مربعين ليس الفضل بينهما مربعا  
بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الثاني والعشرين وهما  $\overline{د ه}$   $\overline{د ر}$  والفضل  
بينهما  $\overline{ر ه}$  ونجعل  $\overline{ح د}$  مع  $\overline{د ه}$  محيطا بزواية بحيث ينطبق نقطة  $\overline{د ه}$  علي  
نقطة  $\overline{ح د}$  ونصل بين نقطتي  $\overline{ر ه}$  بخط مستقيم ونخرج من  $\overline{د ه}$  خط  $\overline{د م}$  موازيا  
لخط  $\overline{ر ه}$  بالشكل الواحد والثلاثين من الاول فلان زاويتي  $\overline{ح د ه}$   $\overline{د م ه}$  اقل  
من قائمتين بالشكل السابع عشر من الاول وزاوية  $\overline{د م ه}$  كزاوية  $\overline{د د م}$   
بالشكل التاسع والعشرين من الاول فخط  $\overline{ح د}$   $\overline{د م}$  اذا اخرجاهما علي  
استقامتهما في جهة  $\overline{ح د}$  يتلاقيان فليبتلأبا علي نقطة  $\overline{م}$  ونرسم علي خط  
 $\overline{ح د}$  مربع  $\overline{ح ل}$  بالشكل السادس والاربعين من الاول ونخرج من نقطة  $\overline{م}$   
خط

خط  $\overline{م ن}$  موازيا لخط  $\overline{ح ل}$  بالشكل الواحد والثلاثين من الاول ونخرجه  
علي استقامته في جهة  $\overline{ن ل}$  في جهة  $\overline{ل ا}$  علي استقامته فمما يتلاقيان  
لان اذا وصلنا  $\overline{ا م}$  بخط مستقيم يكونا زاويتي  $\overline{ل ا م}$   $\overline{م ا ل}$  اقل من قائمتين  
لان كل واحد من زاويتي  $\overline{ل ا م}$   $\overline{م ا ل}$   $\overline{د م ن}$  قائمة فليبتلأبا علي نقطة  $\overline{ن}$  ونرسم



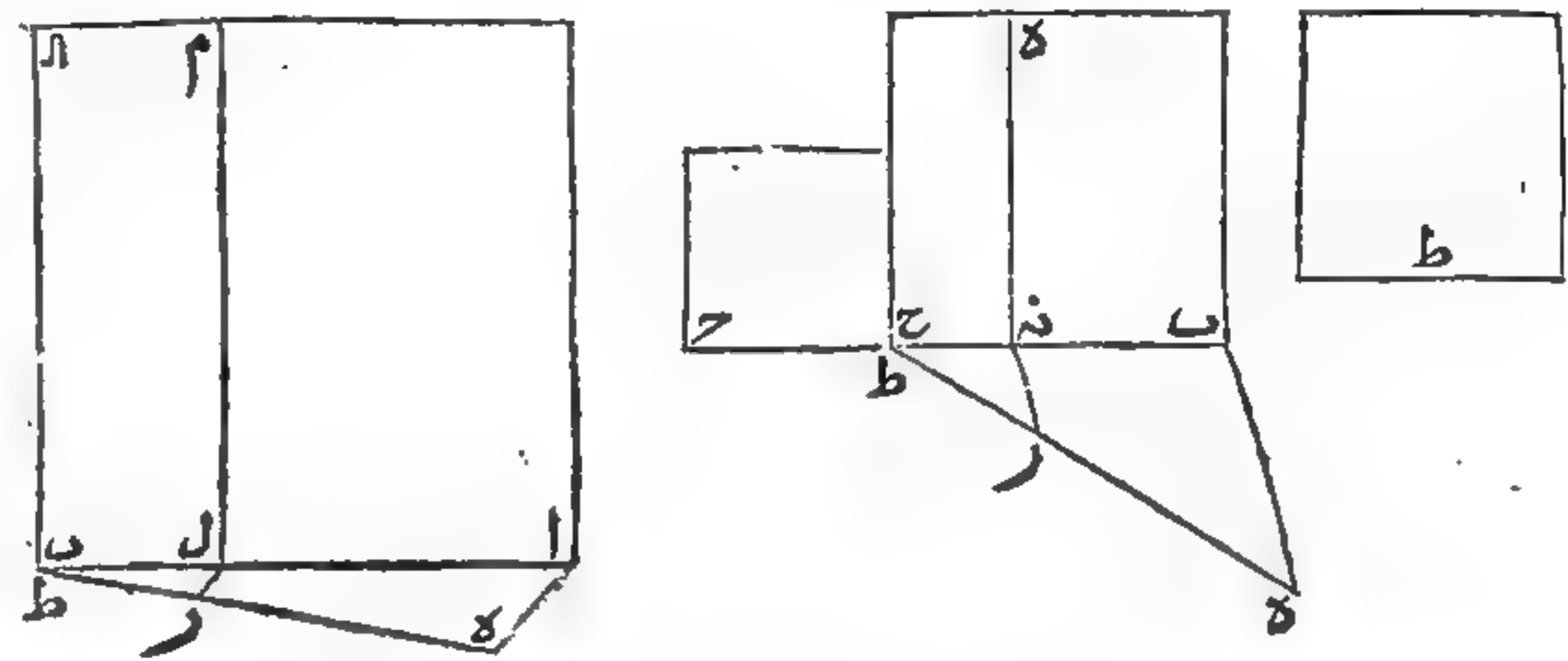
مربعا يساوي سطح  $\overline{م ا}$  ضلعه  $\overline{ب ح}$  ومربعا آخر يساوي سطح  $\overline{م ل}$  ضلعه  
 $\overline{ط د}$  بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاول  
فلان زاويتي  $\overline{ح د م}$   $\overline{د م ر}$  من مثلث  $\overline{ح د م}$  يساويان زاويتي  $\overline{م د ه}$   $\overline{د ه ر}$  من  
مثلث  $\overline{د ه ر}$  بالشكل التاسع والعشرين من الاول وزاوية  $\overline{د ه م}$  مشتركة  
بين مثلثي  $\overline{ح د م}$   $\overline{د ه ر}$  فبالشكل الرابع من السادسة نسبة  $\overline{د ه}$  الي  $\overline{د ر}$  كنسبة  
 $\overline{م ا}$  الي  $\overline{م ل}$  ونسبة سطح  $\overline{م ا}$  الي مربع  $\overline{ح د}$  كنسبة  $\overline{م ل}$  الي  $\overline{م ا}$  بالشكل الاول  
من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة  $\overline{د ه}$  الي  $\overline{د ر}$  كنسبة  
سطح  $\overline{م ا}$  الي مربع  $\overline{ح د}$  ونسبة مربع  $\overline{ب ح}$  الي مربع  $\overline{ح د}$  كنسبة سطح  $\overline{م ا}$  الي  
مربع  $\overline{ح د}$  بالشكل السابع من الخامسة فنسبة  $\overline{د ه}$  الي  $\overline{د ر}$  كنسبة مربع  $\overline{ب ح}$   
الي مربع  $\overline{ح د}$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة فمما متباينان بالشكل  
السابع ونسبة مربع  $\overline{ب ح}$  الي مربع  $\overline{ط د}$  كنسبة سطح  $\overline{م ا}$  الي مربع  $\overline{ط د}$   
بالشكل السابع من الخامسة وبالقلب نسبة  $\overline{د ه}$  الي  $\overline{د ر}$  كنسبة سطح  $\overline{م ا}$  الي  
سطح  $\overline{م ل}$  فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع  $\overline{ب ح}$  الي مربع  $\overline{ط د}$   
كنسبة  $\overline{د ه}$  الي  $\overline{د ر}$  العددين المربعين فضلع  $\overline{ب ح}$  يشارك ضلع  $\overline{ط د}$  في الطول  
بالشكل السابع فخط  $\overline{ب ح}$   $\overline{ح د}$  منطقتان في القوة ومشاركان فمما فقط  
وخط  $\overline{ب ح}$  الاطول يقوي علي خط  $\overline{ح د}$  الاقصر المنطقتان في الطول بزيادة  
مربع خط يشاركه في الطول فقط فالخط المستقيم المركب من خطي  $\overline{ب ح}$   
 $\overline{ح د}$  ذو الاسمين الثاني فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لنجد ذا الاسمين الثالث

ليكن آ خطا مستقيما منطقتا في الطول ونجد عددين مربعين ليس  
الفضل بينهما مربعا بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الثاني والعشرين



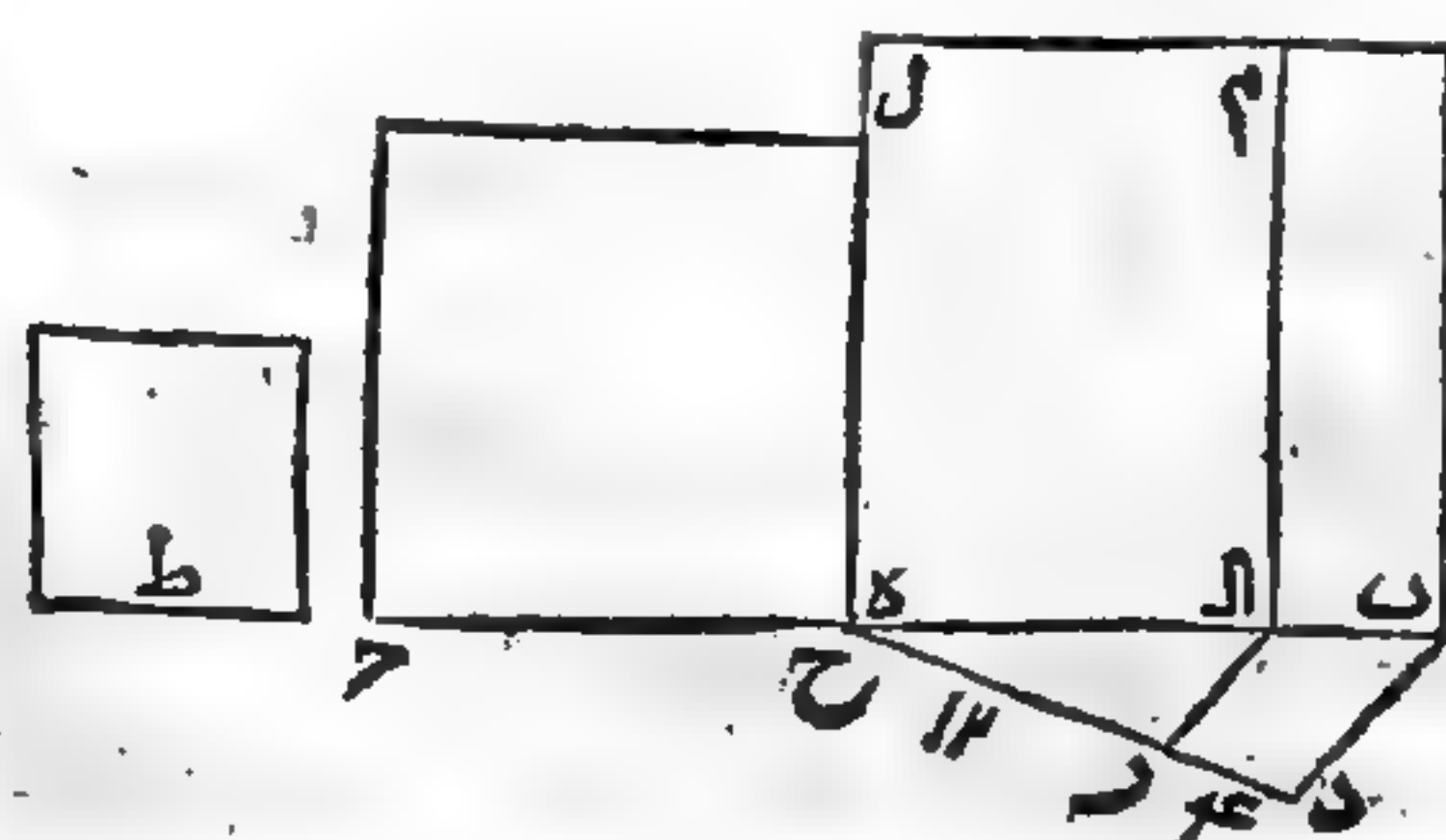
وهما  $\epsilon$  ط  $\epsilon$  م و  $\epsilon$  ط هو الفضل بينهما وليس مربعا وليكن  $\epsilon$  ط عدد اول  
فلا يكون نسبته الى  $\epsilon$  ط ولا الى  $\epsilon$  م كنسبة عددين مربعين والا لكان  
العدد الاول مربعا او مستطعا بالشكل الثاني والعشرين من الثامنة هذا  
خلف ونجعل خط  $\alpha\beta$  مع عدد  $\epsilon$  ط محيطا بزوايا  $\alpha$  ط  $\epsilon$  بحيث



ينطبق نقطة  $\epsilon$  ط على نقطة  $\beta$  ونرسم على خط  $\alpha\beta$  مربع  $\alpha\beta$  بالشكل  
السادس والاربعين من الاول ونصل بين نقطتي  $\alpha$   $\epsilon$  بخط مستقيم  
ونخرج من نقطة  $\epsilon$  خط  $\epsilon\lambda$  موازيا لخط  $\alpha\epsilon$  بالشكل الواحد والثلاثين من  
الاولي فليبتنه الى خط  $\alpha\beta$  على نقطة  $\lambda$  ونخرج منها عمود  $\lambda\mu$  على  $\alpha\beta$   
بالشكل الحادي عشر من الاول فليبتنه الى ضلع مربع  $\alpha\epsilon$  على نقطة  $\mu$   
فلان كل واحد من الزوايا التي عند نقطتي  $\alpha$   $\beta$  قائمة فكل من سطحي  $\alpha\mu$   
 $\mu\beta$  متوازي الاضلاع بالشكل التاسع والعشرين من الاول ولان زاوية  
 $\lambda\epsilon\tau$  كزاوية  $\alpha\epsilon\tau$  بالشكل التاسع والعشرين من الاول وزاوية  $\alpha\epsilon\tau$   
مشتركة بين مثلثي  $\alpha\epsilon\tau$   $\lambda\epsilon\tau$  فزاوية  $\epsilon\lambda\tau$  كزاوية  $\alpha\epsilon\tau$  بالشكل الثاني  
والثلاثين من الاول فبالشكل الرابع من السادسة نسبة  $\epsilon\tau$  الى  $\tau\mu$   
كنسبة  $\alpha\epsilon$  الى  $\tau\lambda$  ونسبة مربع  $\alpha\epsilon$  الى سطح  $\lambda\alpha$  كنسبة  $\alpha\epsilon$  الى  $\tau\lambda$   
بالشكل الاول من السادسة فنسبة  $\epsilon\tau$  الى  $\tau\mu$  كنسبة مربع  $\alpha\epsilon$  الى سطح  
 $\lambda\alpha$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونجعل مربعا يساوي سطح  $\lambda\alpha$   
بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاول  
وليكن ضلعه  $\beta\gamma$  فنسبة مربع  $\alpha\epsilon$  الى مربع  $\beta\gamma$  كنسبة مربع  $\alpha\epsilon$  الى  
سطح  $\lambda\alpha$  بالشكل السابع من الخامسة وكانت نسبة  $\epsilon\tau$  الى  $\tau\mu$  كنسبة  
مربع  $\alpha\epsilon$  الى سطح  $\lambda\alpha$  فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع  $\alpha\epsilon$   
الى مربع  $\beta\gamma$  كنسبة  $\epsilon\tau$  الى  $\tau\mu$  وهما ليسا عددين مربعين فخط  $\beta\gamma$   
يشارك خط  $\alpha\beta$  في القوة ويباينه في الطول بالشكل السابع فخط  $\beta\gamma$   
منطوق في القوة فقط ونجعل  $\beta\gamma$  ايضا مع عدد  $\epsilon$  ط محيطا بزوايا  
بحيث ينطبق نقطة  $\epsilon$  ط على نقطة  $\beta$  ونصل بين نقطتي  $\epsilon$   $\beta$  بخط مستقيم  
ونخرج من نقطة  $\epsilon$  خط  $\epsilon\lambda$  موازيا لخط  $\beta\epsilon$  بالشكل الواحد والثلاثين  
من

من الاول فليبتنه الى  $\beta\gamma$  على نقطة  $\delta$  ونخرج عنها عمود  $\delta\epsilon$  فليبتنه الى ضلع  
مربع  $\beta\gamma$  على  $\epsilon$  بالشكل الحادي عشر من الاول فسطحا  $\beta\epsilon$   $\epsilon\delta$  متوازي  
الاضلاع بالشكل السابع والعشرين من الاول ونجعل مربعا يساوي  
سطح  $\epsilon\delta$  وليكن ضلعه  $\gamma\delta$  ونجعل مربعا آخر يساوي سطح  $\beta\epsilon$  وليكن  
ضلعه  $\tau\delta$  بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من  
الاولي فلان زاوية  $\delta\epsilon\tau$  يساوي زاوية  $\beta\epsilon\gamma$  بالشكل التاسع والاربعين  
من الاول وزاوية  $\beta\epsilon\gamma$  مشتركة بين مثلثي  $\beta\epsilon\gamma$   $\delta\epsilon\tau$  فزاوية  $\delta\epsilon\tau$  كزاوية  
 $\beta\epsilon\gamma$  بالشكل الثاني والثلاثين من الاول فبالشكل الرابع من السادسة  
نسبة  $\epsilon\tau$  الى  $\tau\delta$  كنسبة  $\beta\gamma$  الى  $\delta\epsilon$  ونسبة مربع  $\beta\gamma$  الى سطح  $\delta\epsilon$  الى  
سطح  $\epsilon\delta$  كنسبة  $\beta\gamma$  الى مربع  $\gamma\delta$  فنسبة مربع  $\beta\gamma$  الى سطح  $\delta\epsilon$  الى  
بالشكل السابع من الخامسة فنسبة  $\epsilon\tau$  الى  $\tau\delta$  كنسبة مربع  $\beta\gamma$  الى  
مربع  $\gamma\delta$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة ف $\beta\gamma$  يشارك  $\gamma\delta$  في القوة  
ويباينه في الطول بالشكل السابع لان نسبة  $\epsilon\tau$  الى  $\tau\delta$  كنسبة  
عدد مربع الى عدد مربع وبالعكس لان نسبة  $\epsilon\tau$  الى  $\tau\delta$  كنسبة  
الى سطح  $\delta\epsilon$  ونسبة مربع  $\beta\gamma$  الى مربع  $\gamma\delta$  كنسبة مربع  $\beta\gamma$  الى سطح  
 $\delta\epsilon$  بالشكل السابع من الخامسة فنسبة  $\epsilon\tau$  الى  $\tau\delta$  كنسبة مربع  $\beta\gamma$  الى  
مربع  $\gamma\delta$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة وهما عددان مربعان  
ف $\beta\gamma$  يشارك ضلع  $\tau\delta$  في القوة والطول بالشكل السابع ولان نسبة  
مربع  $\alpha\epsilon$  الى مربع  $\beta\gamma$  كنسبة  $\epsilon\tau$  الى  $\tau\mu$  ونسبة مربع  $\beta\gamma$  الى مربع  
 $\gamma\delta$  كنسبة  $\epsilon\tau$  الى  $\tau\delta$  فبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة  
مربع  $\alpha\epsilon$  الى مربع  $\gamma\delta$  كنسبة عدد  $\epsilon\tau$  الى عدد  $\tau\delta$  وهما ليسا مربعين  
فخط  $\alpha\beta$  المنطوق غير مشترك لخط  $\gamma\delta$  في الطول بالشكل السابع ويشارك  
في القوة فخط  $\gamma\delta$  اصم والخط المستقيم المركب من خطي  $\beta\gamma$   $\gamma\delta$  ذو  
الاسمين الثالث والحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لذا ان نجد ذا الاسمين الرابع



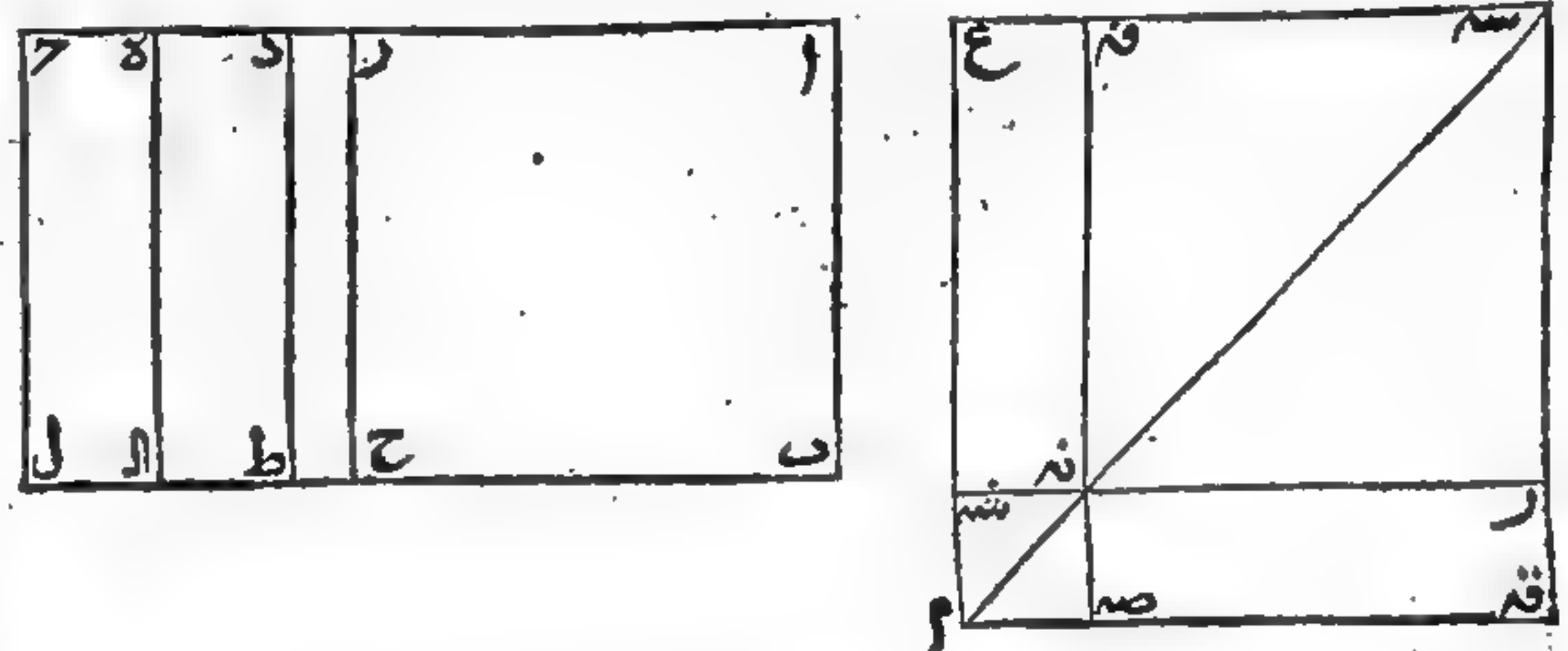
فتجده عددان  
مربعين ليس  
بمجموعهما مربعا  
بالمقدمة المذكورة  
قبل الشكل  
الثالث والعشرين  
وهما  $\delta\epsilon$  و  $\tau\delta$  والفضل







من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاول ولان زاويتي منته  
منته كقائمتين بالشكل الثالث عشر من الاول وزاوية منته قائمة  
فزاوية منته قائمة وزاوية منته قائمة فخط منته مستقيم بالشكل  
الرابع عشر من الاول ولان زاوية منته قائمة من مثلث منته ووضع  
منته كضلع منته فزاوية منته منته متساويتان بالشكل الخامس من  
الاول وكل مثلث زاوية الثلث كقائمتين بالشكل الثاني والثلاثين من  
الاول فزاوية منته نصف قائمة وكذلك زاوية منته ومثله تبين ان كل  
واحد من زوايا منته منته منته منته منته منته نصف قائمة

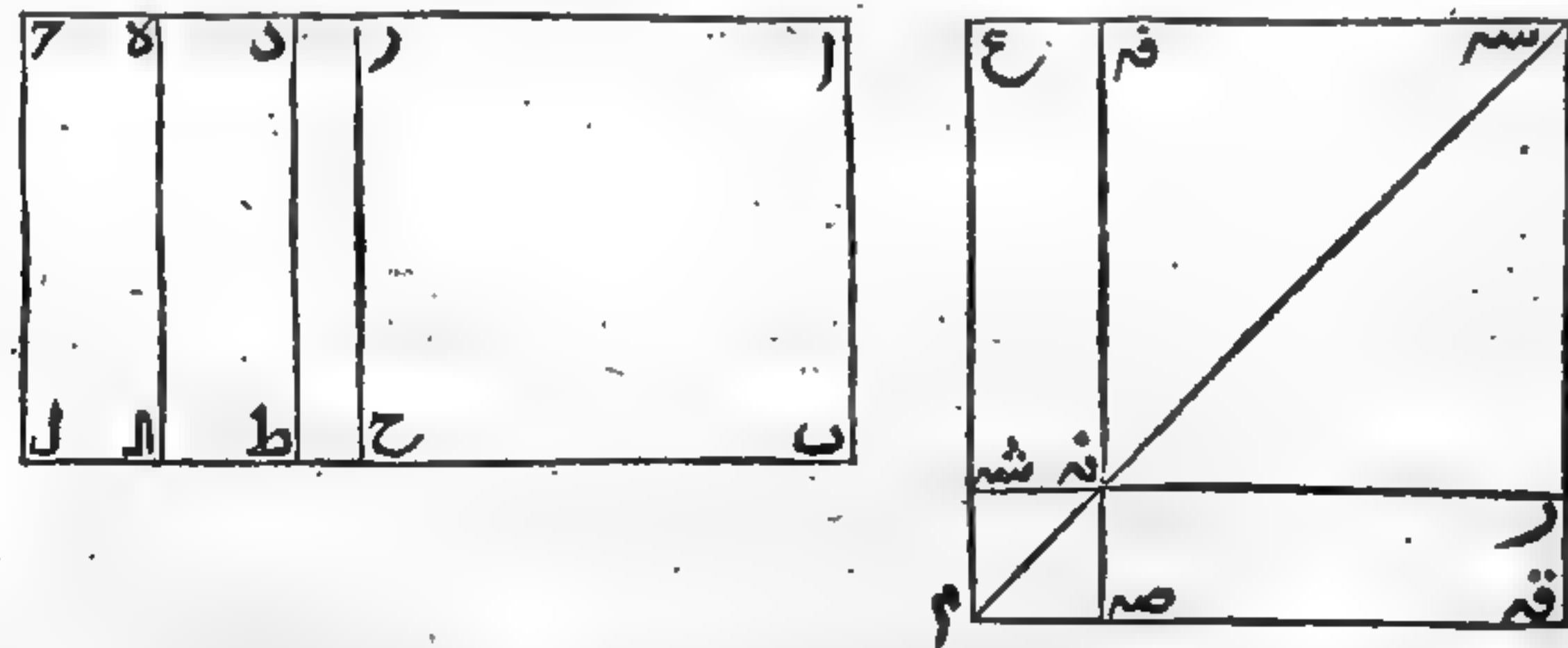


خط منته خط واحد مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاول لان زاوية  
منته قائمة بالشكل الثالث عشر من الاول واذا اخرجنا خطي منته  
م ش في جهة م علي استقامتهما يتلاقيان فليبتلأ قبا علي نقطة ع وتخرج كل  
واحد من خطي منته م م في جهة م علي استقامتهما فليبتلأ قبان  
فليبتلأ قبا علي نقطة ق ولان زاويتي ع م م متساويتان فضلع  
ع م م متساويان بالشكل السادس من الاول والاضلاع المتقابلة من  
كل سطح متوازي الاضلاع متساوية بالشكل الرابع والثلاثين من الاول  
فكل واحد من ضلعي منته م م يساوي نظير من ضلعي منته م م ولان كل  
واحد من زاويتي ع م م قائمة فكل واحد من زاويتي منته م م  
منته قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاول فسطح منته مربع ولان  
ضلع منته كضلع م م وضلع منته كضلع م م بالشكل الرابع والثلاثين  
من الاول فضلع م م كضلع منته م م فربع م م يساوي مربع منته ولان نسبة  
منته الي م م كنسبة منته المساوي لسنه الي منته المساوي لسنه بالشكل  
السابع من الخامسة ونسبة منته الي م م كنسبة مربع منته الي سطح ع م  
بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح ع م الي مربع منته كنسبة منته الي  
منته بالشكل المذكور فسطح ع م وسط في النسبة بين مربعي منته من  
وكان سطح دال وسطا في النسبة بين سطحي ب ر رط المساويان لمربعي منته  
نم فنسبة سطح ب ر الي سطح دال مثناة كنسبة سطح ب ر الي سطح رط  
ونسبة مربع منته الي مربع منته كنسبة سطح ب ر الي سطح رط فبالشكل  
الحادي

الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح ب ر الي سطح دال مثناة كنسبة مربع  
منته الي مربع منته ونسبة مربع منته الي سطح ع م مثناة كنسبة مربع  
منته الي مربع منته فبالشكل الحادي عشر نسبة سطح ب ر الي سطح دال  
مثناة كنسبة مربع منته الي سطح ع م مثناة فنسبة سطح ب ر الي سطح دال  
كنسبة مربع منته الي سطح ع م ولان نسبة مربع منته الي سطح ع م  
كنسبة سطح ب ر الي سطح دال ونسبة مربع منته الي سطح دال كنسبة سطح  
ب ر الي سطح دال بالشكل السابع من الخامسة فنسبة مربع منته الي سطح  
دال كنسبة مربع منته الي سطح ع م بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح  
دال يساوي سطح ع م بالشكل التاسع من الخامسة وسطح دال ضعف  
سطح دال ومثما منته ع م ضعف منته ع م بالشكل الثالث والاربعين من  
الاول فثما منته ع م يساويان سطح دال ومربع منته منته يساويان سطحي  
ب ر رط فربع منته يساوي سطح ب ر ولان نسبة مربع منته الي سطح ع م  
كنسبة خط منته الي فرع والمربع يباين سطح ع م فخط منته يباين  
خط فرع بالشكل الثامن فكل من خطي منته فرع منطف في القوة  
ومتباينان في الطول فخط منته ضلع مربع منته المساوي لسطح ب ر ذو  
الاسمين بالشكل الثالث والثلاثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم قوي على سطح متوازي الاضلاع  
يحيط به خط مستقيم محدود منطف وذوالاسمين  
الثاني هو ذوالموسط بين الاول

ليكن سطح ب ر المتوازي الاضلاع يحيط به اب المستقيم المحدود



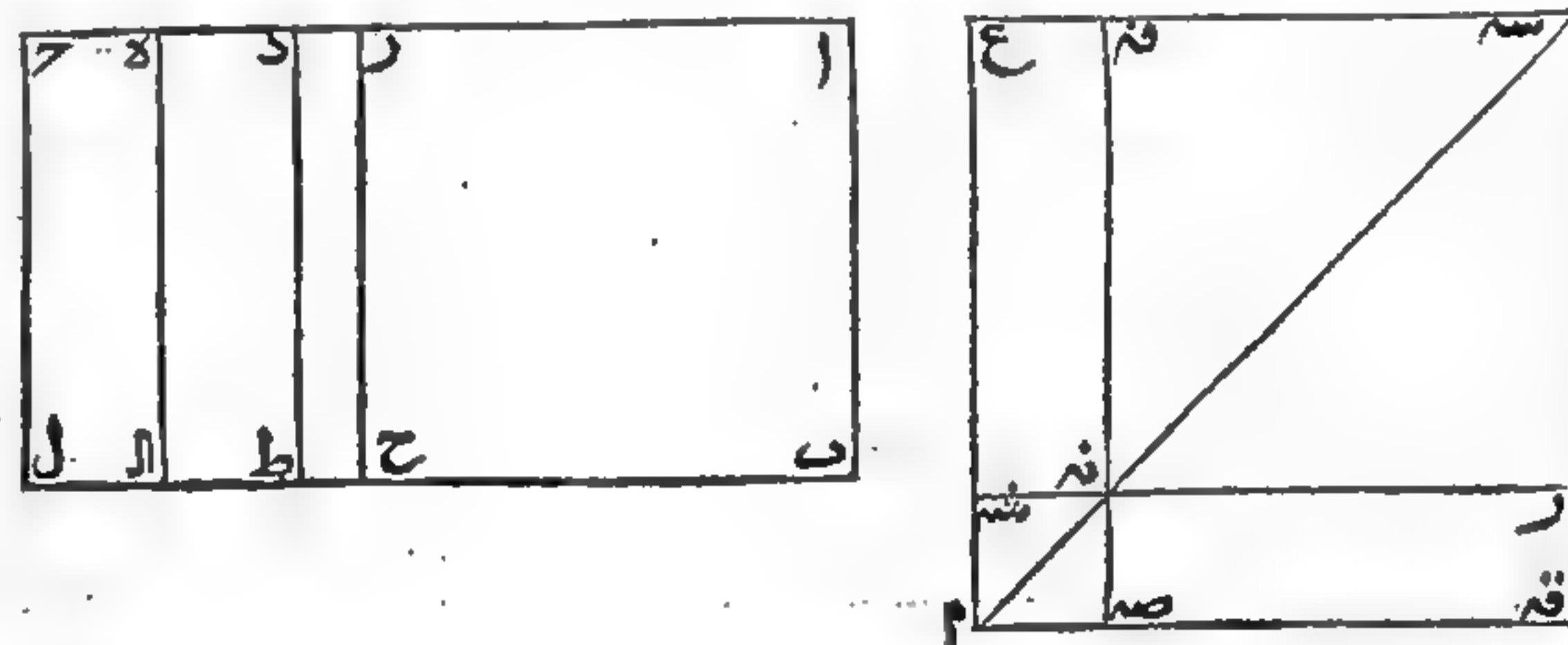
المنطف وذوالاسمين الثاني فاقول ان خط مستقيم قوي على سطح ب ر هو  
ذوالموسطين الاول ويكون ههنا سطح د ر منطقا وسطح ب د موسطا ونسلك  
ماسكنا في الشكل المتقدم فيحصل مربعي منته منته كل واحد منهما



موسطا ويشتركان فيكون مقما نـ ع نـ قـ منطقين خط سـ ع المركب من خطي سـ قـ فرع الموسطين المشتركين المتباينين في الطول الذي ضعف سطح احدهما في الآخر منطق ذو الموسطين الاول بالشكل الرابع والثلاثين وقوي على سطح بـ ح والشكل كالمقدم وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم قوي على سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط مستقيم محدود منطق وذو الاسمين  
الثالث ذو الموسطين الثاني

ليكن السطح بـ ح وذو الاسمين الثالث اـ ح فسطح بـ د هنا موسط وكل من سطحي بـ ح ر ط موسط مشترك لسطح بـ د المباين لسطح دـ ل الموسط فيحصل بالطريقة التي سلكتها مربي سـ قـ نـ م الموسطين المشتركين المباينين لسطح نـ ع الموسط فيكون خط سـ ع مركب من خطي سـ قـ فرع

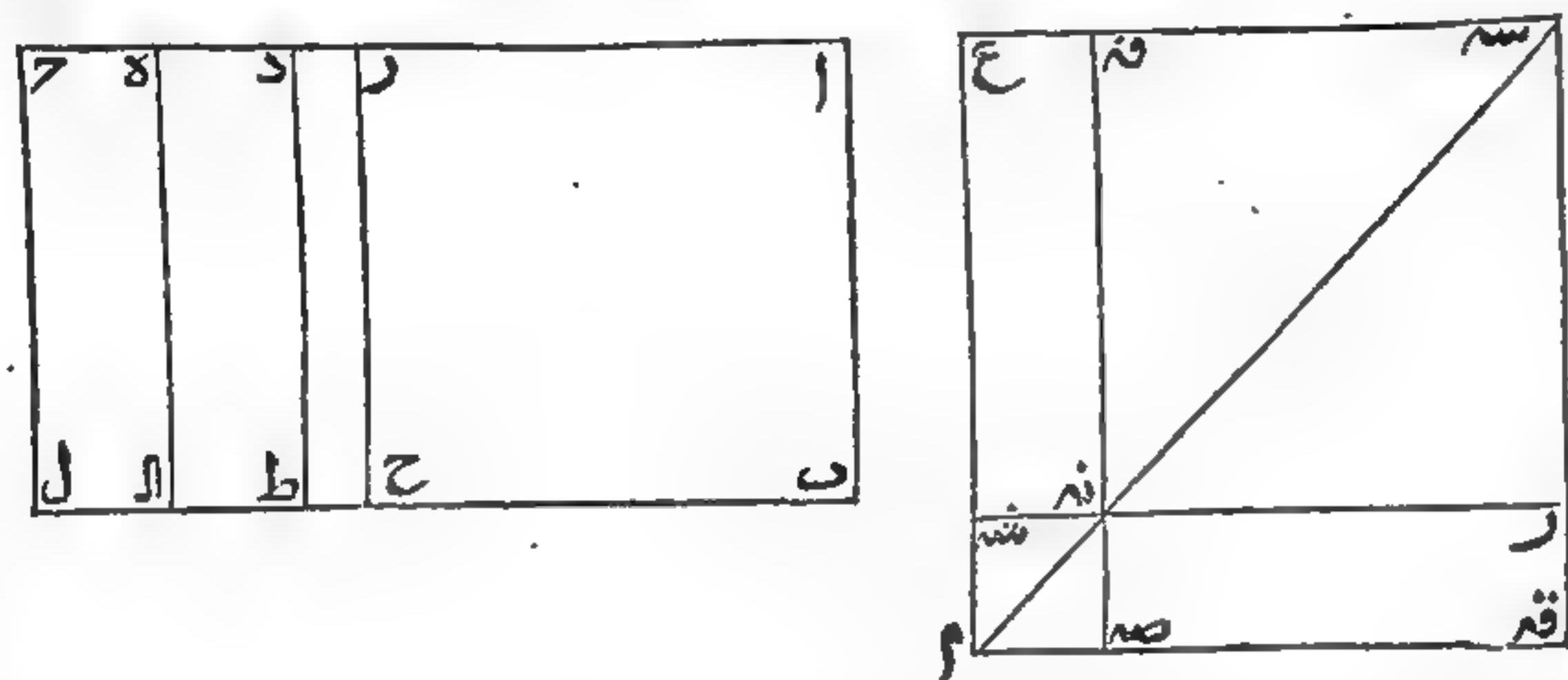


الموسطين في القوة المشتركين فيها فقط المحيطان بموسط وهو سطح نـ ع فهو ذو الموسطين الثاني بالشكل الخامس والثلاثين وقويا على سطح بـ ح والشكل كالمقدم وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم قوي على سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط مستقيم محدود منطق وذو الاسمين  
الرابع هو اعظ

ليكن السطح بـ ح والخط المستقيم المنطق اـ ب وذو الاسمين الرابع اـ ح منقسم على د باسمه فاقول ان كل خط قوي على سطح بـ ح اعظم ولان سطح بـ د هنا

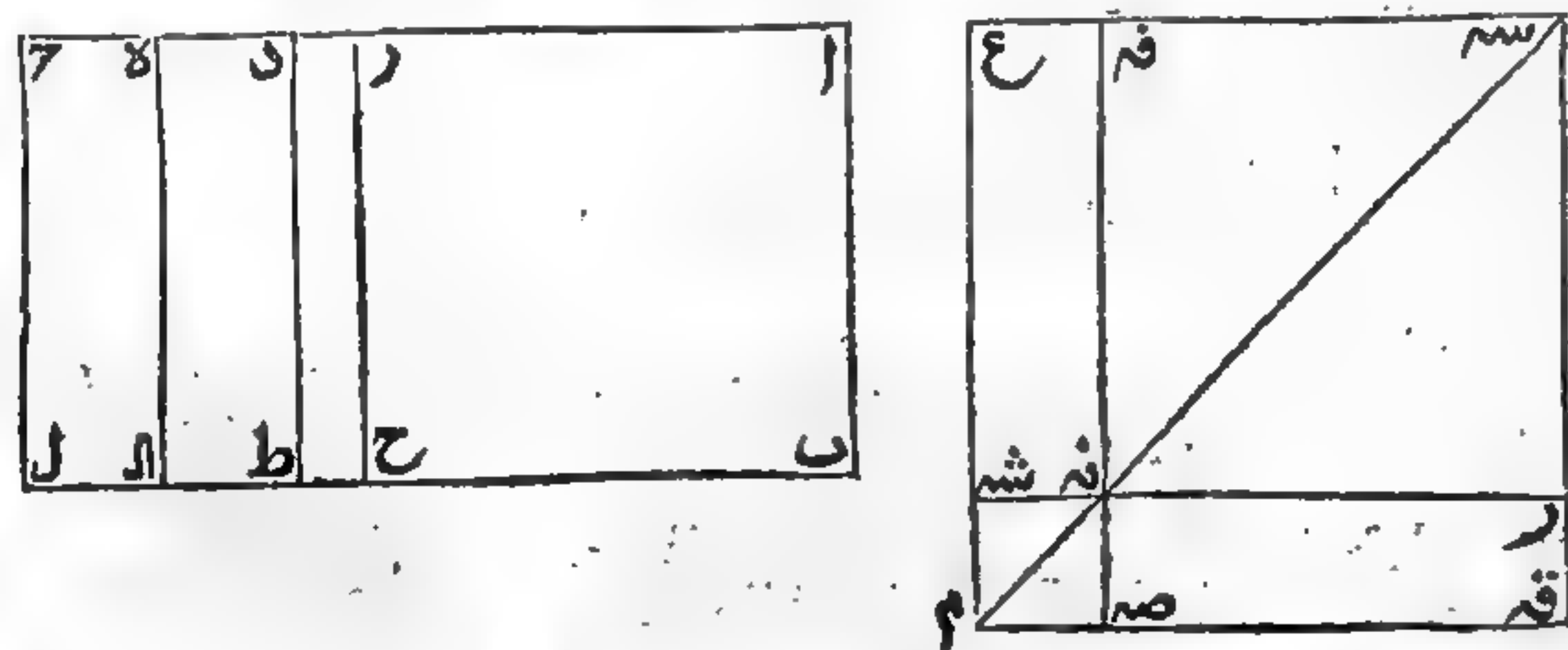
بـ د هنا منطق وسطا بـ ح ر ط متباينان وسط دـ ل موسط فاذا سلكتنا ما سلكتنا في الاشكال المتقدمة حصلنا مربعي سـ قـ نـ م متباينين مجموعهما منطق ومقما نـ ع نـ قـ كل منهما موسط ولذلك مجموعهما فيكون خط



سـ ع مركب من خطي سـ قـ فرع المتباينين في القوة مجموع مربعهما منطق وضعف سطح احدهما في الآخر موسط اعظم بالشكل السادس والثلاثين وقويا على سطح بـ ح وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم قوي على سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط مستقيم محدود منطق وذو الاسمين  
الخامس هو القوي على منطق وموسط

ليكن السطح بـ ح والخط اـ ب وذو الاسمين الخامس اـ ح منقسم على د باسمه فاقول ان كل خط مستقيم قوي على سطح بـ ح قوي على منطق وموسط فلان سطح بـ د موسط مباين لسطح دـ ل المنطق وسطا بـ ح ر ط متباينان فاذا حصلنا بالطريقة السابقة مربعي سـ قـ نـ م المتباينين



مجموعهما موسط ومقما نـ ع نـ قـ المنطقين فيكون خط سـ ع المركب من خطي سـ قـ فرع المتباينين في القوة مجموعهما موسط ومقما نـ ع نـ قـ

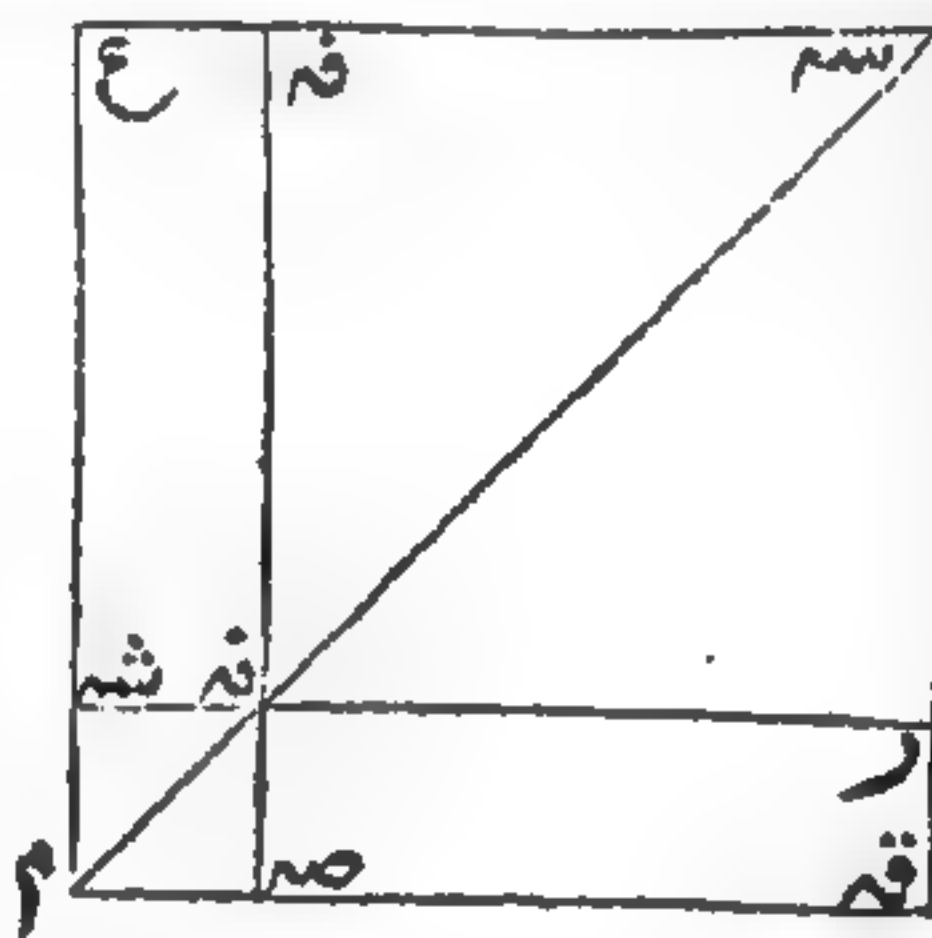
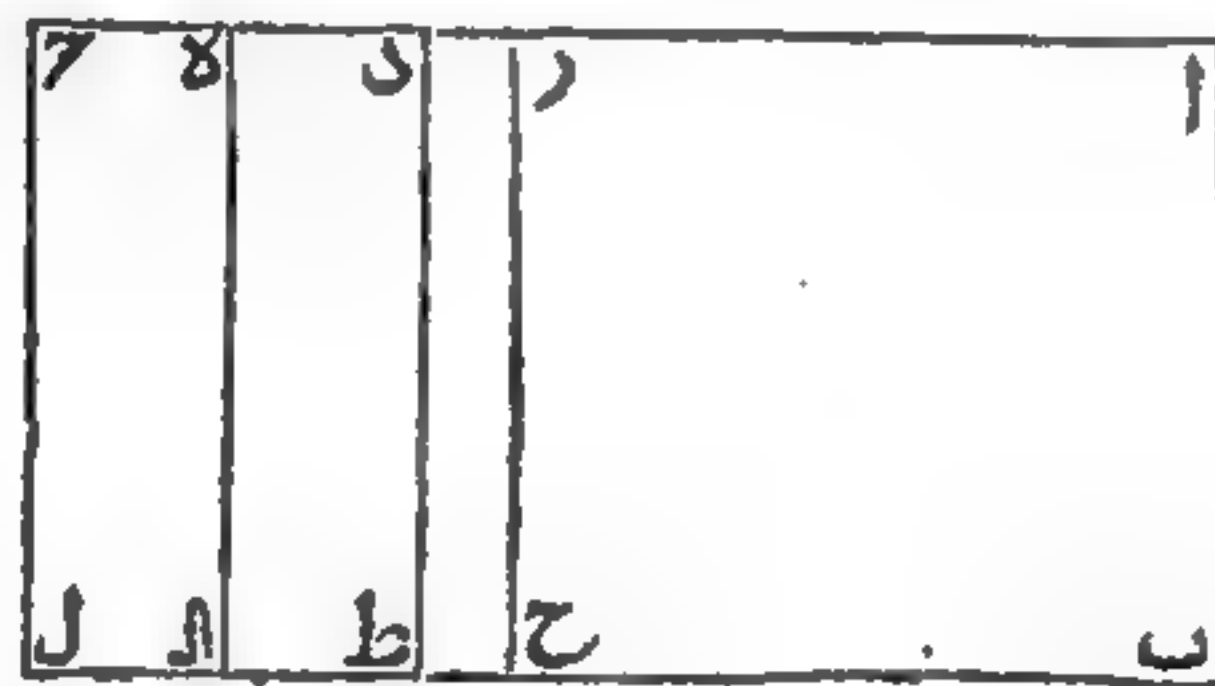


المنطقين فيكون خط  $س هـ$  المركب من خطي  $س هـ$  فرع المتباينين في القوة مجموعهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر وهو ممتما  $ن هـ$  فرع  $ن هـ$  منطق قوي يا علي منطق وموسط بالشكل السابع والثلاثين وقوي يا علي سطح  $ب ح$  وذلك ما اردنا ان نبين

ن د

كل خط مستقيم قوي على سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط مستقيم منطق محدود وذو الاسمين السادس فهو القوي على موسط

ليكن السطح  $ب ح$  والخط المستقيم  $ا ب$  وذو الاسمين السادس  $ا ح$  فلان كل واحد من سطحي  $ب د$   $د ل$  موسط وسطحي  $ب ر$   $ر ط$  متباينان فبالطريقة



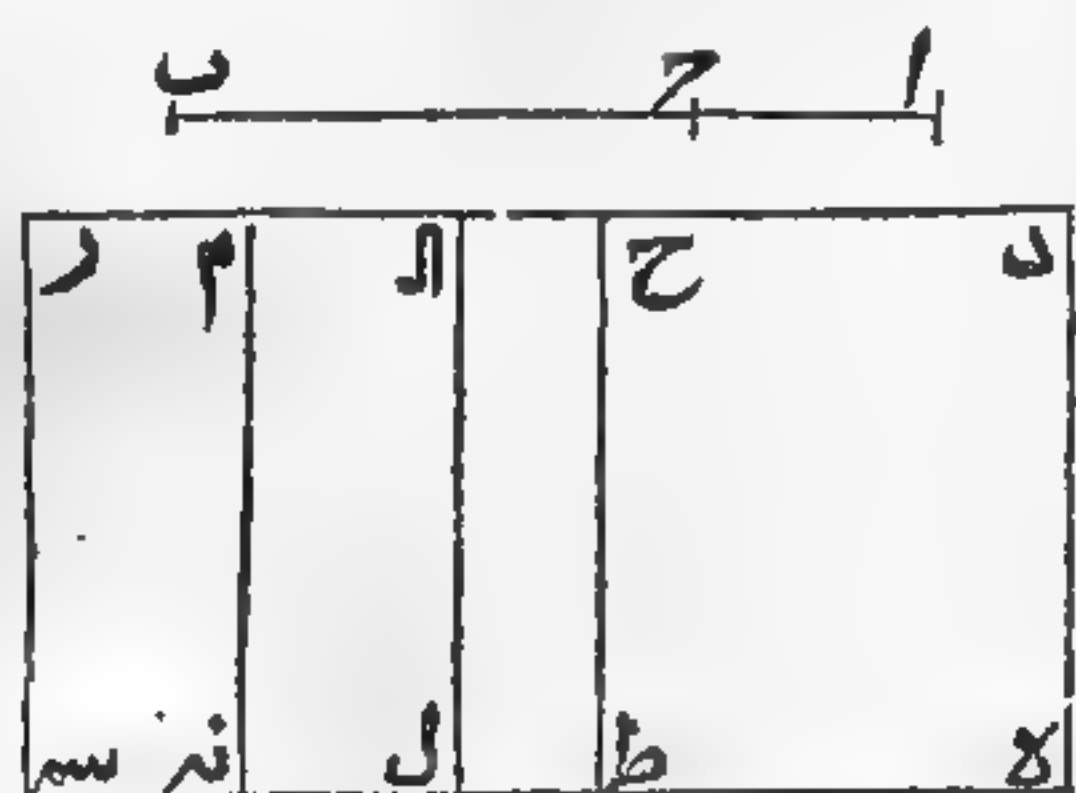
المتقدمة مربعي  $س هـ$   $ن هـ$  موسطين متباينين ومتممي  $ن هـ$  فرع  $ن هـ$  موسطين متباينين للمربعين فيكون خط  $س هـ$  مركبا من خطي  $س هـ$  فرع المتباينين في القوة مجموع مربعهما موسط وكذلك ضعف سطح احدهما في الآخر هو القوي على موسطين بالشكل الثامن والثلاثين والقوي على سطح  $ب ح$  وذلك ما اردنا ان نبين

ن د

كل خط مستقيم محدود منطق اضيف اليه سطح متوازي الاضلاع يساوي مربع ذي الاسمين فالعرض الحادث ذو الاسمين الاول

ليكن  $د هـ$  خطا مستقيما محدودا منطقا وخط  $ا ب$  ذا الاسمين المنقسم باسمه على نقطة  $ح$  وقسمه الاطول  $ب ح$  واضفنا الي  $د هـ$  سطح  $د هـ$  المتوازي الاضلاع

الاضلاع مساويا لمربع  $ا ب$  بالشكل السادس والاربعين من الاول فاقول ان عرض  $د هـ$  ذو الاسمين الاول برهانه فلان مربع  $ا ب$  مساو لمربعي  $ب ح$   $ح ا$  وضعف سطح  $ب ح$  في  $ا ب$  بالشكل الرابع من الثانية فسطح  $د هـ$  يساويها فليكن سطح  $د هـ$  المتوازي الاضلاع من سطح  $د هـ$  مساويا لمربع  $ب ح$  وسطح  $ح ط$  كذلك مساويا لمربع  $ح ا$  يبقي سطح  $ا ب$  المتوازي



الاضلاع مساويا لضعف سطح  $ب ح$  في  $ا ب$  وننصف  $ا ب$  على نقطة  $م$  بالشكل العاشر من الاول ونخرج منها  $م$  موازيا للخط  $ب ر$  فبنتهي الى خط  $د هـ$  على نقطة  $ن$  فهو موازيا للخط  $ا ب$  بالشكل الثلاثين من الاول فكل واحد من سطحي  $ل م$   $م هـ$  متوازي الاضلاع فلان نسبة سطح

$ل م$  الى  $م هـ$  كنسبة  $ا ب$  الى  $م ر$  بالشكل الاول من السادسة واما يساوي  $م ر$  فسطح  $ل م$  يساوي سطح  $م هـ$  فكل واحد منهما يساوي سطح  $ب ح$  في  $ا ب$  ولان الاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية بالشكل الرابع والثلاثين من الاول فكل من خطي  $ح ط$   $ا ل$  منطق في الطول لان كل منهما يساوي  $د هـ$  المنطق ولان كل واحد من سطحي  $ل م$   $م هـ$  موسط ومشترك لسطح  $ا ب$  ضعف كل منهما فسطح  $ا ب$  موسط بالشكل التاسع عشر فعرض  $ا ب$  منطق في القوة غير مشارك لخط  $ا ل$  المنطق بالشكل الثامن عشر ولان نسبة سطح  $د هـ$  المنطق الى سطح  $ح ل$  المنطق كنسبة خط  $د ح$  الى خط  $ا ب$  بالشكل الاول من السادسة وكل منطقين متشاركين من جنس واحد فسطح  $د هـ$  يشارك سطح  $ح ل$  فخط  $د ح$  يشارك خط  $ا ب$  بالشكل الثامن فسطح  $د هـ$  يشارك كل واحد من سطحي  $د هـ$   $ح ل$  بالشكل الحادي عشر والمشارك للمنطق منطق باستبانة الشكل العاشر فسطح  $د هـ$  منطق فعرض  $د هـ$  منطق بالشكل السادس عشر ولان نسبة مربع  $ب ح$  الى سطح  $ب ح$  في  $ا ب$  كنسبة  $ب ح$  الى  $ا ب$  بالشكل الاول من السادسة و  $ب ح$  اعظم من  $ا ب$  فربيع  $ب ح$  اعظم من سطح  $ب ح$  في  $ا ب$  ولان نسبة سطح  $ب ح$  في  $ا ب$  الى مربع  $ا ب$  كنسبة  $ب ح$  الى  $ا ب$  بالشكل الاول من السادسة فسطح  $ب ح$  في  $ا ب$  اعظم من مربع  $ا ب$  فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع  $ب ح$  الى سطح  $ب ح$  في  $ا ب$  كنسبة سطح  $ب ح$  في  $ا ب$  الى مربع  $ا ب$  فسطح  $ب ح$  في  $ا ب$  وسط في النسبة بين مربعي  $ب ح$   $ا ب$  فهذه اربعة مقادير متناسبة اعظمها مربع  $ب ح$  واصغرها مربع  $ا ب$  فمجموعهما اعظم من ضعف سطح  $ب ح$  في  $ا ب$  بالشكل الخامس والعشرين من الخامسة ونسبة سطح  $د هـ$  الى سطح  $ا ب$  كنسبة خط  $د ا$  الى خط  $ا ب$  بالشكل الاول من











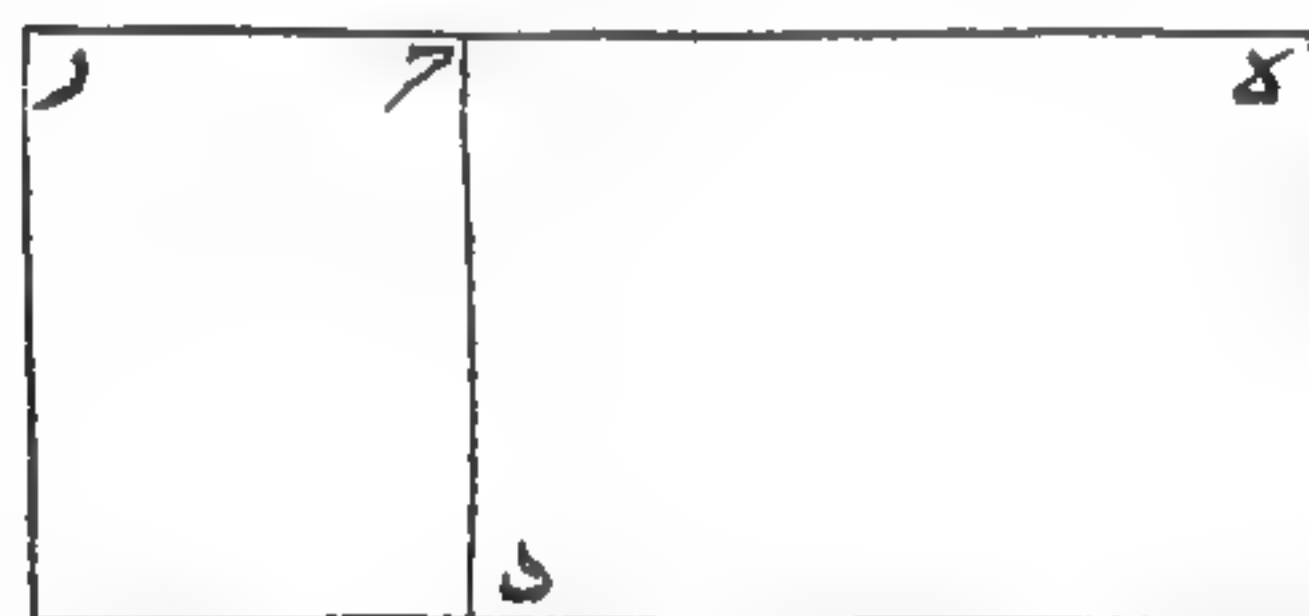
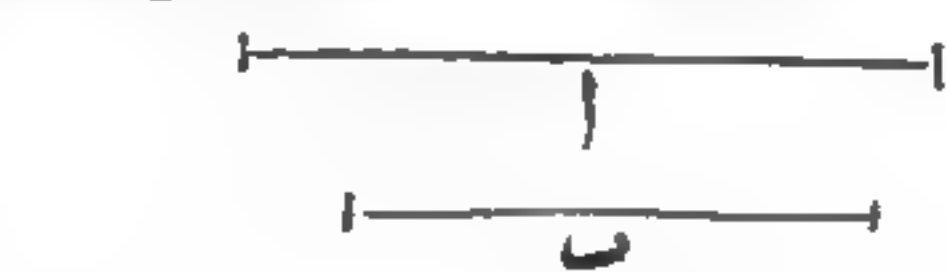
فدر يقوي علي رة مربع خط يشاركه في الطول وان كان آه يقوي علي حـ ب  
بمربع خط يباينه في الطول فدر يقوي علي رة بمربع خط يباينه في  
الطول بالشكل الثاني عشر فعلي التقدير  
الاول ان كان آه او حـ ب منطقا في الطول  
كان در او رة منطقا في الطول وان لم يكن  
شي من آه حـ ب منطقا في الطول بل في  
القوة فكل واحد من خطي در رة منطق في القوة فقط بالشكل الثامن  
فخط در اما ذو الاسمين الاول او الثاني او الثالث وعلي التقدير الثاني ان  
كان آه او حـ ب منطقا في القوة فقط كان كل من در رة منطقا في القوة فقط  
بالشكل الثامن فدر اما ذو الاسمين الرابع او الخامس او السادس وذلك ما  
اردنا ان نبين سب

## كل خط يشارك ذا الموسطين في الطول فهو ذو الموسطين في مرتبة

ليكن آب ذا الموسطين منقسما بموسطبه علي نقطة حـ وده يشاركه في  
الطول فاقول ان در ذو الموسطين في مرتبة آب ان كان اولا فاول وان كان  
ثانيا فثانيا برهانه ليكن نسبة در الي رة كنسبة آه الي بـ بالشكل  
الحادي عشر من السادسة وبالابدال نسبة آب الي در كنسبة بـ حـ الي در  
بالشكل السادس عشر من الخامسة فنسبة آه الي در كنسبة آب الي در  
بالشكل التاسع عشر من الخامسة وآب يشارك در فآه يشارك در وبـ حـ  
يشارك در بالشكل الثامن وكانت نسبة بـ حـ الي در كنسبة آب الي در  
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آه الي حـ ب كنسبة در الي رة  
فكل من خطي در رة موسط بالشكل التاسع عشر فآه ان كان يباين حـ ب  
فدر يباين رة بالشكل الثامن ونسبة مربع آب الي سطح آه في حـ ب كنسبة  
آه الي حـ ب بالشكل الاول من السادسة ونسبة در الي رة كنسبة آه الي حـ ب  
فنسبة مربع آه الي سطح آه في حـ ب كنسبة در الي حـ ب بالشكل الحادي  
عشر من الخامسة ونسبة مربع در الي سطح در في حـ ب كنسبة در الي حـ ب  
فهذا الشكل بعينه نسبة مربع آه الي سطح آه في حـ ب كنسبة مربع در الي  
سطح در في حـ ب وبالابدال نسبة مربع آه الي مربع در كنسبة سطح آه في  
حـ ب الي سطح در في رة بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن مربع آه  
يشارك مربع در بالشكل السابع فسطح آه في حـ ب يشارك سطح در في رة  
بالشكل الثامن فان كان سطح آه في حـ ب منطق فسطح در في حـ ب منطق  
باستبانه الشكل العاشر فدر ذو الموسطين الاول وان لم يكن سطح آه في حـ ب  
منطقا فسطح در في رة لم يكن منطقا بل موسط بالشكل الثالث  
والعشرين

والعشرين فدر ذو الموسطين الثاني وله وجه آخر ليكن آذا الموسطين  
الاول او الثاني وبـ يشاركه فاقول ان بـ ذو الموسطين في مرتبة برهانه  
ليكن حـ د خطا منطقا ونصيف اليه سطحا  
متوازي الاضلاع قائم الزوايا كمربع آ  
بالشكل الخامس والاربعين من الاول  
وهو سطح در فالحرض الحادث وهو حـ د

اما ذو الاسمين الثاني او الثالث بالشكل السادس والخمسين والسابع  
والخمين ونصيف سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا كمربع بـ الي خط  
حـ د بالشكل المذكور وهو سطح در فكل واحد من الزوايا التي عند نقطتي  
حـ د قائمة فكل من خطي در وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر



من الاول فيهما متوازيان  
بالشكل السابع عشر من  
الاول ونسبة سطح در الي  
سطح در كنسبة حـ د الي حـ د  
بالشكل الاول من السادسة  
والسطحان مشتركان فحـ د  
يشارك حـ د بالشكل الثامن  
فآه اما ذو الاسمين الثاني  
او الثالث بالشكل المتقدم فالخط القوي عليه خط در ذو الموسطين الاول  
او الثاني بالشكل الثاني والخمسين او الثالث والخمسين فبـ اما ذو  
الموسطين الاول او الثاني وذلك ما اردنا ان نبين

## كل خط يشارك الاعظم في الطول فهو اعظم

ليكن خط آب منقسما بقسميه علي حـ وده يشاركه في الطول فاقول ان خط  
در الاعظم برهانه ليكن نسبة در الي رة كنسبة آب الي بـ بالشكل الحادي  
عشر من الخامسة فبالبدال نسبة آب الي در كنسبة بـ حـ الي در  
كنسبة بـ حـ الي حـ ب بالشكل السادس  
عشر من الخامسة فنسبة آه الي حـ ب كنسبة در الي حـ ب  
آب الي حـ ب بالشكل التاسع عشر من  
الخامسة وكانت نسبة بـ حـ الي حـ ب كنسبة آب الي حـ ب بالشكل الحادي عشر  
نسبة بـ حـ الي حـ ب كنسبة آه الي حـ ب فآه يشارك حـ ب وبـ حـ  
يشارك حـ ب بالشكل الثامن فنسبة آه الي حـ ب كنسبة در الي حـ ب  
ونسبة مربع در الي مربع رة كنسبة در الي حـ ب كنسبة آه الي حـ ب  
من السادسة فنسبة مربع در الي حـ ب كنسبة آه الي حـ ب كنسبة آه الي حـ ب

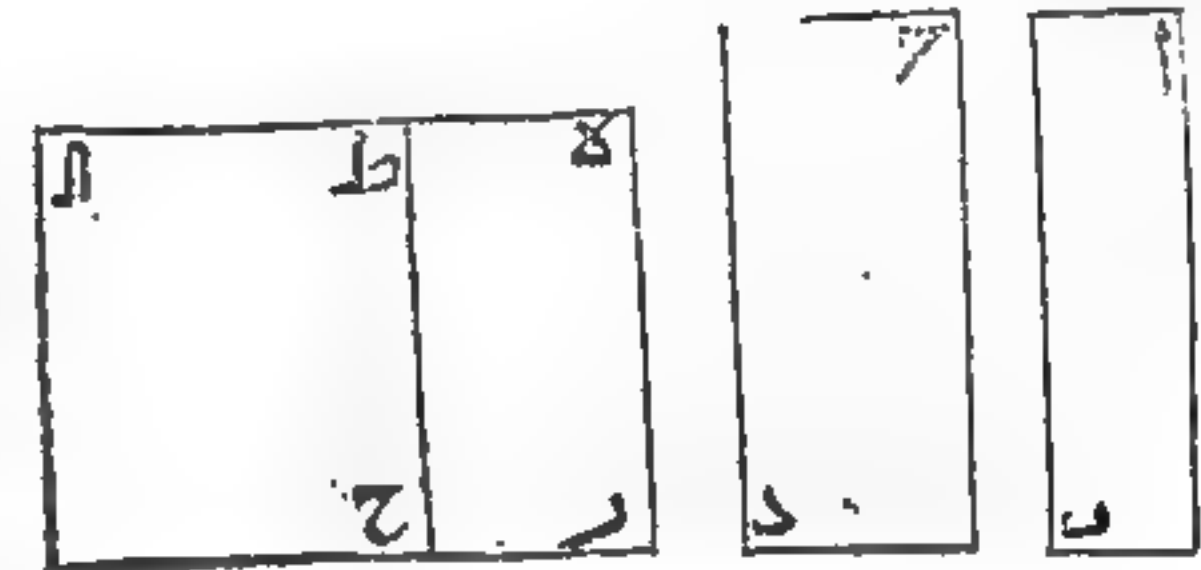






متوازيان بالشكل السابع والعشرين من الاولي فلان سطح  $\Gamma$  المضاف الى خط  $\Delta$  ر منطبق فضلع  $\Delta$  ط منطبق بالشكل السادس عشر وخط  $\Gamma$  ح منطبق لانه يساوي خط  $\Delta$  ط منطبق بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي فخط  $\Delta$  ط منطبق في القوة ومباين لخط  $\Gamma$  ح بالشكل الثامن عشر

فهو  $\Delta$  ط متباينان في الطول والا لكان خط  $\Delta$  ط مشاركا لخط  $\Gamma$  ح بالشكل العاشر وهو مباين له هذا خلف فخط  $\Delta$  ط ان كان اطول من خط  $\Delta$  ط كان قويا على  $\Delta$  ط بمربع خط

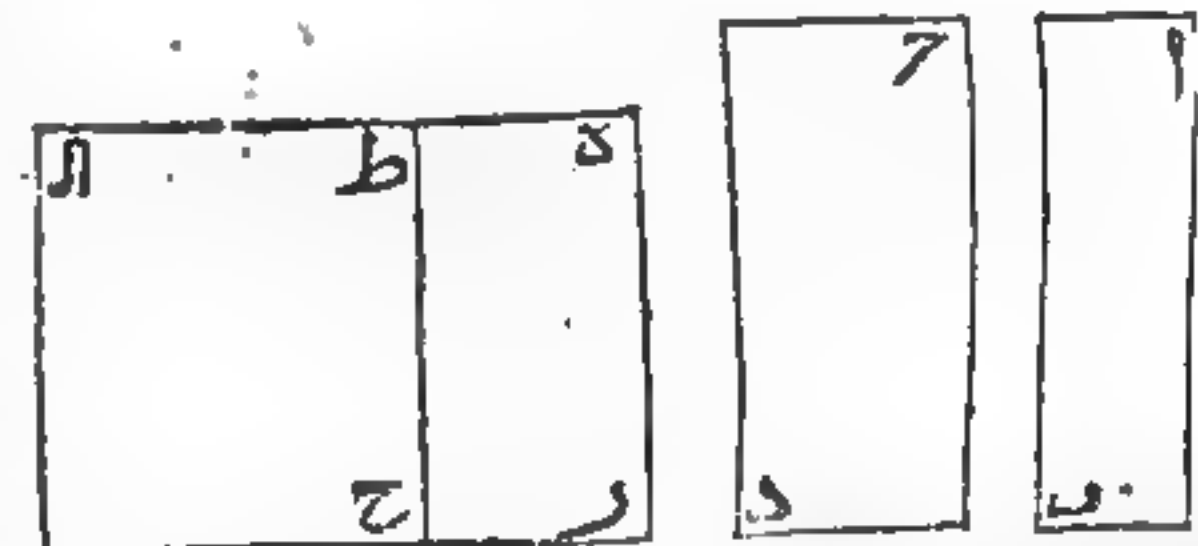


يشاركة في الطول فخط  $\Delta$  ط ذو الاسمين الاول والخط القوي على سطح  $\Delta$  ط ذو الاسمين بالشكل التاسع والاربعين ان كان  $\Delta$  ط قويا على  $\Delta$  ط بمربع خط يباينه فخط  $\Delta$  ط ذو الاسمين الرابع والخط القوي على سطح  $\Delta$  ط الاعظم بالشكل الثاني والخمسين وان كان خط  $\Delta$  ط اعظم من  $\Delta$  ط فان كان قويا على  $\Delta$  ط بمربع خط يشاركة فخط  $\Delta$  ط ذو الاسمين الثاني والخط القوي على سطح  $\Delta$  ط ذو الموسطين الاول بالشكل الخمسين وان كان قويا عليه بمربع خط يباينه فخط  $\Delta$  ط ذو الاسمين الخامس والخط القوي على سطح  $\Delta$  ط هو الخط القوي على منطبق وموسط بالشكل الثالث والخمسين وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط يقوي على سطحين موسطين متباينين  
فهو اما ذو الموسطين الثاني او القوي على موسطين

ليكن سطحا  $\Delta$  ب موسطين متباينين فاقول ان كل خط قوي على سطحي  $\Delta$  ب معا فهو احد الخطين المذكورين برهانه فبالبيان المذكور

نرسم سطح  $\Delta$  مساويا لسطحي  $\Delta$  ب حد فيكون كل من خطي  $\Delta$  ط منطبقا في القوة فقط واحدهما يباين الاخر لتباين سطحي  $\Delta$  ط فان كان احد خطي  $\Delta$  ط قويا على الآخر



بمربع خط يشاركة فخط  $\Delta$  ط ذو الاسمين الثالث والخط القوي على سطح  $\Delta$  ط ذو الموسطين الثاني بالشكل الحادي والخمسين وان كان قويا على الآخر بمربع خط يباينه فخط  $\Delta$  ط ذو الاسمين السادس والخط القوي على سطح  $\Delta$  ط القوي

القوي على موسطين بالشكل الرابع والخمسين والشكل كالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين

### مصادرة ثلثين

لاشي من الخطوط الست الصم ذا الاسم وما تبلوه موسطا ولا واحدا من الخمسة الباقية من الست الصم اما الاول فلان مربع الموسط اذا اضيف الى خط منطبق في الطول كان العرض الحادث منطبقا في القوة فقط كما بين في الشكل الثامن عشر ولاشي من الخطوط الست اذا اضيف مربعه الى خط منطبق كان العرض الحادث منطبقا في القوة فلاشي منها موسط واما الثاني فلان مربع هذه الخطوط اذا اضيف الى خط منطبق كان العرض الحادث انواع ذي الاسمين كما تبين من الشكل الخامس والخمسين الى الشكل الثالث والستين وهي مختلفة واختلاف الدوازم يدل على اختلاف الملزومات فالخطوط الست مختلفة وذلك ما اردنا ان نبين

ج

كل خطين منطقيين في القوة متباينين في الطول وفصل اصغرهما من اعظمهما كان الباقي اصم

ويسمى المنفصل



ليكن خطا  $\Delta$  ب منطقيين في القوة متباينين في الطول وفصل  $\Delta$  ب اصغرهما من  $\Delta$  ب فاقول ان  $\Delta$  ب الباقي اصم ويسمى المنفصل برهانه فلان كلا من مربعي  $\Delta$  ب منطقيهما متشاركان فمجموعهما يشارك كل واحد منهما بالشكل الحادي عشر فمجموع منطبق باستبانة الشكل العاشر ومجموع المربعين كضعف سطح  $\Delta$  ب في  $\Delta$  ب مع مربع  $\Delta$  ب بالشكل السابع من الثانية وكل واحد من سطحي  $\Delta$  ب في  $\Delta$  ب موسط فضعفه موسط بالشكل التاسع عشر فهو مباين لمجموع المربعين فمجموع المربعين المنطقيين يباين مربع  $\Delta$  ب باستبانة الشكل الحادي عشر فمربع  $\Delta$  ب اصم فب  $\Delta$  ب اصم وذلك ما اردنا ان نبين

سط

كل خطين موسطين مشتركين في القوة متباينين في الطول وسط احدهما في الآخر منطبق اذا فصل

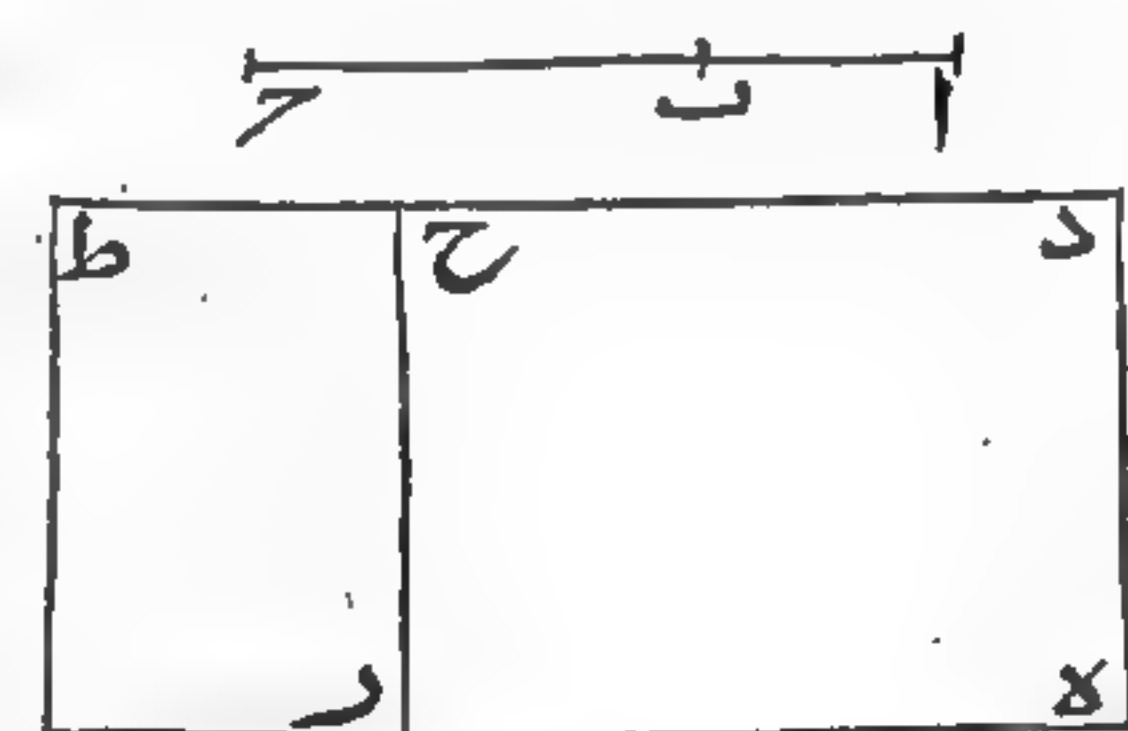


اصغرها من اعظمها كان الباقي اصم ويسمى  
 المنفصل المتوسط الاول

ليكن  $\overline{AC}$  بهذه الصفة فاقول اذا فصل  
 $\overline{AB}$  من  $\overline{AC}$  كان  $\overline{BC}$  الباقي اصم برهانه فلان مجموع مربعي  $\overline{AB}$  المتوسطين  
 المشتركين مشارك لكل منهما بالشكل الحادي عشر فاجمع متوسط بالشكل  
 التاسع عشر وضعف سطح احدهما في الآخر المشارك لكل واحد منهما  
 المنطق بالشكل الحادي عشر منطق فيكون مباينا لمجموع مربعي  $\overline{AB}$   
 وضعف سطح  $\overline{AC}$  في  $\overline{AB}$  مع مربع  $\overline{BC}$  يساوي مجموع مربعي  $\overline{AB}$  بالشكل  
 السابع من الثانية وضعف سطح احدهما في الآخر المنطق المباين لمجموع  
 المربعين يباين مربع  $\overline{BC}$  باستبانة الشكل الحادي عشر فربع  $\overline{BC}$  اصم  
 فب  $\overline{BC}$  متوسط اذا فصل اصغرها من اعظمها كان الباقي اصم ويسمى  
 منفصل المتوسط الثاني اصم وذلك ما اردنا ان نبين

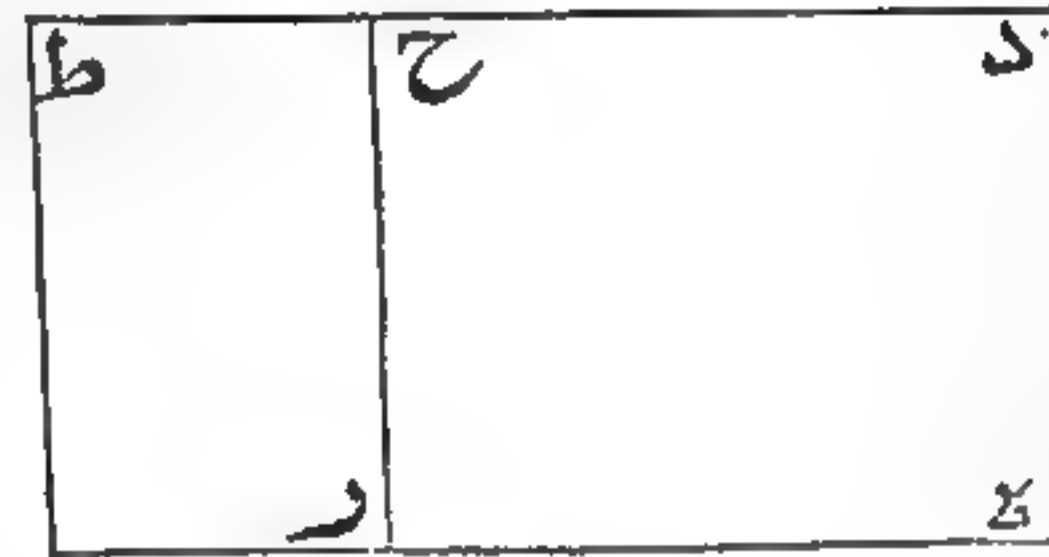
كل خطين متوسطين مشتركين في القوة فقط  
 ضعف سطح احدهما في الآخر متوسط اذا فصل  
 اصغرها من اعظمها كان الباقي اصم ويسمى

منفصل المتوسط الثاني



ليكن خطا  $\overline{AC}$  بهذه الصفة  
 فاقول اذا فصل  $\overline{AB}$  من  $\overline{AC}$  كان  $\overline{BC}$   
 الباقي اصم ويسمى منفصل المتوسط  
 الثاني برهانه فلان مجموع مربعي  $\overline{AB}$   
 $\overline{AB}$  المشارك لكل واحد منهما بالشكل  
 الحادي عشر متوسط بالشكل التاسع عشر ولان ضعف سطح احدهما في  
 الآخر المشارك لكل واحد من سطحي احدهما في الآخر بالشكل الحادي  
 عشر متوسط بالشكل التاسع عشر فكل واحد من مربعي  $\overline{AB}$  يباين سطح  
 احدهما في الآخر بالشكل الاول من السادسة فمجموع المربعين يباين سطح  
 احدهما في الآخر والاشارة فيشارك كل من المربعين سطح احدهما في  
 الآخر بالشكل العاشر وكانا متباينين هذا خلف وبمثله تبين ان مجموع  
 المربعين يباين ضعف سطح احدهما في الآخر وليكن  $\overline{DE}$  خطا منطبقا فترسم  
 عليه

عليه سطح  $\overline{DE}$  المتوازي الاضلاع القائم الزوايا كمربعي  $\overline{AC}$  وترسم عليه  
 ايضا سطح  $\overline{DE}$  المتوازي الاضلاع  
 القائم الزوايا كضعف سطح احدهما  
 في الآخر بالشكل الخامس والاربعين  
 من الاول فكل من خطي  $\overline{DE}$   
 منطق في القوة بالشكل الثامن عشر  
 ولان كل واحد من سطحي  $\overline{DE}$   
 متوازي الاضلاع فنسبة سطح  $\overline{DE}$  الى



سطح  $\overline{DE}$  المتباينين كنسبة  $\overline{DE}$  الى  $\overline{AC}$  بالشكل الاول من السادسة فخطا  $\overline{DE}$   
 $\overline{DE}$  متباينين بالشكل الثامن فخط  $\overline{DE}$  منفصل بالشكل الثامن والستون  
 فهو اصم فسطح  $\overline{DE}$  اصم ولان مربعي  $\overline{AC}$  معا كضعف سطح  $\overline{AC}$  في  $\overline{AB}$   
 مع مربع  $\overline{BC}$  بالشكل السابع من الثانية فربع  $\overline{BC}$  يساوي سطح  $\overline{DE}$   
 الاصم فب  $\overline{BC}$  اصم وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين متباينين في القوة مجموع مربعيها  
 منطق وضعف سطح احدهما في الآخر متوسط اذا  
 فصل اصغرها من اعظمها يسمى الباقي اصغر  
 والبيان والشكل كما مر في المنفصل وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين متباينين في القوة مجموع مربعيها  
 متوسطين وضعف سطح احدهما في الآخر منطق  
 اذا فصل اصغرها من اعظمها كان الباقي اصم  
 ويسمى المتصل بالمنطق يصير الكل متوسط

والبيان والشكل كما في المنفصل المتوسط الاول وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين متباينين في القوة مجموع مربعيها



موسط وضعف سطح احدهما في الآخر موسط مباين  
لمجموع المربعين اذا فصل اصغرها من اعظمها كان  
الباقى اصم و يسمى المتصل بموسط يصير الكل

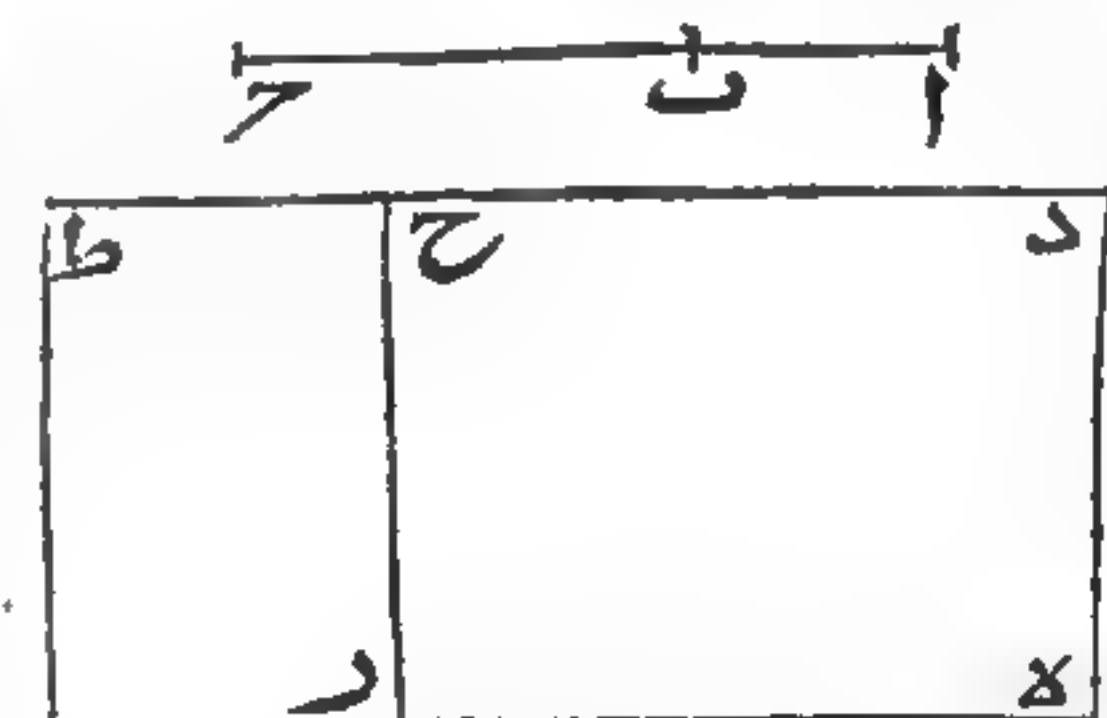
موسط

والبيان والشكل كما مر في المنفصل الموسط الثاني وذلك ما اردنا ان نبين

لا يمكن ان يتصل بالمنفصل الا خط واحد فقط  
منطق في القوة مشاركا في القوة بعد اضافته الى  
المنفصل للمجموع الحاصل فقط

ليكن اب المنفصل واتصل به ب ح المنطق في القوة المشارك لآ في القوة  
فقط فاقول لا يمكن ان يتصل باب خط آخر منطق في القوة مشارك  
للمجموع الحاصل منه ومن اب في القوة فقط برهانه والا فليتصل باب  
خط ب د على الصفة المذكورة وليكن سطح هـ المتوازي الاضلاع مربعي

ا ح ب معا وهما اعظم من ضعف  
سطح ا ح في ح ب بمربع اب بالشكل  
السابع من الثانية فليكن سطح ح د  
من سطح هـ ركضعف سطح ا ح في ح ب  
فبقي سطح ح ط كمربع اب ولان  
مربعي ا د ب كضعف سطح ا د في  
د ب مع مربع اب بالشكل السابع



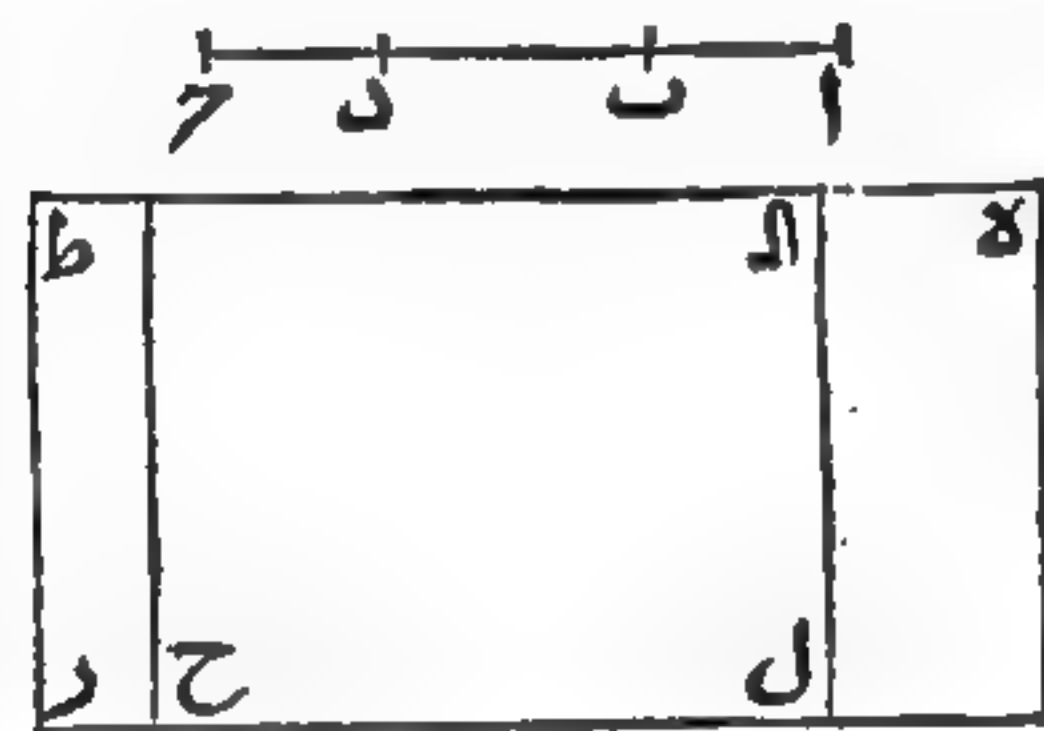
من الثاني والمربعين اصغر من مربعي ا ح ب فليكن سطح الم من سطح هـ  
كمربعي ا د ب معا و سطح ح ط كمربعي ا ب يبغي سطح ح د كضعف سطح ا د في  
د ب ولان كل واحد من مربعي ا د ب و ا ح ب منطق فكل واحد من  
سطحي هـ ر الم مشارك بمربع الخط الموضوع فهما مشتركان بالشكل العاشر  
فسطح هـ الذي هو الفضل بين سطحي هـ ر الم فهما يشارك كل واحد  
منهما بالشكل الحادي عشر والمشارك للمنطق باستبانة الشكل  
العاشر فسطح هـ د منطق و سطح ا ح في ح ب الموسط يشارك ضعفه فهو  
موسط بالشكل التاسع عشر وبمثله تبين ان ضعف سطح ا د في د ب موسط  
وفصل

وفصل الموسط على الموسط اصم بالشكل العشرين وسط ح كضعف  
سطح ا ح في ح ب وسط ا ح كضعف سطح ا د في د ب فسطح هـ د هو كضعف  
ضعف سطح ا ح في ح ب على ضعف سطح ا د في د ب فهو اصم وكان منطق  
هذا خلف بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لا يمكن ان يتصل بالمنفصل الموسط الاول الا خط  
واحد مشارك للمجموع الحاصل بعد اضافته الى  
المنفصل في القوة فقط ويكون سطحه في المجموع

منطق

ليكن اب المنفصل الموسط الاول  
واتصل به ب ح بالصفة المذكورة  
فاقول لا يمكن ان يتصل باب الا  
خط ب ح بالصفة المذكورة برهانه  
فان امكن غيره فليتصل باب د ب



بالصفة المذكورة فلان كل واحد من مربعي ا ح ب المشتركين موسط  
فمجموعهما المشارك لكل بالشكل الحادي عشر موسط بالشكل التاسع عشر  
وبمثله تبين ان مجموع مربعي ا د ب موسط ولان سطح ا ح في ح ب المشارك  
لضعفه بالشكل الحادي عشر منطق فضعفه منطق باستبانة الشكل  
العاشر وليكن سطح هـ المتوازي الاضلاع يساوي مربعي ا ح ب وسط  
هـ ح منه كضعف سطح ا ح في ح ب يبغي سطح ح ط كمربع اب بالشكل السابع  
من الثانية ولان مربعي ا د ب اقل من مربعي ا ح ب فليكن سطح الم من  
سطح هـ كمربعي ا د ب معا وكل واحد من المربعين موسط وفصل الموسط  
على الموسط اصم بالشكل العشرين فسطح هـ د اصم ولان سطح هـ د فضل  
ضعف سطح ا ح في ح ب على ضعف سطح ا د في د ب المنطقين فيكون منطقا  
بالشكل الحادي عشر واستبانة الشكل العاشر وكان اصم هذا خلف

فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لا يمكن ان يتصل بالمنفصل الموسط الثاني الا خط  
واحد يشارك للمجموع الحاصل بعد اضافته الى



المنفصل في القوة فقط ويكون سطحه في المجموع

موسط

8.	7	11	1
9	6	10	

ليكن المتنصل المتوسط الثاني  
خط أ ب واتصل به خط ب ح  
بالصفة المذكورة فاقول لا يمكن  
ان يتصل ب ب أ إلا خط ب ح  
بالصفة المذكورة برهانه فان  
امكن ان يتصل ب ب أ خط غير

بـ بالصفة المذكورة فليتصل به بـ بالصفة المذكورة فلان كل واحد  
من مربعي آ حـ بـ متوسط فمجموعهما متوسط وكل واحد من مربعي آ د بـ  
متوسط فمجموعهما متوسط وكل واحد من سطحي آ حـ في حـ و آ د في بـ متوسط  
فضعف كل واحد منهما متوسط بمثل ما بيننا في الشكل المتقدم وقد بين في  
الشكل الخامس والثلاثين وفيما بعده أيضا أن كل خطين متباينين في الطول  
فإن مجموع مربعيها يباين ضعف سطح أحدهما في الآخر فمجموع مربعي آ حـ  
حـ بـ متوسط وكذلك مجموع مربعي آ د بـ وضعف سطح آ حـ في حـ بـ متوسط  
وكذلك ضعف سطح آ د في بـ ومجموع مربعي آ حـ بـ يباين ضعف سطح آ حـ في  
حـ بـ ومجموع مربعي آ د بـ يباين ضعف سطح آ د في بـ فإذا تقرر هذا فليكن  
هـ ر خطا مستقيما ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع يساوي مربعي آ حـ  
حـ بـ فليكن سطح لـ ر بالشكل الخامس والامر يعين من الأولي وليكن سطح لـ ط  
منه كضعف سطح آ حـ في حـ بـ يبقى سطح حـ ر ك مربع آ بـ بالشكل السابع من  
الثانية فخط حـ ط يوازي خط هـ ر بالشكل الثلاثين من الأولي فمهما متساويان  
بالشكل الرابع والثلاثين من الأولي وهـ ر منطبق فحـ ط منطبق وكل واحد من  
خطي هـ لـ حـ لـ منطبق في القوة غير مشاركين لخط هـ ر بالشكل الثامن عشر ولأن  
نسبة سطح لـ ر إلى سطح لـ ط كنسبة خط هـ لـ إلى خط لـ حـ بالشكل الأول من  
السادسة ونسطح لـ ر يباين سطح لـ ط فخط هـ لـ يباين خط حـ لـ بالشكل  
الثامن فخط هـ حـ منفصل بالشكل الثامن والستين ونرسم علي خط هـ حـ  
سطحا متوازي الاضلاع يساوي مربعي آ د بـ ولأن مربعي آ د بـ أصغر  
من مربعي آ حـ حـ بـ فليكن سطح المـ من سطح لـ ر ك مربعي آ د بـ وسطح ط لـ  
كضعف سطح آ د في بـ بالشكل الخامس والامر يعين من الأولي فليكون كل  
من خطي هـ لـ حـ لـ منطبقا في القوة غير مشاركين لخط هـ ر بالشكل الثامن عشر  
ولأن نسبة سطح هـ م إلى م حـ كنسبة هـ لـ إلى لـ حـ بالشكل الأول من السادسة  
والسطحان متباينان فخط هـ لـ حـ متباينان بالشكل الثامن فقد اتصل  
بخط هـ حـ المنفصل خطا لـ حـ آ لـ حـ فمشارك لـ هـ في القوة فقط وأما لـ حـ  
فمشارك

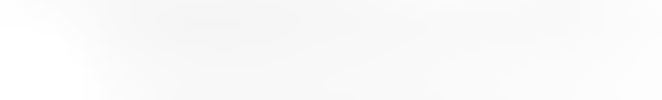
فبشارك الله في القوة فقط وقد بينا استحالة ذلك بالشكل الرابع والسبعين  
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لا يمكن ان يتصل بالاصغر الآ خط واحد يباين  
المجموع الحاصل بعد اتصاله بالاصغر في القوة  
يكون سطحه في المجموع موسط

ليكن أب الأصغر واتصل به  
ب وهو يباين أ في القوة  
و مجموع من مربعي أ و ب منطوق  
وسط أ في ب موسط فاقول لا  
يمكن أن يتصل ب أ خط آخر  
بالصفة المذكورة والأقل يتصل به  
خط د كذلك وتبين استحالة  
مثل ما بينا في الشكل السبعين و

الشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين

لا يمكن ان يتصل بالمتصل بمنطق يصير الكل متوسطا  
 الاخط واحد يباين المجموع الحاصل بعد اتصاله به  
 في القوة ويكون مجموع مربعيهما متوسطا وضعف سطح  
 احدهما في الآخر منطقاً



لكن خط  $\bar{A}B$  المتصل بمنطق  
 يصير الكل موسطا واتصل به خط  
 $\bar{B}C$  يباين  $\bar{A}C$  في القوة ومجموع  
 مربعي  $\bar{A}C$  و  $\bar{B}C$  موسط وسط  $\bar{A}C$  في  
 $\bar{B}C$  منطق فاقول لا يمكن ان

يتصل بأخر خط آخر بالصفة المذكورة والّا فليتصل به خط بد بالصفة المذكورة وتبين استحالته بمثل ما بينا في الشكل الخامس والسبعين والشكل كالشكل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



لا يمكن ان يتصل بالمتصل بالموسط يصير الكل موسطا  
الاخط واحد مبين المجموع بعد اتصاله به في القوة  
ويكون مجموع مربعيها موسطا وسطح احدها في الآخر  
ايضا موسطا مبينا المجموع المربعين

ليكن  $\bar{A}B$  المتصل بالموسط يصير  
 الكل موسطا  $\bar{A}B$  خط  $\bar{A}B$  مباينا  
 في القوة لخط  $\bar{A}C$  واتصل به  
 ومجموع مربعي  $\bar{A}C$  و  $\bar{A}B$  موسط  
 وسط  $\bar{A}C$  في  $\bar{A}B$  ايضا موسط  
 مباين لمجموع مربعي  $\bar{A}C$  و  $\bar{A}B$  فاقول  
 لا يمكن ان يتصل  $\bar{A}B$  ب  $\bar{A}C$  خط آخر  
 بالصفة المذكورة والا فليتصل به

خط د ب بالصفة المذكورة وتبين استحالة بمثل ما بينا في الشكل الثاني والسبعين والشكل كالشكل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

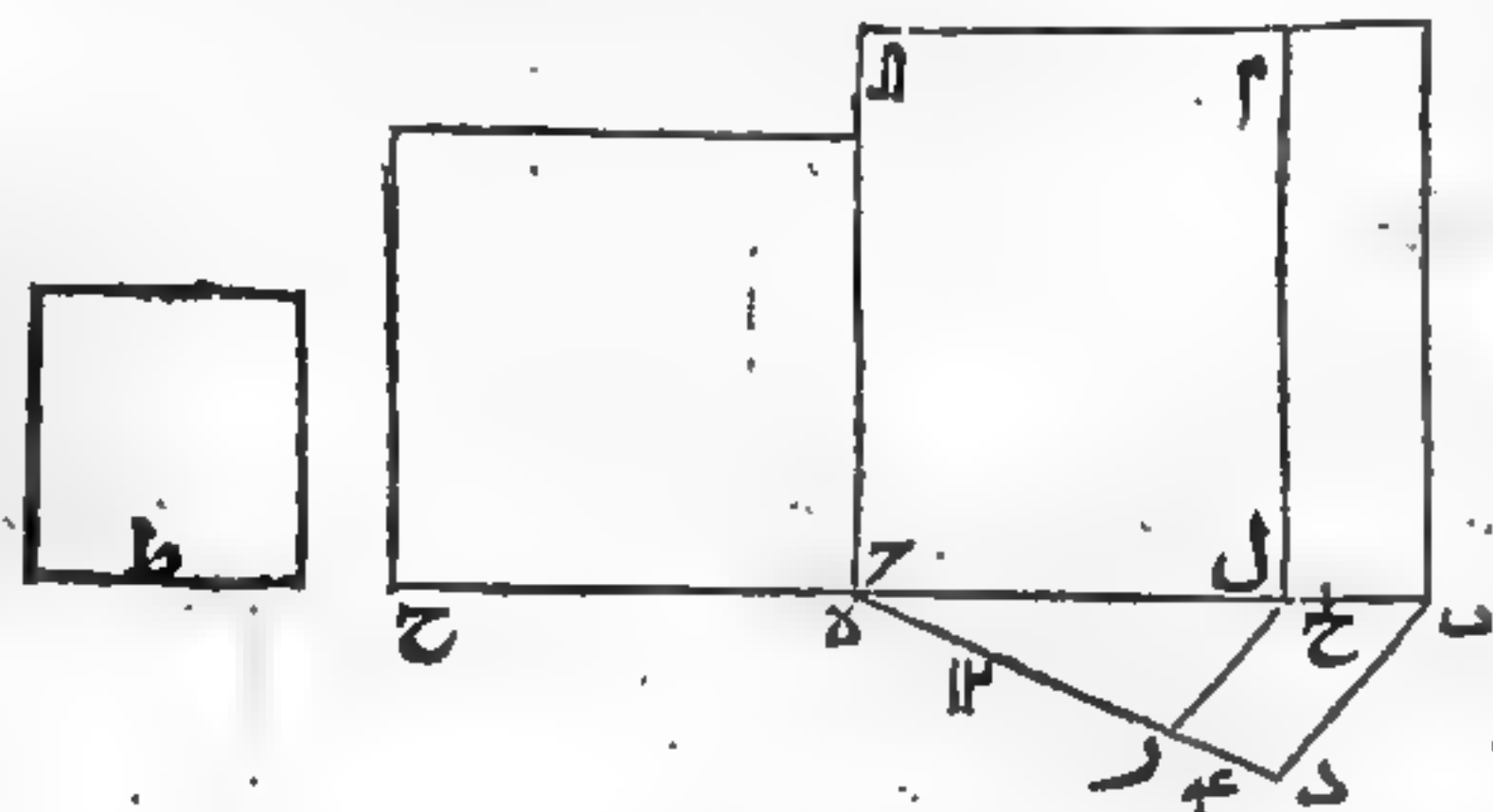
## مضادة رابعة

كل خط اتصل بالمنفصل وكان منطقاً في القوة مشاركاً للمجموع الحاصل منه  
ومن المنفصل في القوة فقط فالمجموع أما أن يقوي على ما اتصل به المنفصل  
بمربع خط يشاركه في الطول أو يباينه في الطول أما الأول فإن كان المجموع  
منطقاً كان المنفصل منفصلاً أولاً ١٠ وأن كان المتصل بالمنفصل منطقاً كان  
منفصلاً ثانياً ١١ وأن لم يكن شيء منهما منطقاً كان منفصلاً ثالثاً ١٢ وأما  
الثاني فإن كان المجموع منطقاً كان منفصلاً رابعاً ١٣ وأن كان المتصل  
بالمنفصل منطقاً كان منفصلاً خامساً ١٤ وأن لم يكن شيء منهما منطقاً كان  
منفصلاً سادساً ١٥ وذلك ما اردنا بيانه

لنسان نجد المنفصل الاول

ليكن  $\alpha$  خط متطعا ويشاركه خط  $\beta$  في الطول فيكون منطقي الطول  
باستبانة الشكل العاشر ولنجده عددان مربعين ليس الفضل بينهما  
مربعاً بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الرابع والعشرين وهما  $25$  و  $16$   
والفضل

والفضل بينهما وهو غير مربع ونرسم علي  $\overline{b}$  مربع  $\overline{b}$  بالشكل السادس والأربعين من الأولي ونجعل  $\overline{b}$  مع عدد  $d$  محيطاً بزاوية



ب ٧٥ بحسب  
يتطابق نقطة  
علي نقطة  
ونصل بين ب د  
بخط مستقيم  
نخرج من نقطة  
ر خط مل يوازي  
ب د بالشكل

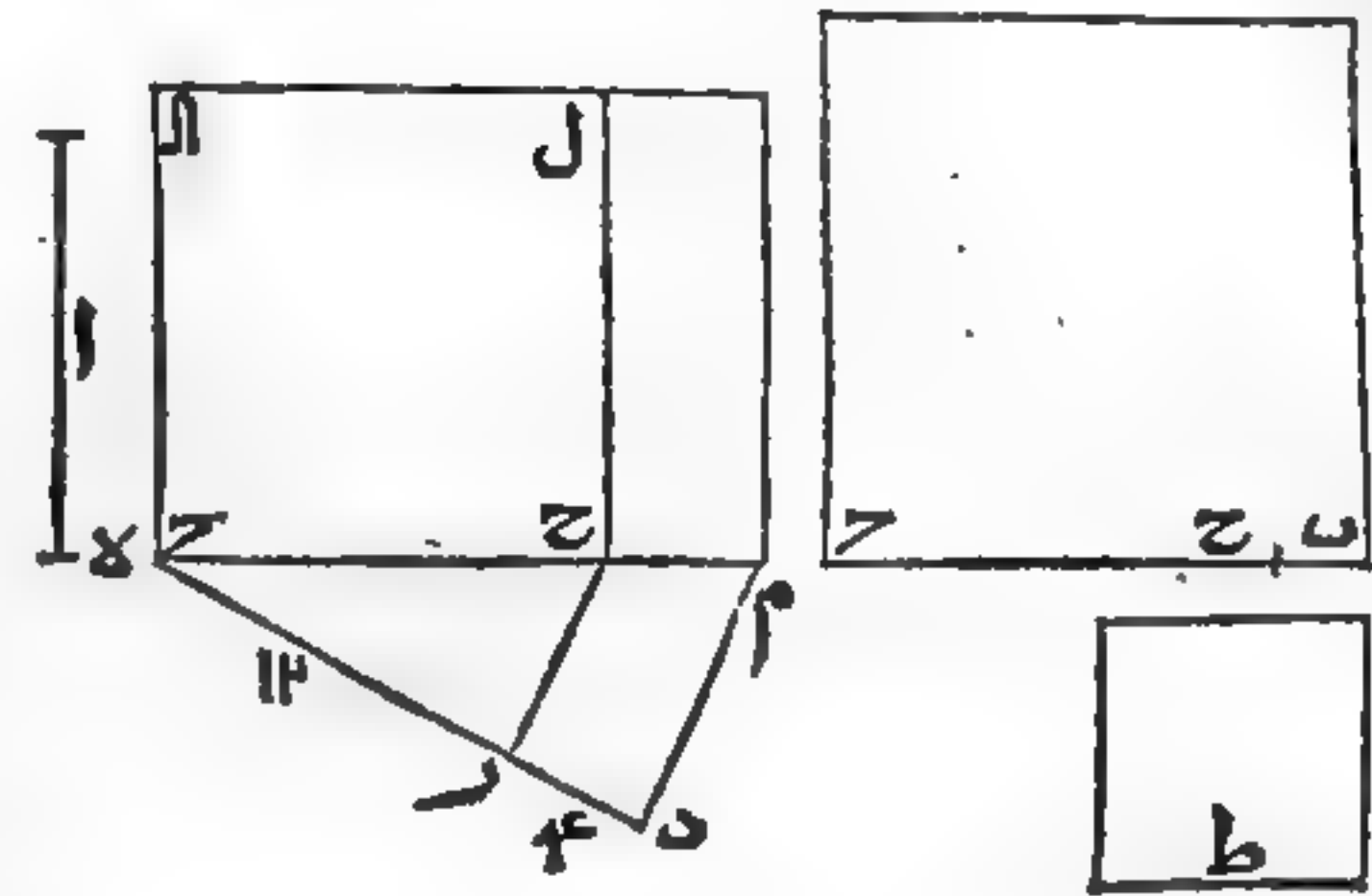
الواحد والثلاثين من الاول فينتهي الي  $\bar{ب}$   $\bar{ح}$  علي نقطة  $\bar{ل}$  ونخرج منها  
 خط  $\bar{ل م}$  موازيا لخط  $\bar{ح ا}$  بالشكل الواحد والثلاثين من الاول ولينته الي  
 ضلع مربع  $\bar{ب ا}$  علي نقطة  $\bar{م}$  فسطح  $\bar{ب م}$  متوازي الاضلاع بالشكل  
 الثلاثين من الاول ونعمل مربعا كسطح  $\bar{ل ا}$  بالشكل الرابع عشر من الثانية  
 والشكل السادس والاربعين من الاول وهو مربع ضلعه  $\bar{ح د}$  وبهذين  
 الشكلين نعمل مربعا ضلعه  $\bar{ط ك}$  كسطح  $\bar{ب م}$  فلان زاويتي  $\bar{ح ل ر}$  و  $\bar{ح ر ل}$   
 كزاويتي  $\bar{ح د ب}$  و  $\bar{ح د ب}$  بالشكل التاسع والعشرين من الاول وزاوية  $\bar{ب د د}$   
 مشتركة بين مثلثي  $\bar{ح د ل}$  و  $\bar{ح ر ل}$  فبالشكل الرابع من السادسة نسبة  $\bar{د ح}$  الي  
 $\bar{ح ر}$  كنسبة  $\bar{ب د}$  الي  $\bar{ح ل}$  ونسبة مربع  $\bar{ب ا}$  الي سطح  $\bar{ا ل}$  كنسبة  $\bar{ب د}$  الي  $\bar{ح ل}$   
 بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة  $\bar{د ح}$   
 الي  $\bar{ح ر}$  كنسبة سطح  $\bar{ب ا}$  الي سطح  $\bar{ا ل}$  ونسبة مربع  $\bar{ب ا}$  الي مربع  $\bar{ح د}$  كنسبته  
 الي سطح  $\bar{ا ل}$  بالشكل التاسع من الخامسة وكانت نسبة  $\bar{د ح}$  الي  $\bar{ح ر}$  كنسبة  
 $\bar{ب د}$  الي  $\bar{ح ل}$  فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع  $\bar{ب ا}$  الي مربع  
 $\bar{ح د}$  كنسبة عدد  $\bar{د ح}$  الي عدد  $\bar{ح ر}$  وهما لهما بمربعين فربع  $\bar{ب ك}$  يشارك  
 مربع  $\bar{ح د}$  بالشكل السادس ف  $\bar{ب د}$  يشارك  $\bar{ح د}$  في القوة ويباينه في الطول  
 بالشكل السابع ونسبة مربع  $\bar{ب ا}$  الي مربع  $\bar{ط ك}$  كنسبته الي سطح  $\bar{ب م}$  بالشكل  
 السابع والخامسة وبالقالب نسبة  $\bar{د ا}$  الي  $\bar{د ر}$  العددين المربعين كنسبة  
 مربع  $\bar{ب ا}$  الي سطح  $\bar{ب م}$  فنسبة مربع  $\bar{ب ا}$  الي مربع  $\bar{ط ك}$  كنسبة  $\bar{د ا}$  الي  $\bar{د ر}$   
 بالشكل الحادي عشر من الخامسة فخط  $\bar{ب د}$   $\bar{ح د}$  منطلقان في القوة متباينان  
 في الطول ف  $\bar{ب د}$  المنطق في الطول القوي علي  $\bar{ح د}$  بمربع خط يشاركه في  
 الطول وهو  $\bar{ط ك}$  ففضل  $\bar{ب د}$  علي  $\bar{ح د}$  وهو  $\bar{ب ح}$  المنفصل الاول وذلك ما  
 اردنا ان نبين

## لنأرجع نجد المنفصل الثاني



ليكن  $\bar{A}$  خطا منطقا ولبشاركه  $\bar{C}$  في الطول فهو منطق بالشكل العاشر ولنعده العددين المربعين المدين هما  $\bar{D}$  و  $\bar{E}$  والفضل بينهما مرة ليس

مربعاً ولنجعل خط  $\bar{C}$  مع عدده  $\bar{D}$  محطاً بزاوية بحيث ينطبق نقطة  $\bar{C}$  على نقطة  $\bar{E}$  ونصل بين نقطتي  $\bar{C}$  و  $\bar{E}$  بخط مستقيم ونخرج من نقطة  $\bar{D}$  خط  $\bar{D}$  موازياً لخط  $\bar{C}$  بالشكل الواحد و



الثلاثين من الأولي فلان

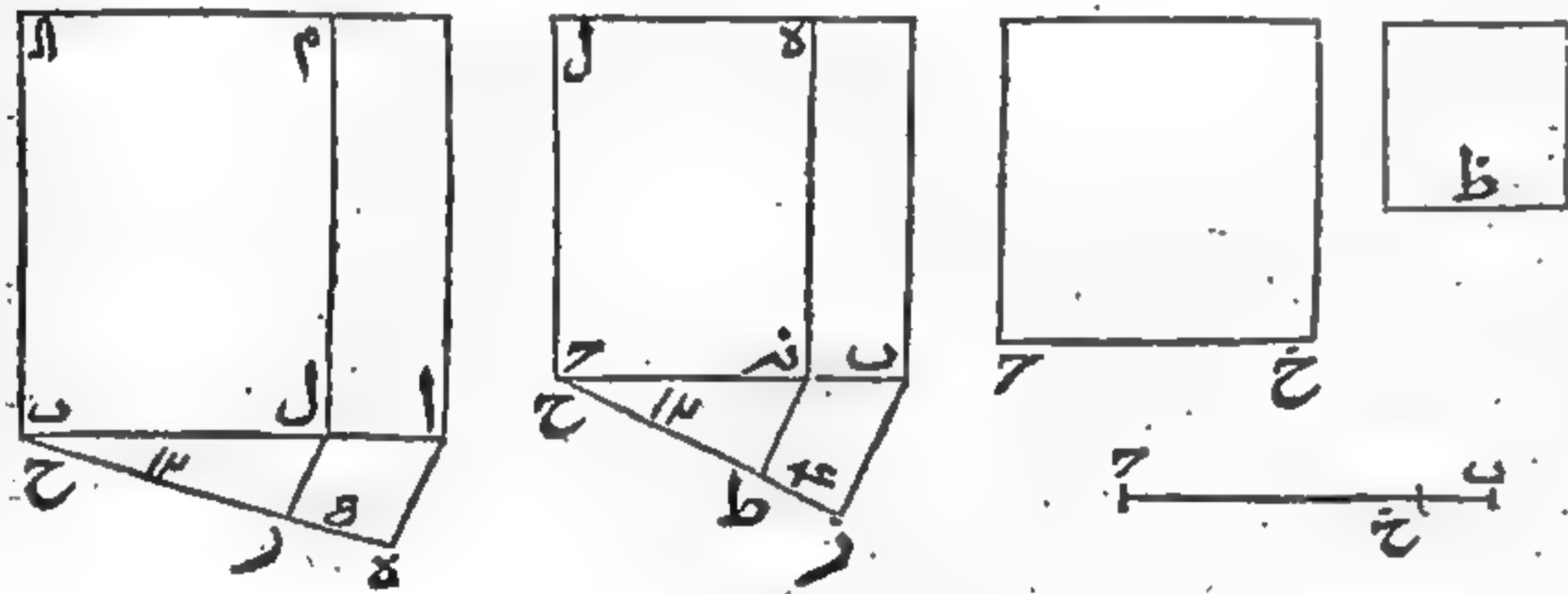
زاويتي  $\bar{C}$  و  $\bar{D}$  أقل من قائمتين بالشكل السابع عشر من الأولي وزاويتا  $\bar{C}$  و  $\bar{D}$  متساويتان بالشكل التاسع والعشرين من الأولي فاذا اخرجنا خطي  $\bar{D}$  و  $\bar{C}$  في جهة  $\bar{M}$  على استقامتهما فليتلاقيا على نقطة  $\bar{M}$  ونرسم على  $\bar{C}$  مربع  $\bar{C}$  و  $\bar{D}$  بالشكل السادس والاربعين من الأولي ونقسم سطح  $\bar{M}$  لمتوازي الاضلاع فسطح  $\bar{M}$  لمتوازي الاضلاع ونرسم مربع  $\bar{B}$  كسطح  $\bar{M}$  بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الأولي ونرسم بالشكلين المذكورين مربعاً يساوي سطح  $\bar{M}$  ضلعه  $\bar{P}$  فربع  $\bar{B}$  يقوي على مربع  $\bar{C}$  بمربع  $\bar{P}$  فلان زاويتي  $\bar{C}$  و  $\bar{D}$  كزاويتي  $\bar{C}$  و  $\bar{D}$  بمثلتي  $\bar{C}$  و  $\bar{D}$  فبالشكل الرابع من السادسة نسبة  $\bar{D}$  الى  $\bar{C}$  كنسبة  $\bar{M}$  الى  $\bar{C}$  ونسبة سطح  $\bar{M}$  الى مربع  $\bar{C}$  كنسبة  $\bar{M}$  الى  $\bar{C}$  بالشكل الأول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة  $\bar{D}$  الى  $\bar{C}$  كنسبة سطح  $\bar{M}$  الى مربع  $\bar{C}$  كنسبة  $\bar{M}$  الى  $\bar{C}$  بالشكل السابع من الخامسة فنسبة  $\bar{D}$  الى  $\bar{C}$  كنسبة مربع  $\bar{B}$  الى مربع  $\bar{C}$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة فربع  $\bar{B}$  يشارك مربع  $\bar{C}$  بالشكل السادس فخط  $\bar{B}$  و  $\bar{C}$  منطقان في القوة ومتباينان في الطول بالشكل السابع لان عددي  $\bar{D}$  و  $\bar{C}$  ليسا مربعين فبالقلب نسبة  $\bar{D}$  الى  $\bar{C}$  كنسبة مربع  $\bar{B}$  الى مربع  $\bar{C}$  و  $\bar{D}$  و  $\bar{C}$  در عددان مربعان ف  $\bar{B}$  يشارك  $\bar{C}$  في الطول بالشكل السابع ف  $\bar{B}$  يقوي على  $\bar{C}$  بمربع خط يشاركه في الطول ف  $\bar{B}$  و  $\bar{C}$  خطان منطقان في القوة متباينان في الطول و  $\bar{C}$  الاصغر منطق في الطول ففضل  $\bar{B}$  و  $\bar{C}$  على  $\bar{C}$  وهو  $\bar{B}$  المنفصل الثاني وذلك ما اردنا ان نبين

فب

لنا

### لنا ان نجد المنفصل الثالث

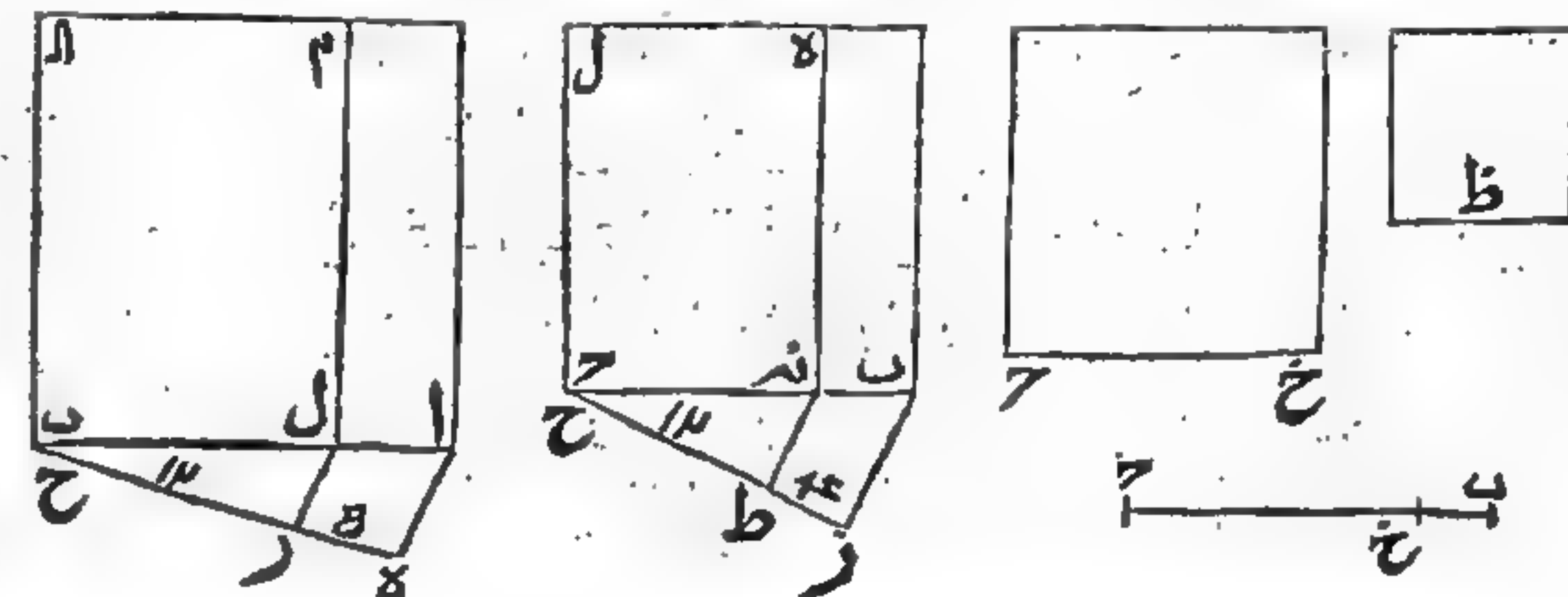
ليكن  $\bar{A}$  خطا منطقا والعددان المربعان اللذان ليس الفضل بينهما مربعاً  $\bar{B}$  و  $\bar{C}$  والفضل بينهما  $\bar{D}$  و  $\bar{E}$  عدداً اول فليست نسبتهم الى  $\bar{C}$  و  $\bar{D}$  نسبة عدد مربع الى عدد مربع والا لكان العدد الاول مسطحاً بالشكل الثاني والعشرين من الثامنة ولنجعل عدد  $\bar{D}$  مع  $\bar{A}$  محطاً بزاوية بحيث ينطبق نقطة  $\bar{B}$  على نقطة  $\bar{E}$  ونصل بين نقطتي  $\bar{A}$  و  $\bar{E}$  بخط مستقيم ونرسم على  $\bar{A}$  مربع  $\bar{A}$  بالشكل السادس والاربعين من الأولي ونخرج من نقطة  $\bar{D}$  خط  $\bar{D}$  موازياً لخط  $\bar{A}$  بالشكل الواحد والثلاثين من الأولي وليتلاقيا على نقطة  $\bar{L}$  ونخرج منها عمود  $\bar{L}$  على  $\bar{A}$  بالشكل الحادي عشر من الأولي ولان زاويتي  $\bar{B}$  و  $\bar{C}$  مشتركة بين مثلتي  $\bar{A}$  و  $\bar{B}$  فبالشكل الرابع من السادسة نسبة  $\bar{D}$  الى  $\bar{C}$  كنسبة



$\bar{A}$  الى  $\bar{B}$  ونسبة مربع  $\bar{A}$  الى سطح  $\bar{A}$  كنسبة  $\bar{A}$  الى  $\bar{B}$  بالشكل الأولي من السادسة فنسبة  $\bar{D}$  الى  $\bar{C}$  كنسبة مربع  $\bar{A}$  الى سطح  $\bar{A}$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونرسم مربع  $\bar{B}$  كسطح  $\bar{A}$  بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الأولي فنسبة مربع  $\bar{A}$  الى مربع  $\bar{B}$  كنسبة مربع  $\bar{A}$  الى سطح  $\bar{A}$  بالشكل السابع من الخامسة فنسبة  $\bar{D}$  الى  $\bar{C}$  كنسبة مربع  $\bar{A}$  الى مربع  $\bar{B}$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة فربع  $\bar{B}$  يشارك  $\bar{C}$  في القوة والشكل السادس فخط  $\bar{B}$  و  $\bar{C}$  منطقان في القوة ومتباينان في الطول و  $\bar{C}$  الاصغر منطق في الطول ففضل  $\bar{B}$  و  $\bar{C}$  على  $\bar{C}$  وهو  $\bar{B}$  المنفصل الثاني وذلك ما اردنا ان نبين



خط كسطح بـ بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولى فلان زاويتي ح ط ز زاويتي ح ب ر ح ب بالشكل التاسع والعشرين من الاولى وزاوية ب ح ر مشتركة بين مثلثي ب ح ر ح ط فبالشكل الرابع من السادسة نسبة مزح الى ح ط كنسبة ب ح الى ح ط ونسبة مربع ب ل الى سطح ل ن كنسبة ب ح الى ح ط بالشكل الاول من السادسة فنسبة مزح الى ح ط كنسبة مربع ب ل الى سطح ل ن بالشكل



الحادي عشر من الخامسة ولان نسبة مربع ب ل الى مربع ح ط كنسبته الى سطح ل ن بالشكل السابع من الخامسة فنسبة مزح الى ح ط كنسبة مربع ب ل الى مربع ح ط بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطحا ب ح ط ح ط في القوة بالشكل السادس متباينان في الطول بالشكل السابع ونسبة مربع ب ل الى مربع ط كنسبته الى سطح ب ه بالشكل السابع من الخامسة وبالقالب نسبة مزح الى ح ط كنسبة مربع ب ل الى سطح ب ه فبالشكل الحادي عشر نسبة مربع ب ل الى مربع ط كنسبة مزح الى ح ط فبـ ح يشارك ط في الطول بالشكل السابع لان عددي مزح ح ط مربعان ولان نسبة مربع ل الى مربع ب ل كنسبة ح ط الى ح ط ونسبة مربع ب ل الى مربع ح ط كنسبة مزح الى ح ط فبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة مزح الى ح ط كنسبة ح ط الى ح ط فبالشكل السابع كون عددي ح ط ليست كنسبة عددين مربعين خطا ب ح ط ح ط في القوة متباينان في الطول وليس واحد منهما منطقتا في الطول فاذا فصل من ب ح ح ط يبقى ب ح منقسلا ثالثا فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

### لنا ان نجد المنفصل الرابع

فاجد عددين مربعين وهما د و ه مجموعهما وهو د ه غير مربع بالمقدمة التي قبل

قبل الشكل الثالث والعشرين ونسلك به مثل ما سلكتنا في المنفصل الاول الا ان ب ح يقوي على ح ط مربع ط وهو يباين ط في الطول لان نسبة مربعهما كنسبة عدد د ه الى عدد ه وروها غير مربعين والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين

### لنا ان نجد المنفصل الخامس

فنجد عددي د ر ه الذين مجموعهما غير مربع ونسلك مثل ما سلكتنا في المنفصل الثاني فيكون ب ح يقوي على ح ط مربع ط الذي يباينه لان نسبة مربعي ب ح ط كنسبة عددي د ه وروها غير مربعين والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين

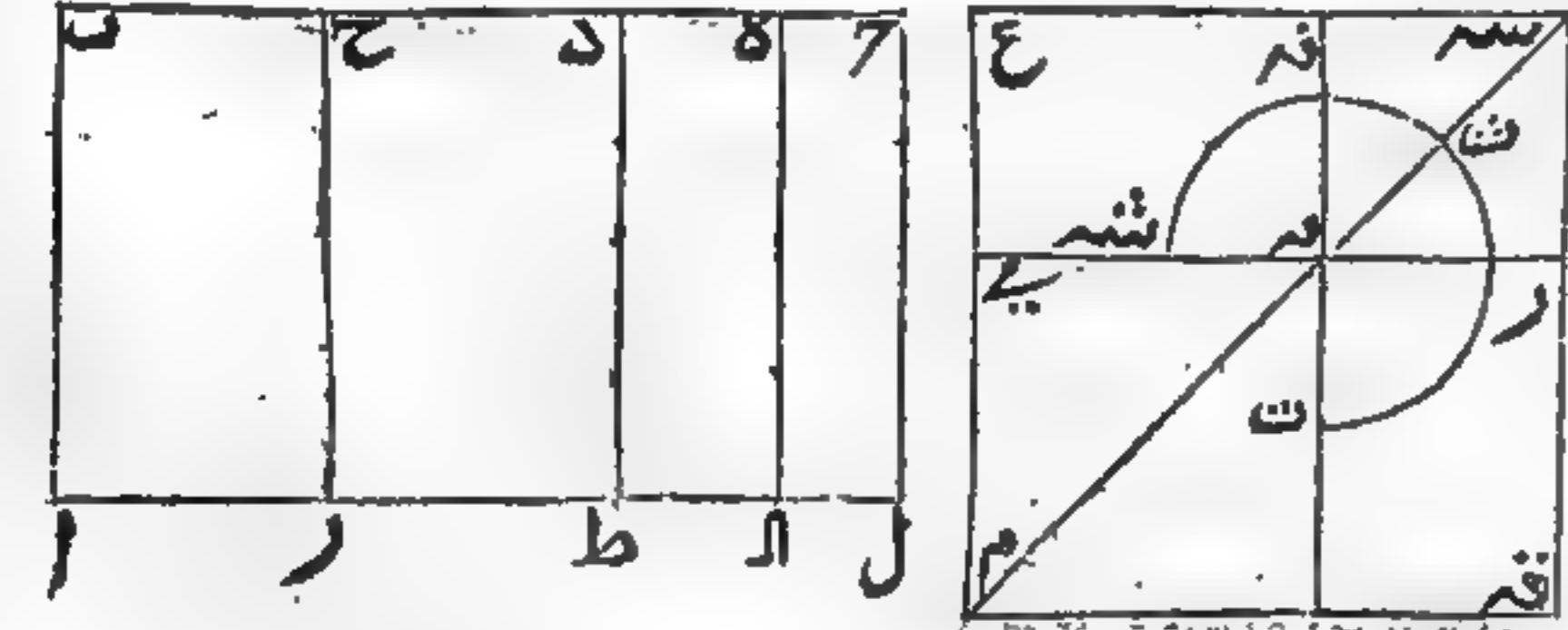
### لنا ان نجد المنفصل السادس

فنجد عددي د ر ه الذين مجموعهما غير مربع ونسلك مثل ما سلكتنا في المنفصل الثالث بعينه والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين

### كل خط يقوي على سطح قائم الزوايا يحيط به خط

### منطق ومنفصل اول منفصل

ليكن خط ا ب منطقا و ب ح منقسلا اولوا واحاطا بسطح ا ب ح ر المتوازي الاضلاع فاقول

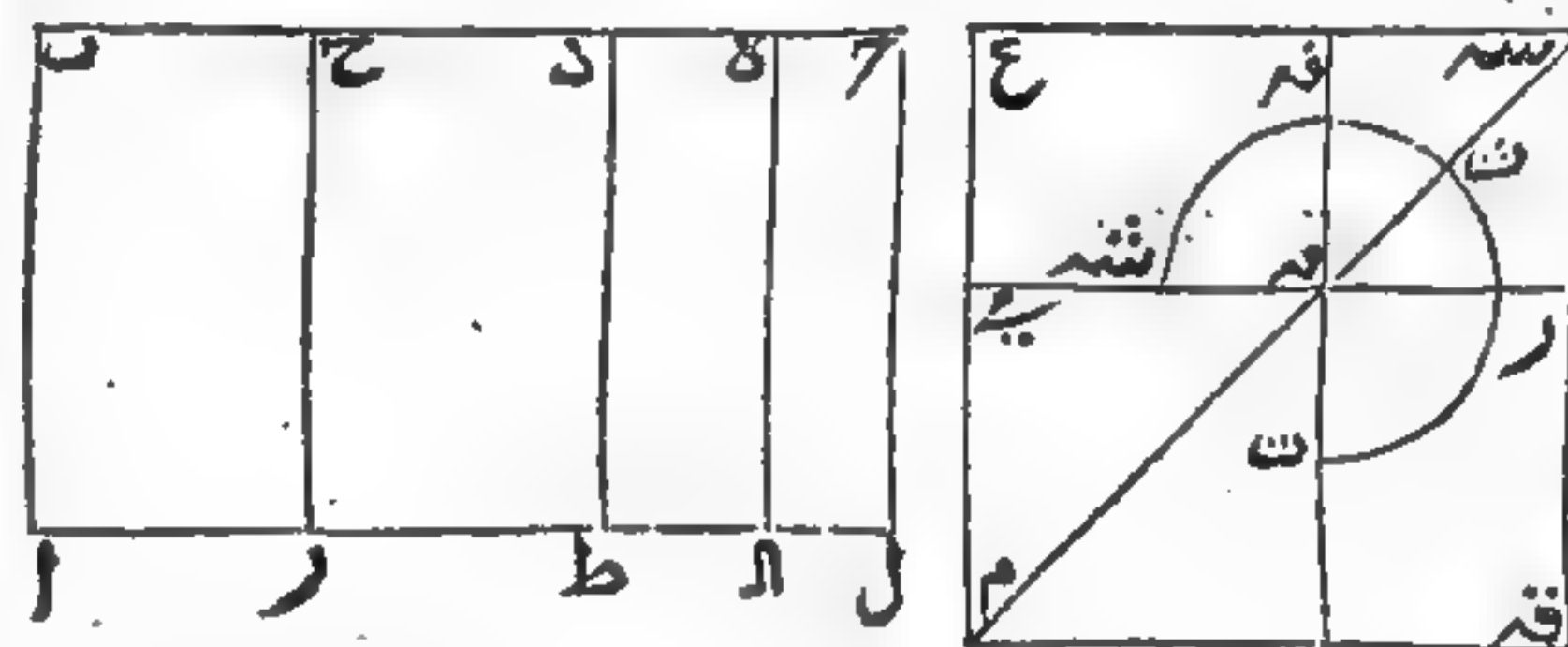


كل خط يقوي على سطح ا ح فهو منفصل برهانه وليتصل بخط ب ح خط ح ط فيصير ا خطي

ب ح ح منطقتين في القوة متباينين في الطول وخط ب ح منطقتين في الطول قوي على خط ح ط مربع خط يشاركه في الطول ونخرج ا ر على استقامته في جهة ر الى غير النهاية ونفصل منه ا ل كخط ب ح بالشكل الثالث من



الاولی ونصل بین نقطتي  $\overline{ح}$  بخط مستقیم فهو مواز ومساوٍ لخط  $\overline{آب}$   
 بالشکل الثالث والثلاثین من الاولی فسطح  $\overline{آح}$  متوازي الاضلاع فهو  
 منطبق بالشکل الخامس عشر وننصف  $\overline{ح}$  علي نقطة  $\overline{د}$  بالشکل العاشر  
 من الاولی فربع  $\overline{د}$  كربع مربع  $\overline{ح}$  بالشکل الرابع من الثانية فاذا اضفنا  
 ربع مربع  $\overline{ح}$  اعني مربع  $\overline{د}$  الي خط  $\overline{ب}$  ينقص عن تمامه مربعاً  
 بالشکل الثاني عشر من السادسة فنقسم خط  $\overline{ب}$  بقسمين مشترکين  
 بالشکل الثالث عشر لان خط  $\overline{ب}$  قوي علي  $\overline{ح}$  بمربع خط يشاركه  
 فلنقسمه علي نقطة  $\overline{ه}$  فسطح  $\overline{ب}$  في  $\overline{ه}$  كربع  $\overline{د}$  فنسبة  $\overline{ب}$  الي  $\overline{د}$  كنسبة  
 $\overline{د}$  الي  $\overline{ه}$  بالشکل السادس عشر من السادسة وخط  $\overline{ب}$  اعظم من خط  $\overline{د}$   
 لان  $\overline{ب}$  اعظم من



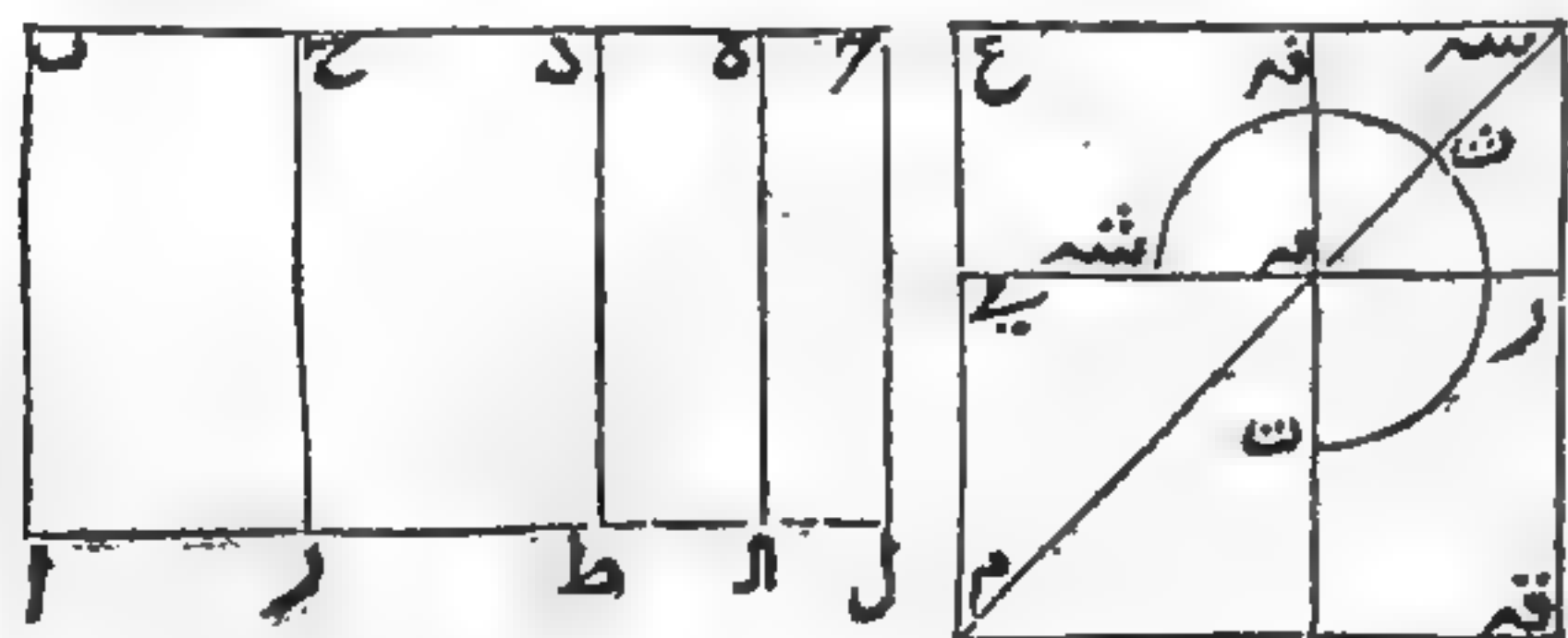
بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي فبقع من خط  $\alpha\lambda$  علي نقطتي  $\alpha$  ط  
فبالشكل الثلاثين سطوح  $\alpha\lambda$   $\gamma\tau$   $\tau\theta$   $\theta\alpha$  متوازية الاضلاع فنسبة سطح  
 $\alpha\theta$  الي سطح  $\gamma\tau$  كنسبة  $\beta\theta$  الي  $\gamma\delta$  بالشكل الاول من السادسة ونسبة  $\gamma\delta$   
الي  $\theta\epsilon$  كنسبة  $\beta\theta$  الي  $\gamma\delta$  فبالشكل الحادي عشر نسبة سطح  $\alpha\theta$  الي سطح  $\gamma\tau$   
كنسبة  $\gamma\delta$  الي  $\theta\epsilon$  ونسبة سطح  $\gamma\tau$  الي سطح  $\gamma\delta$  كنسبة  $\gamma\delta$  الي  $\theta\epsilon$  بالشكل  
الاول من السادسة فنسبة سطح  $\alpha\theta$  الي سطح  $\gamma\tau$  كنسبة سطح  $\gamma\tau$  الي سطح  
 $\gamma\delta$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح  $\gamma\tau$  متوسط بين سطحي  $\alpha\theta$   $\gamma\delta$   
ولان نسبة سطح  $\alpha\theta$  الي سطح  $\theta\epsilon$  كنسبة  $\beta\theta$  الي  $\theta\epsilon$  بالشكل الاول من  
السادسة وب  $\beta\theta$  يشارك  $\theta\epsilon$  فسطح  $\alpha\theta$  يشارك سطح  $\theta\epsilon$  بالشكل الثامن فكل  
منهما يشارك سطح  $\alpha\gamma$  المنطبق بالشكل الحادي عشر فكل من سطحي  $\alpha\theta$   $\theta\epsilon$   
منطبق باستبانة الشكل العاشر ولان خط  $\alpha\lambda$  المساوي لخط  $\alpha\beta$  المنطبق  
منطلق في الطول و  $\alpha\gamma$  منطلق في القوة فقط فخطي  $\alpha\lambda$   $\alpha\gamma$  منطلقان في  
القوة متباينان في الطول فسطح  $\gamma\tau$  متوسط بالشكل السابع عشر فسطح  
 $\gamma\tau$  المشارك له بالشكل الحادي عشر متوسط بالشكل التاسع عشر وكذلك  
سطح  $\delta\theta$  متوسط ونرسم مربع  $\tau\theta\delta\epsilon$  كسطح  $\alpha\theta$  بالشكل الرابع عشر من  
الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي ونرسم مربع  $\tau\theta\delta\epsilon$  من  
كسطح  $\theta\epsilon$  بالشكلين المذكورين بحيث يشارك مربع  $\tau\theta\delta\epsilon$  بزاوية  $\tau\theta\delta$   
فهو علي قطر  $\tau\theta$  باستبانة الشكل الرابع من الثانية ونقسم سطحي  $\tau\theta$   $\delta\epsilon$   
ونخرج  $\tau\theta$  علي استقامته في جهة  $\tau\theta$  الي ان ينتهي الي ضلع  $\tau\theta$  علي نقطة  
ي فسطح

ي فسطح ندم مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ولان نسبة مربع  
عق الى سطح قرق كنسبة ع سه الى سه بالشكل الاول من السادسة وقسه  
يساوي ع سه ورسه يساوي سه سه فنسبة قسه الى سه كنسبة ع سه الى  
سه فبالشكل الحادي عشر نسبة مربع ع ق الى سطح قرق كنسبة قسه الى  
سه ونسبة سطح قرق الى مربع سه سه كنسبة قسه الى سه فبالشكل  
الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قرق الى سطح قرق كنسبة سطح قرق الى  
مربع سه سه فسطح قرق متوسط بين مربعي قرق سه سه المساويين لسطحي آه  
هل وكان سطح حط متوسطا بين سطحي آه هل فسطح قرق كسطح حط وهو  
موسط فسطح قرق موسط ومربع قرق منطبق وهما متباينان فخط سه ع  
يباين خط سه سه بالشكل الثامن وهما منطقتان في القوة لان مربعي قرق  
سه سه منطقتان فخط قرق منفصل بالشكل السابعين ومتمما قرق نه ع  
متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاول في فعل ت ت سه مع مربع  
سه سه كسطح ح ل وكان سطح آه هل اعني سطح آ ح مربعي قرق سه سه فربع ندم  
كسطح آ ح وخطا قرق نه ع متساويان بالشكل الرابع والثلاثين من الاول  
فربع قرق يساوي مربع ندم المساوي لسطح آ ح فخط قرق القوي علي سطح  
آ ح منفصل وذلك ما اردنا ان نبين

فر

كل خط قوي علي سطح قايم الزوايا يحيط به خط  
منطق والمنفصل الثاني منفصل المتوسط الاول \*

ليكن سطح  $\overline{AC}$  القائم الزوايا يحيط به خط  $\overline{AB}$  المنطق و  $\overline{BC}$  المنفصل  
الثاني فاقول كل خط قوي على سطح  $\overline{AC}$  المنفصل الموسط الاول برهانه  
وليتصل بخط  $\overline{BC}$  خط  $\overline{CH}$  المنطق فيصير الخط  $\overline{BCH}$  منطقين في



ر علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه آل يساوي بـ بالشكل الثالث من الاولي ونصل جـ ل بخط مستقيم فهو مواز ومساوي لخط ا ب بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي فخط جـ ل منطبق وننصف جـ ح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي فلان بـ ح يقوي علي جـ بمربع خط



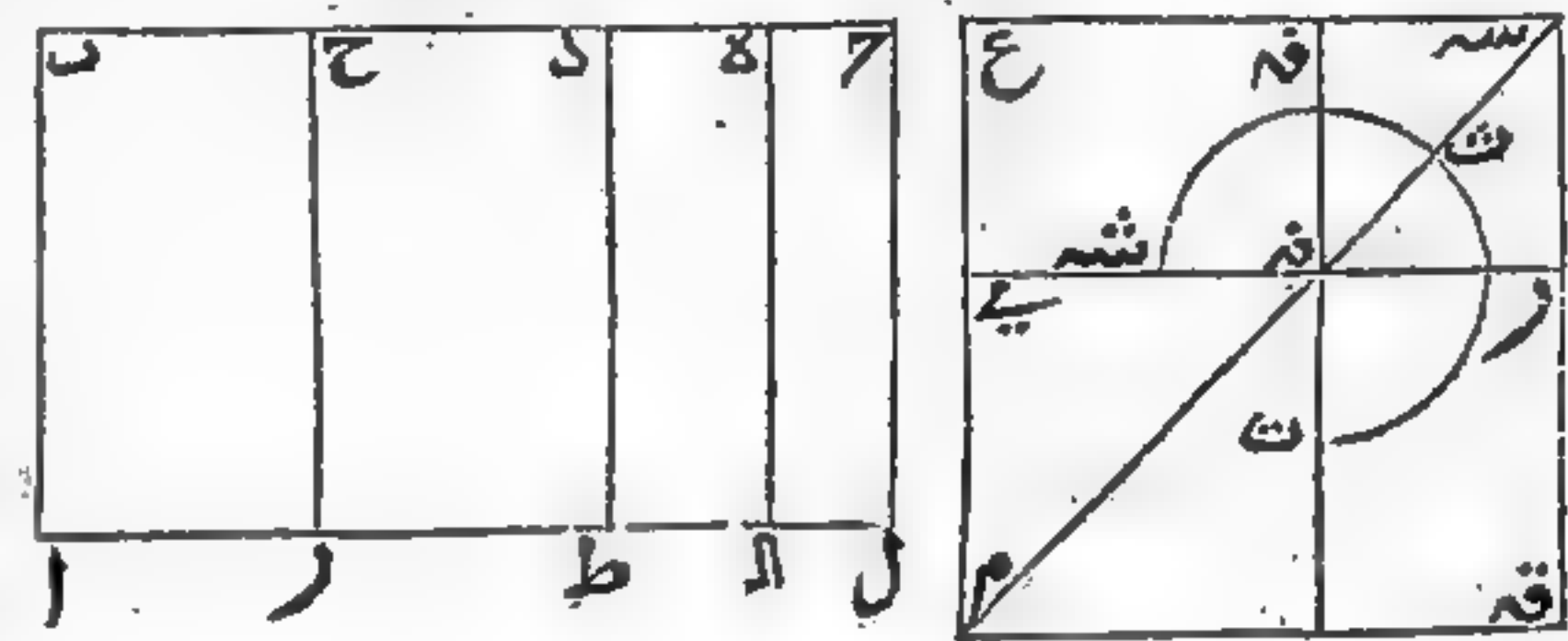








فلنقسمه على نقطة ه فسطح ب ه في د كربع د فنسبة ب ه الى د كنسبة  
د الى ح ه بالشكل السادس عشر من السادسة ونخرج من نقطتي د ه خطي  
ه ا د ط موازيين لخط ا ب بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي فليبتئها  
الى ا ل علي نقطتي ا ط فسطوح ح ط ط ح ا ه ل متوازيين الاضلاع  
بالشكل الثلاثين من الاولي ولان خطي ب ح د ح منطقتين في القوة وخط  
ب ح منطقتين في الطول فسطح ا ح منطقتين بالشكل الخامس عشر وسطح ح ح  
موسط بالشكل السابع عشر ولان نسبة سطح ا ه الى سطح د ه كنسبة ب ه الى  
د ه بالشكل الاول



من السادسة وهما  
متباينان فسطحا  
ا ه ل متباينان  
بالشكل الثامن  
ولان نسبة د ح  
الى ح ه كنسبة ب ه

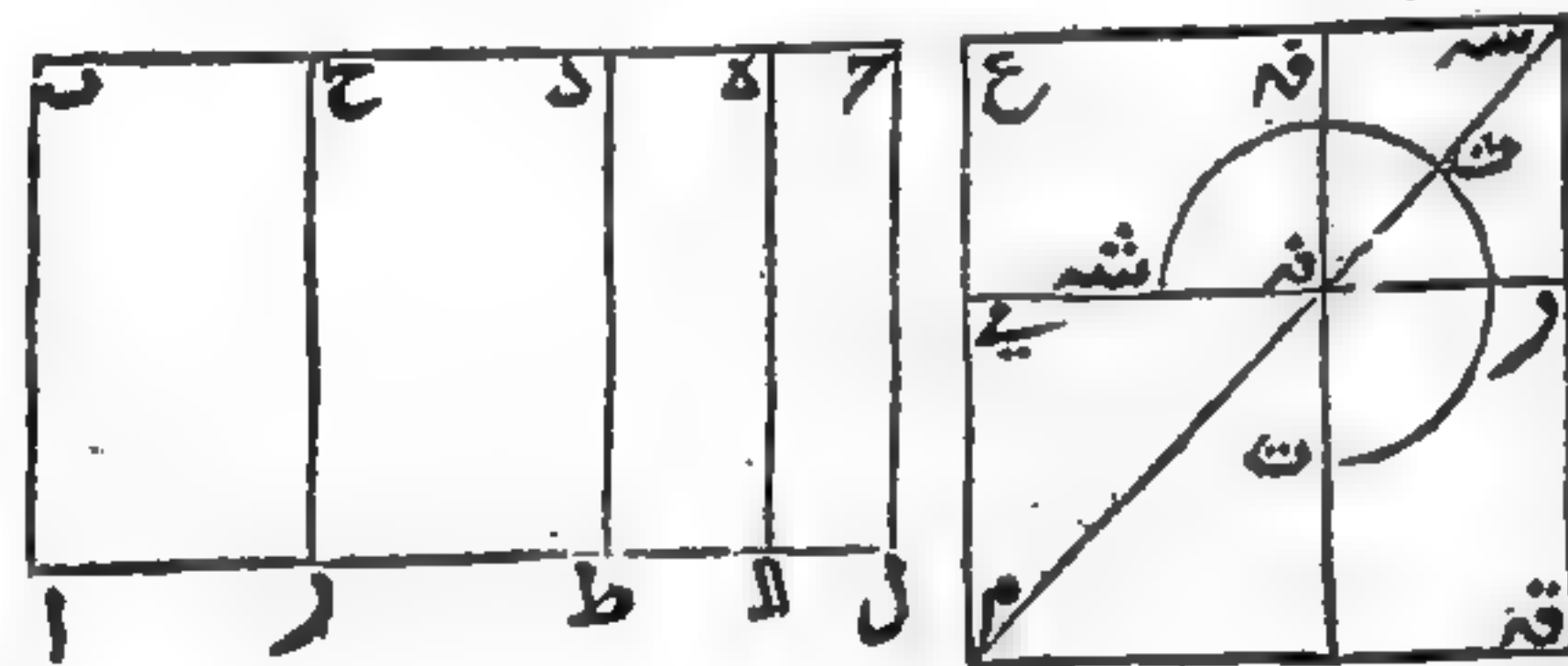
الى د ح ونسبة سطح ا ه الى سطح ح ط كنسبة ب ه الى د ح بالشكل الاول من  
السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د ح الى ح ه كنسبة سطح  
ا ه الى سطح ح ط ونسبة سطح ح ط الى سطح ح ا كنسبة د ح الى ح ه بالشكل  
الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح ا ه الى  
سطح ح ط كنسبة سطح ح ط الى سطح ح ا فسطح ح ط وسط في النسبة بين  
سطحي ا ه ل ونبرسم مربع ق ه ك سطح ا ه ومربع ه ل ك سطح د ه ل بالشكل  
الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي بحيث  
يشترك مربع ق ه ه ل في زاوية ق ه ل ونخرج قطر ه ل ونسمه وخط ه ل  
في جهة ه علي استقامته الى ضلع ه ل فليبتئها البه علي نقطة ي ونقسم  
الشكل ق ه ل مربع ه ل علي قطر ه ل وسط ه ل بمربع باستبانة الشكل الرابع  
من الثانية ولان ق ه ل متساويان بالشكل الثالث والاربعين من  
الاولي فسطحا ق ه ل متساويان ولان نسبة مربع ق ه ل الى سطح ح ط  
كنسبته الى سطح ق ه ل بالشكل السابع من الخامسة ونسبة ه ل الى ه ل  
كنسبة مربع ق ه ل الى سطح ق ه ل بالشكل الاول من السادسة فبالشكل  
الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ق ه ل الى سطح ح ط كنسبة ه ل الى ه ل  
ه ل ونسبة سطح ح ط الى مربع ه ل كنسبة ه ل الى ه ل بالشكل الاول  
من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ق ه ل الى  
سطح ح ط كنسبة سطح ح ط الى مربع ه ل فسطح ح ط وسط في النسبة بين  
مربعي ق ه ل ه ل وكان سطح ح ط وسطا بين سطحي ا ه ل وهما يساويان  
مربعي ق ه ل ه ل فسطح ح ط يساوي سطح ح ط فليعلم ت ث ش مع مربع  
ه ل ه ل يساويان سطح ح ط وكان مربع ق ه ل ه ل معا كسطح ا ح فاذا القينا  
منه

منه سطح ح ط ومن مربعي ق ه ل ه ل علم ت ث ش مع مربع ه ل ه ل فسطح  
ا ح كربع ه ل ولان سطح ا ح منطقتين فمجموع مربعي ق ه ل ه ل منطقتين وكان  
سطحا ا ه ل متباينين فربعا ق ه ل ه ل المتساويان لهما متباينان ولان ه ل  
يساوي ه ل فسطح ح ط في ه ل ه ل يساوي سطح ح ط المتساوي لسطح ح ط  
الموسط لان سطح ح ط الموسط ضعف سطح ح ط فخطا ه ل ه ل متباينان  
في القوة بمجموع مربعي ه ل ه ل ضعف سطح ا ح ه ل في الآخر موسط  
فخط ق ه ل اصغر بالشكل الثالث والسبعين ولان ق ه ل يساوي ه ل  
بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي وهو ضلع مربع ه ل المتساوي لسطح ا ح  
فخط ق ه ل قوي علي سطح ا ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ص

كل خط قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط  
به خط منطقتين منفصل خامس هو متصل  
بمنطق يصير الكل موسط

ليكن سطح ا ح المتوازي الاضلاع يحيط به خط ا ب المنطقتين و ب ح  
المنفصل الخامس فاقول ان كل خط قوي علي سطح ا ح متصل بمنطق



يصير الكل  
موسطا برهانه  
وليتصل بخط  
ب ح خط ح ح  
مصريا خطي  
ب ح ح منطقتين  
في القوة متباينين

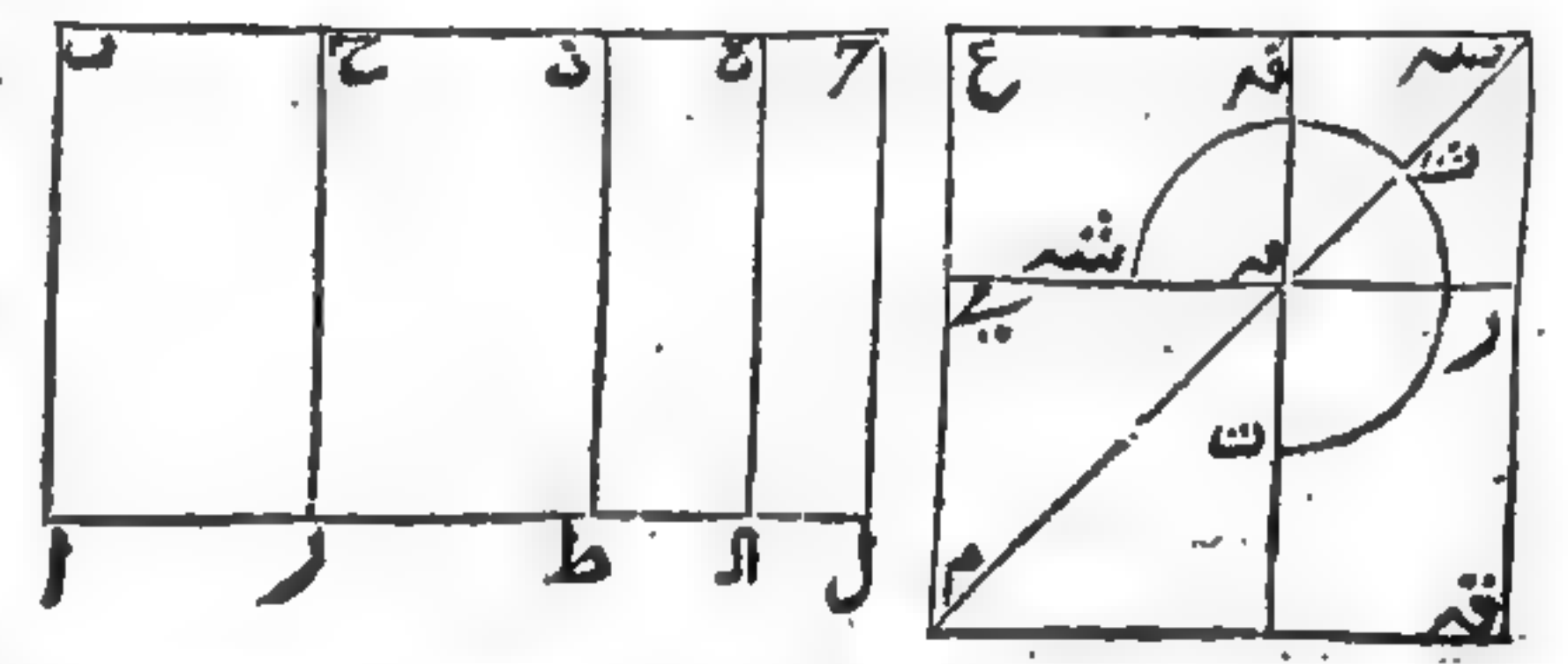
في الطول وخط ح ح منطقتين في الطول وخط ب ح قوي علي ح ح بمربع خط  
يباينه في الطول ونخرج خط ا ح علي استقامته الى غير النهاية في جهة ح  
ونفصل منه ا ل كخط ب ح بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ح  
ل بخط مستقيم فهو مواز و مساو لخط ا ب بالشكل الرابع والثلاثين من  
الاولي فخط ا ل منطقتين فسطح ح ح منطقتين بالشكل الخامس عشر وسطح  
ا ح موسط بالشكل السابع عشر وننصف ح ح علي نقطة د بالشكل العاشر  
من الاولي فلان ب ح قوي علي ح ح بمربع خط يباينه في الطول فاذا اضفنا  
الى ب ح سطحا كربع مربع ح ح المتساوي لمربع ح ح بالشكل الرابع من  
الثانية ينقص عن تمامه مربع ا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة  
يقسم خط ب ح متباينين بالشكل الرابع عشر فلنقسمه علي نقطة ه فسطح







بالشكل الثلثين من الاول ولان نسبة سطح آه الى سطح آل كنسبة بـ الى دـ  
بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطحا آه آل متباينان بالشكل  
الثامن ولان نسبة دح الى حـ كنسبة بـ الى دـ ونسبة سطح آه الى سطح  
حط كنسبة بـ الى دـ بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر  
من الخامسة نسبة دح الى حـ كنسبة سطح آه الى سطح حط ونسبة سطح  
حط الى سطح آل كنسبة دح الى حـ بالشكل الاول من السادسة فنسبة سطح  
آه الى سطح حط كنسبة سطح حط الى سطح آل بالشكل الحادي عشر من  
الخامسة فسطح

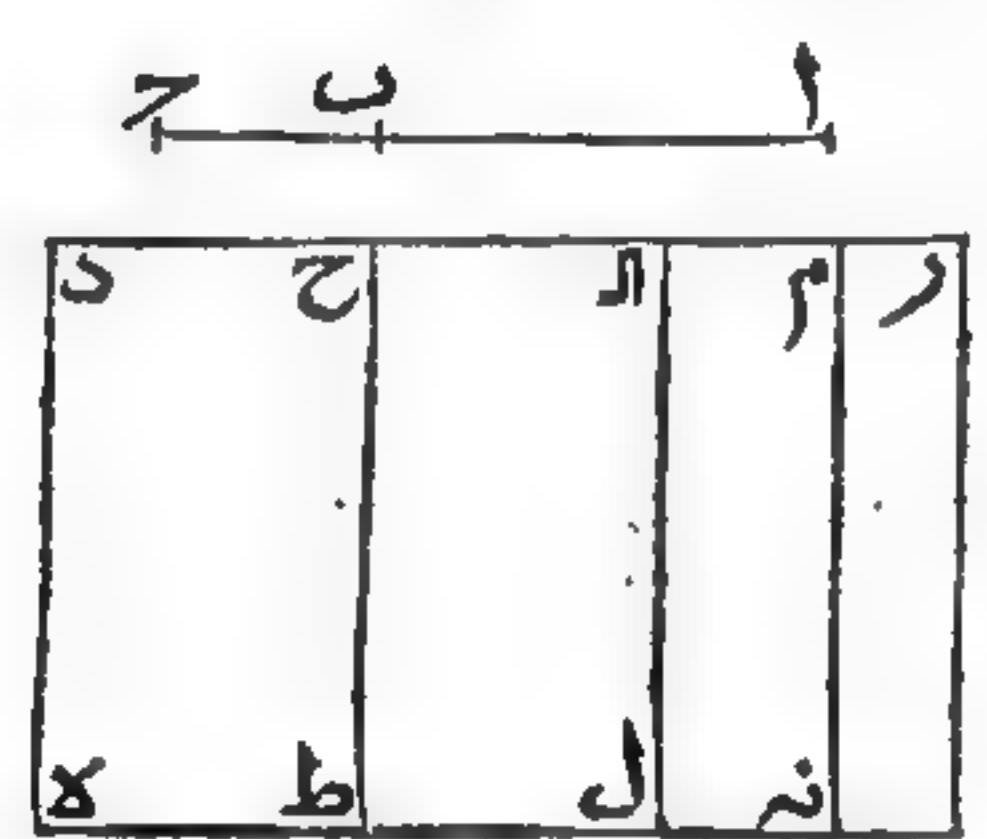


حط وسط في  
النسبة بين  
سطحي آه آل  
فترسم مربع  
قح كسطح آه  
ومربع سـ مـ رـ فـ

كسطح آل بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين  
من الاول بحيث يشارك مربع قح مربع سـ فـ في زاوية قـ سـ عـ وتخرج  
قطر سـ مـ وخط مـ رـ على استقامته في جهة نـ الى ان ينتهي الى ضلع مـ عـ  
على نقطة زـ فربع سـ مـ على قطر سـ مـ وسط مـ مـ مربع باستبانة الشكل  
الرابع من الثانية ويتم الشكل فتم قـ مـ مـ بالشكل الثالث  
والاربعين من الاول فسطحا قـ مـ مـ متساويان فلان نسبة مربع قح الى  
سطح مـ مـ كنسبته الى سطح قـ مـ بالشكل السابع من الخامسة ونسبة خط  
سـ عـ الى خط سـ مـ كنسبة مربع قح الى سطح قـ مـ بالشكل الاول من  
السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قح الى سطح مـ مـ  
كنسبة خط سـ عـ الى سـ مـ ونسبة سطح مـ مـ الى مربع سـ مـ كنسبة خط  
سـ عـ الى خط سـ مـ بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من  
الخامسة نسبة مربع قح الى سطح مـ مـ كنسبة سطح مـ مـ الى مربع سـ مـ  
فسطح مـ مـ وسط في النسبة بين مربعي قح سـ مـ وكان سطح حط وسط في  
النسبة بين سطحي آه آل المساويين لمربعي قح سـ مـ فسطح مـ مـ مساوي  
سطح حط فعلم تـ ثـ مـ مع مربع سـ مـ كسطح حـ مـ فاذا القينا علم تـ ثـ مـ  
مع مربع سـ مـ من مربعي قح سـ مـ والقينا سطح حـ مـ من سطح آه بقي سطح  
آه كمربع نـ مـ ولان خطي سـ مـ رـ متساويان فسطح سـ عـ في سـ مـ  
يساوي سطح مـ مـ فضعف سطح سـ عـ في سـ مـ المساوي لسطح حـ مـ المتوسط  
موسط خطا سـ عـ سـ مـ متباينان في القوة ومجموع مربعي سـ مـ مـ مـ  
وضعف سطح احداهما في الآخر موسط مباين لمجموع مربعي سـ مـ مـ مـ  
متصل بموسط يصير الكل موسط وهو مساو لخط نـ مـ القوي على سطح  
نـ مـ بالشكل

نـ مـ بالشكل الرابع والثلثين من الاول خط قح المتصل بالموسط يصير  
الكل موسط قوي على مربع نـ مـ المساوي لسطح آه فهو قوي على سطح آه  
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

الضلع الثاني من كل سطح قائم الزوايا مضاف الى  
خط محدود منطقتين مساويا لمربع منفصل



منفصل اول  
ليكن خط آ ب منفصلا وضفنا سطحا  
قائم الزوايا كمربع آ ب الى خط دـ  
المنطق المحدود باستبانة الشكل  
الرابع والاربعين من الاول وهو سطح  
دـ طـ حـ فاقول ان ضلع دح منفصل اول

برهانه ليكن بـ حـ متصل باب مصيرا خطي آ حـ حـ منطقتين في القوة  
مشاركين فيها فقط فنضيف الى خط دـ سطحا متوازي الاضلاع قائم  
الزوايا كمربع آ حـ باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول وهو سطح  
دـ مـ حـ مـ منطقتين لانه مساو لخط دـ بالشكل الرابع والثلثين من  
الاول ونضيف الى خط مـ سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا كمربع  
بـ حـ باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول وهو سطح نـ مـ رـ ولان كل  
واحدة من الزوايا التي عند نقطتي مـ نـ قائمة فكل من خطي دـ مـ نـ  
خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاول فنسبة سطح دـ نـ الى سطح نـ مـ  
كنسبة دـ مـ الى مـ رـ بالشكل الاول من السادسة وسطحا دـ نـ مـ مشتركان  
خطا دـ مـ مـ مشتركان بالشكل الثامن ولان سطحي دـ نـ مـ مشتركان فسطح  
دـ مـ يشارك كلا منهما بالشكل الحادي عشر وكل منهما منطقتين فسطح دـ مـ  
منطقتين باستبانة الشكل العاشر فخط دـ مـ منطقتين بالشكل السادس عشر  
ولان مربعي آ حـ حـ يساويان ضعف سطح آ حـ في حـ مـ مع مربع آ ب  
بالشكل السابع من الثانية وسطح حـ مـ كمربع آ ب فسطح طـ مـ كضعف سطح  
آ حـ في حـ مـ وسطح آ حـ في حـ مـ موسط فضعفه المشارك له بالشكل الحادي  
عشر موسط بالشكل التاسع فسطح طـ مـ موسط فخط مـ حـ منطقتين في  
القوة بالشكل الثامن عشر ولان نسبة سطح دـ رـ الى سطح رـ مـ كنسبة دـ مـ الى  
دـ حـ بالشكل الاول من السادسة والسطحا متباينان فخطا دـ مـ حـ متباينان  
بالشكل الثامن ونضيف مـ حـ على نقطة آ بالشكل العاشر من الاول ونخرج  
منها آل موازيا لخط حـ طـ بالشكل الواحد والثلثين من الاول ونخرج















بالشكل الثامن وسط  $\bar{e}$  موسط  $\bar{d}$  منط في القوة فقط بالشكل  
الثامن عشر ولان مربعي  $\bar{a}$   $\bar{c}$  يساويان ضعف سطح  $\bar{a}$  في  $\bar{c}$  مع  
مربع  $\bar{b}$  بالشكل السابع من الثانية وسط  $\bar{e}$   $\bar{c}$  يساوي مربع  $\bar{a}$  بـ سطح  
 $\bar{e}$  كضعف سطح  $\bar{a}$  في  $\bar{c}$  وهو منط  $\bar{c}$   $\bar{e}$  منط في الطول  
بالشكل السادس عشر  $\bar{c}$   $\bar{e}$  متباينان ونصف  $\bar{e}$   $\bar{c}$  بالشكل

العاشر علي نقطة  $\bar{A}$  ونخرج منها  $\bar{A}L$   
في جهة  $\bar{B}$  موازيًا لخط  $CH$  بالشكل

الواحد والثلاثين من الاولي الى اب  
يتمهي الى هـ على نقطة ل فسطح نـ  
متوازي الاضلاع بالشكل الثلاثين من  
الاولي ولان نسبة سطح ح ل الى سطح لـ  
كنسبة ح لـ الى اـ بالشكل الاول من

السادسة وح الـ ا و متساويان فسطحا

حل ل<sup>ر</sup> متساويان فكل منهما كسطح آ<sup>ح</sup> في ح<sup>ب</sup> ولان نسبة مربع آ<sup>ح</sup> الي  
سطح آ<sup>ح</sup> في ح<sup>ب</sup> كنسبة آ<sup>ح</sup> الي ح<sup>ب</sup> بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح  
آ<sup>ح</sup> في ح<sup>ب</sup> الي مربع ح<sup>ب</sup> كنسبة آ<sup>ح</sup> الي ح<sup>ب</sup> بالشكل المذكور فبالشكل  
الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع آ<sup>ح</sup> الي سطح آ<sup>ح</sup> في ح<sup>ب</sup> كنسبته  
الي مربع ح<sup>ب</sup> فسطح آ<sup>ح</sup> في ح<sup>ب</sup> وسط في النسبة بين مربعي آ<sup>ح</sup> ح<sup>ب</sup> فسطح  
ل<sup>ر</sup> وسط في النسبة بين سطحي د<sup>ه</sup> ز<sup>و</sup> ونسبة د<sup>ه</sup> الي ل<sup>ر</sup> كنسبة سطح د<sup>ه</sup>  
الي ل<sup>ر</sup> بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح ل<sup>ر</sup> الي سطح ر<sup>م</sup> كنسبة سطح  
د<sup>ه</sup> الي سطح ل<sup>ر</sup> فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د<sup>ه</sup> الي ل<sup>ر</sup>  
كنسبة سطح ل<sup>ر</sup> الي ر<sup>م</sup> ونسبة ل<sup>ر</sup> الي ر<sup>م</sup> كنسبة سطح ل<sup>ر</sup> الي سطح ر<sup>م</sup>  
بالشكل الاول من السادسة فنسبة د<sup>ه</sup> الي ل<sup>ر</sup> كنسبته الي ر<sup>م</sup> بالشكل  
الحادي عشر من الخامسة فسطح د<sup>ه</sup> في م<sup>ر</sup> كمربع ل<sup>ر</sup> بالشكل السادس عشر  
من السادسة فاذا اضيف الي خط د<sup>ه</sup> سطح متوازي الاضلاع كربع مربع  
م<sup>ر</sup> ح<sup>ب</sup> المساوي لمربع ل<sup>ر</sup> بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعاً  
بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فالسطح المضاف يقسم خط د<sup>ه</sup> علي  
نقطة م<sup>و</sup> د<sup>ه</sup> م<sup>و</sup> يباين م<sup>و</sup> ر<sup>ح</sup> فخط د<sup>ه</sup> المنطف في القوة فقط قوي علي خط  
م<sup>ر</sup> ح<sup>ب</sup> المنطف في الطول بمربع خط يباينه في الطول بالشكل الرابع عشر  
فخط د<sup>ح</sup> منفصل خامس بالشكل الثالث والسبعين فالجزم ثابت وذلك

الضلع الثانی میں کل سطح قائم الزوایا مضاف الے

خط

خط محدود منطق مساویاً مربع المنفصل بموسط

يصير الكل متوسطا منفصلا سادس \*

ليكن خط  $AB$  المتصل بموسط نصير الكل موسطا واضيف سطح قائم الزوايا  $ACB$  الى خط  $DE$  المحدود بالمنطق باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح  $DE$  ح فاقول ان ضلع  $DC$  منفصل سادس برهانه ليتصل باب  $B$  ح مصيرا خطي  $AC$  ح متباينين في القوة

مجموع مربعاتها متوسط وضعف سطح

احدهما في الآخر متوسطا مبايننا

المربعين فنضيف الي ده سطحاً متوازي

الاضلاع قائم الزوايا مكررة مع آ

بإستبانة الشكل الرابع والاربعين من

الاولى وهو سطح هم خط م نه مساو لخط

دە بەشکەرابع و الثلثين من الاولی فهو

منطق ونضيف اليه سطحاً متوازي الاضلاع قائم الزوايا كمر بـ جـ

ياستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح نهر ولان كل

واحدة من الزوايا التي عند نقطتي م ن ه قائمة فكل من خطي م ن ه خط

مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح دته الى سطح نه كنسبة

دم الي م بالشكل الاول من السادسة والسطحان متباينان  $\text{خط دم}$  يباين

خط م ر بالشكل الثامن فكل من سطحي ه ر ر ط متوسط فكل خطي در مرح

منطق في القوة فقط بالشكل الثامن عشر ونسبة سطح  $\frac{1}{2}$  إلى سطح  $\frac{1}{4}$

کنسبہ درای مرح فالسطحان متباینان فخط در بیان خط مرح بالشکل

الثامن ولان مربعي  $آ$   $ح$  يساويان ضعف سطح  $آ$  في  $ح$  مع مربع

اب وهو يساوي سطح ح فسطح مرط يساوي ضعف سطح ا ح في ح ب

وَنُصِفَ رَحَّ عَلِي نَقْطَةً آيَالشَّكْلِ الْعَاشِرِ وَخَرَجَ مِنْهَا إِلَ مَوَازِي بِالْخَطِّ

حط في جهة خط هـ بالشكل الواحد والثلاثين من الاولى الى ان ينتهي

البه علي نقطة ل فلان نسبة ح الى ا ل ا ر كنسبة سطح ح ل الى سطح ل ر بالشكل

الاول من السادسة وح ايساوي الارفسط حل كسط ل ر فكل منها

يساوي سطح  $\Delta$  في  $\Delta$  ب ولان نسبة مربع  $\Delta$  الى سطح  $\Delta$  في  $\Delta$  كنسبة  $\Delta$  الى  $\Delta$

الي حَب بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح ا ح في ح ب الى مربع ح ب

كنسبة آ الى ح ب بالشكل المذكور فبالشكل الحادي عشر من الخامسة

نسبة مربع  $\alpha$  الى سطح  $\alpha$  في  $\gamma$  كنسبته الى مربع  $\gamma$  فسط  $\alpha$  في  $\gamma$

وسط في النسبة بين مربعي  $a$  و  $b$  فسطح  $h$  وسط في النسبة بين سطحي

دنه. ثم رولان نسبة دم الي الار كنسبة سطح دنه الي سطح لرب بالشكل الاول من

[illegible]

318

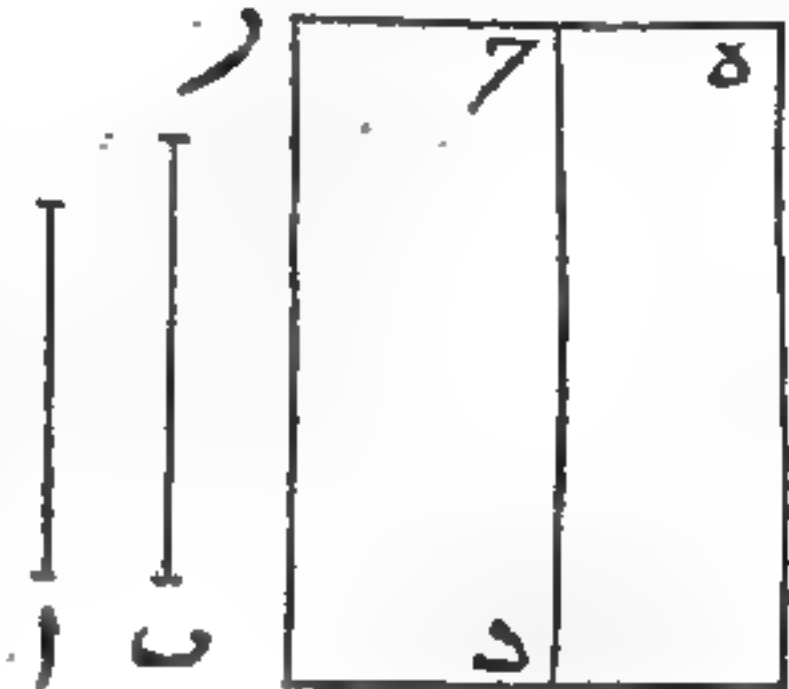
317.





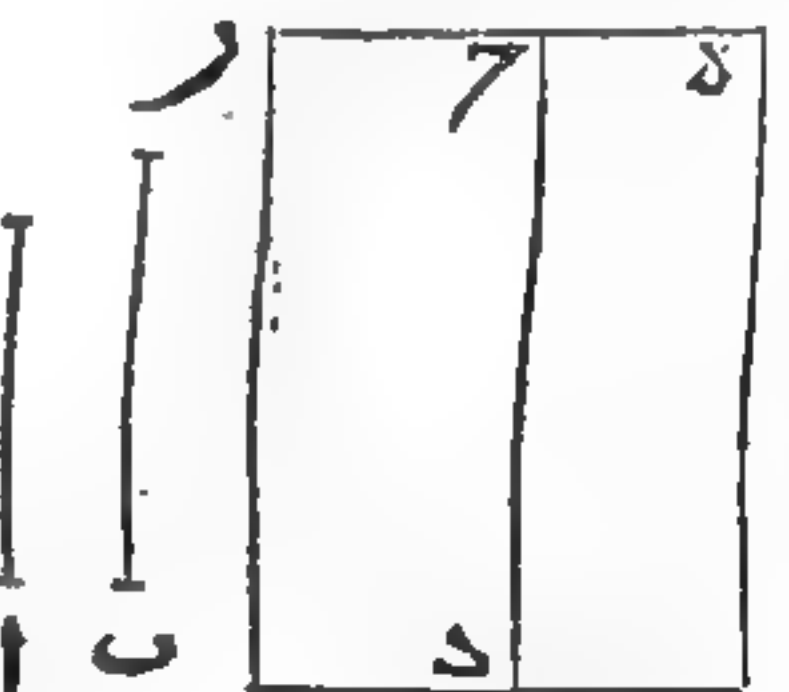


باستبانة الشكل الرابع والامر بعين من الاول فيعرض حـه منفصل رابع  
بالشكل السابع والتسعين ولان نسبة كل  
واحدة من الزوايا التي عند نقطتي حـه قايمة  
فكل من خطي هـه وما يقابله خط مستقيم  
فنسبة سطح ده الى در كنسبة حـه الى حـر  
بالشكل الاول من السادسة وسطح ده يشارك  
سطح در بالشكل السابع فخط حـه يشارك  
خط حـر بالشكل الثامن وحـه منفصل رابع  
خط حـر منفصل رابع بالشكل الثامن والتسعين والخط القوي على سطح  
دراعي بـب الاصغر بالشكل التاسع والثمنون وذلك ما اردنا ان نبين



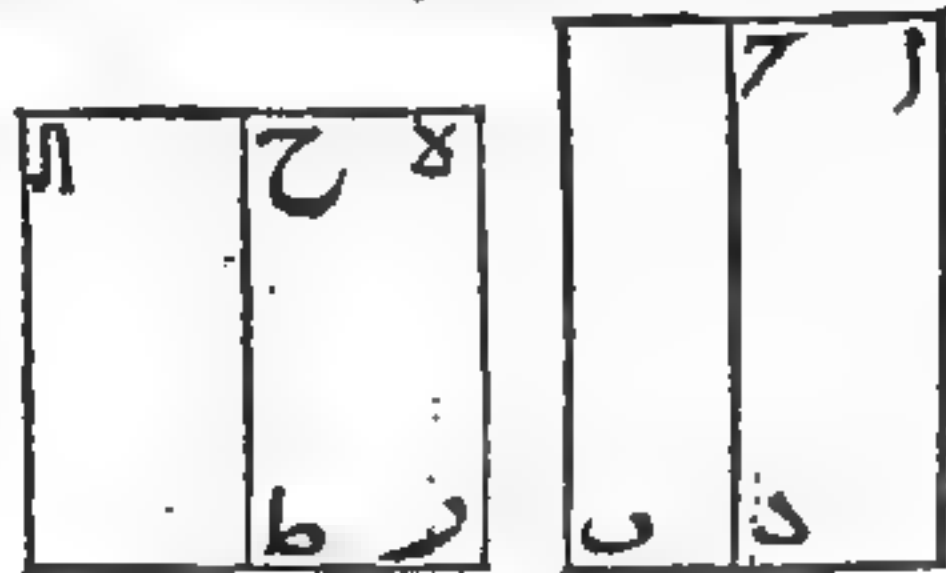
كل خط يشارك المتصل بمنطق يصير الكل  
موسطا متصل بمنطق يصير الكل موسطا

ليكن آ متصل بمنطق يصير الكل موسطا ويشاركه بـب فاقول ان بـب  
متصل بمنطق يصير الكل موسطا برهانه نرسم على خط حـه المستقيم  
المحدود والمنطق سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا كـكربع آوي سطح ده  
ونرسم على حـه ايضا سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا كـكربع بـب  
باستبانة الشكل الرابع والامر بعين من الاول  
وهي سطح در فعرض حـه منفصل خامس  
بالشكل السادس والتسعين ولان كل واحدة  
من الزوايا التي عند نقطتي حـه قايمة فخط  
هـه وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع  
عشر من الاول فنسبة سطح ده الى سطح در  
كنسبة حـه الى حـر بالشكل الاول من السادسة  
وسطح ده يشارك سطح در بالشكل السابع فخط حـه يشارك  
خط حـر بالشكل الثامن وحـه منفصل خامس بالشكل الثامن والتسعين فخط بـب  
القوي على سطح در متصل بمنطق يصير الكل موسطا بالشكل التسعين  
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



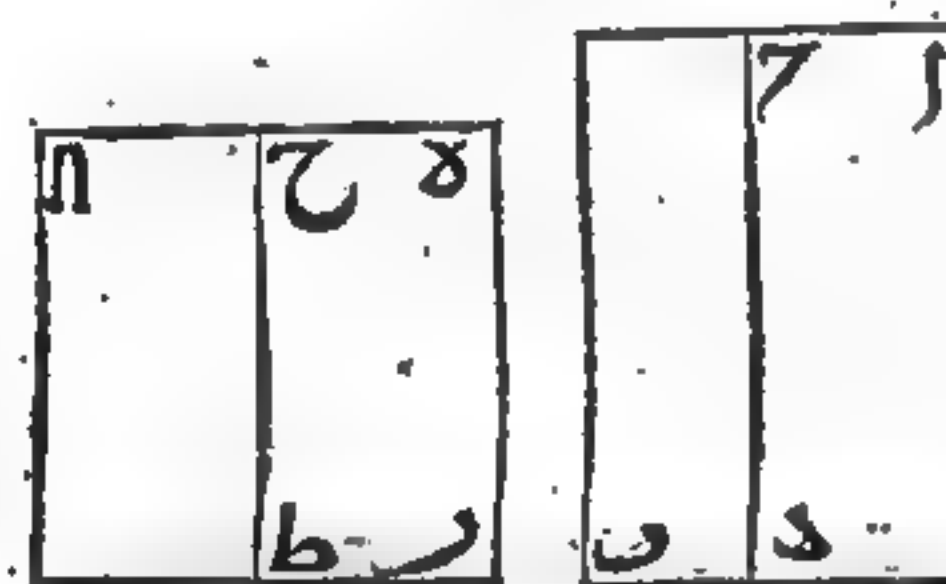
كل خط يشارك الخط المتصل بموسط يصير  
الكل موسطا متصل بموسط يصير الكل موسطا

ليكن خط آ المتصل بموسط يصير الكل موسطا وبـب يشاركه فاقول ان  
خط بـب متصل بموسط يصير الكل موسطا برهانه نرسم على خط حـه  
المستقيم المحدود والمنطق سطح ده المتوازي الاضلاع القائم الزوايا كـكربع  
آونرسم على حـه ايضا سطح در  
المتوازي الاضلاع القائم الزوايا  
باستبانة الشكل الرابع والامر بعين  
من الاول فيعرض حـه منفصل سادس  
بالشكل السابع والتسعين ولان كل  
واحدة من الزوايا التي عند نقطتي



حـه قايمة فكل من خطي هـه وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر  
من الاول ونسبة سطح ده الى سطح در كنسبة حـه الى حـر بالشكل الاول من  
السادسة وسطح ده يشارك سطح در بالشكل السابع فخط حـه يشارك  
خط حـر بالشكل الثامن فخط حـه منفصل سادس بالشكل الثامن والتسعين فخط  
بـب القوي على سطح در متصل بموسط يصير الكل موسطا بالشكل الاول  
والتسعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط قوي على فضل منطق على موسط



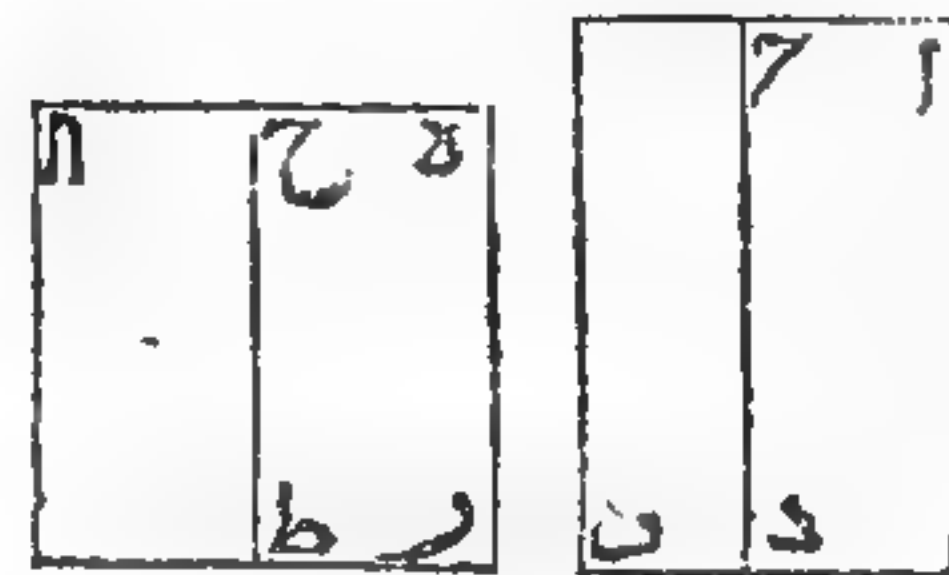
اما منفصل واما اصغر  
ليكن سطح آب منطق وسطح آد  
موسطا وسطح حـه فضل المنطق  
على الموسط فاقول ان كل خط قوي  
على سطح حـه اما منفصل واما اصغر  
برهانه ليكن هـه خطا مستقيما محدودا منطقا ونرسم عليه سطح آد  
المتوازي الاضلاع كسطح آب وسطح حـه المتوازي الاضلاع كسطح آد  
باستبانة الشكل الرابع والامر بعين من الاول فخط هـه منطق بالشكل  
السادس عشر وخط هـه منطق في القوة فقط مباين لخط هـه بالشكل  
الثامن عشر فخط هـه متباينان فخط حـه منفصل بالشكل عـه فان قوي  
هـه على حـه يشاركه في الطول فخط حـه منفصل اول وان قوي عليه  
بـب يشاركه في الطول فهو منفصل رابع فالخط القوي على سطح آد ان كان  
حـه منفصلا اول منفصل بالشكل السادس والتسعين لان حـه منطق  
لانه يساوي هـه بالشكل الرابع والثلاثين من الاول وان كان حـه منفصلا  
رابع فالخط القوي على سطح آد اصغر بالشكل التاسع والثمنين وذلك  
ما اردنا ان نبين



قد

كل خط قوي على فصل سطح المتوسط على المنطق  
فهو اما منفصل المتوسط الاول واما متصل بمنطق

يصير الكل متوسطا



ليكن سطح آ ب متوسطا و سطح آ د  
منطقا فسطح ح ب فصل المتوسط على  
المنطق فاقول كل خط قوي على سطح  
ح ب اما منفصل المتوسط الاول واما

متصل بمنطق يصير الكل متوسطا برهانه ليكن خط هـ مستقيما  
محدودا منطقا فنرسم عليه سطح رآ المتوازي الاضلاع يساوي سطح آ ب  
وسطح ر ح المتوازي الاضلاع يساوي سطح آ د باستبانة الشكل الرابع  
والاربعة من الاول فلان سطح رآ متوسط خط هـ المنطق في القوة مباين  
لخط هـ المنطق بالشكل الثامن عشر ولان سطح ر ح منطق خط هـ  
منطق في الطول بالشكل السادس عشر خطا آ هـ متباينان خط ح آ  
منفصل بالشكل السابعين وخط ح ط مساوي لخط هـ المنطق منطق  
بالشكل الرابع والثلاثين من الاول فان قوي هـ آ على ح مربع خط يشاركه  
فالخط القوي على سطح ط آ منفصل المتوسط الاول بالشكل التاسع  
والثمانين وان قوي هـ آ على ح مربع خط يباينه فح آ منفصل خامس  
والخط القوي على سطح ط آ متصل بمنطق يصير الكل متوسطا بالشكل  
الثاني والتسعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

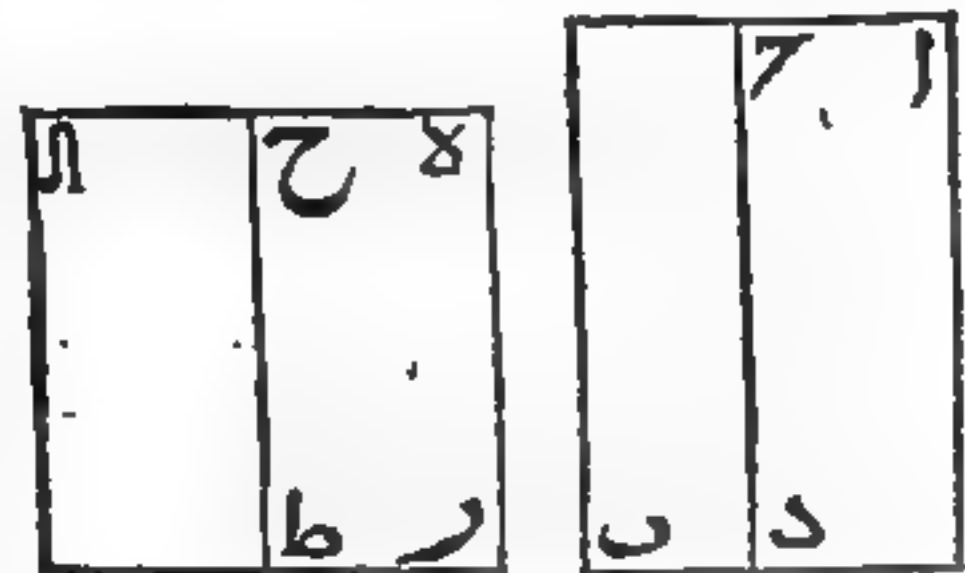
قد

كل خط قوي على فصل سطح متوسط على سطح  
متوسط يباينه اما منفصل المتوسط الثاني واما

متصل بمتوسط يصير الكل متوسطا

ليكن سطح آ ب آ د متوسطين متباينين فسطح ح ب فصل المتوسط على المتوسط  
يباينه فاقول ان كل خط قوي على سطح ح ب اما منفصل المتوسط الثاني واما  
متصل بمتوسط يصير الكل متوسطا برهانه فنرسم على خط هـ المستقيم  
المحدود المنطق سطح رآ كسطح آ ب وسطح ر ح كسطح آ د باستبانة الشكل  
الرابع والاربعة من الاول فلان كلا من سطح رآ و سطح ر ح متوسطين يكون  
كل من

كل من خطي هـ ح آ منطقين في القوة فقط بالشكل الثامن عشر ولان  
نسبة سطح رآ الى سطح ر ح كنسبة هـ آ الى هـ ح بالشكل الاول من السادسة  
والسطحان متباينان خطا هـ ح



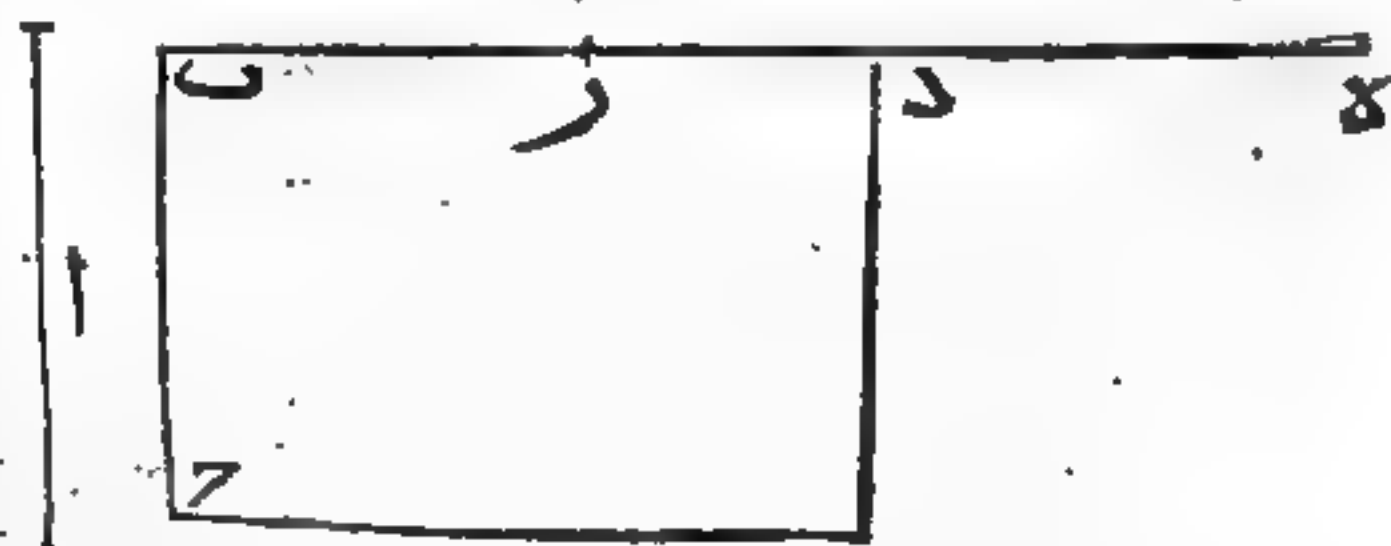
متباينان بالشكل الثامن خط ح آ  
منفصل بالشكل الثامن والستين فان  
قوي هـ آ على ح مربع خط يشاركه  
فح آ منفصل ثالث وخط ح ط  
منطق لانه يساوي خط هـ

المنطق بالشكل الرابع والثلاثين من الاول فالخط القوي على سطح ط آ  
منفصل المتوسط الثاني بالشكل الثامن والستين وان قوي ح مربع خط  
يباينه فح آ منفصل سادس فالخط القوي على سطح ط آ متصل بمتوسط يصير  
الكل متوسطا بالشكل الحادي والتسعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا  
ان نبين

### مصادرة خامسة

فلان الاضلاع الثانية من السطوح المتوازية الاضلاع المضافة الى الخط  
المنطق المستقيم المحدود في الطول المساوية لمربعات الخطوط الست  
الصم التي اولها المنفصل هي انواع المنفصلات التي كل واحد منها اصم كما  
مرتبانه في ستة اشكال اولها الشكل الرابع والتسعين فكل واحد من انواع  
المنفصلات يخالف كل واحد من الخمسة الباقية بالحد والتحقيقه  
والاضلاع الثانية من السطوح المتوازية الاضلاع المضافة الى الخط  
المستقيم المحدود المنطق المساوية لمربعات الخطوط المتوسطة منطق في  
القوة فقط كما يباين في الشكل الثامن عشر ولا شيء من المنفصلات بمنطق  
واختلاف اللوازم يدل على اختلاف الملزومات فلا شيء من الخطوط الست  
الصم التي اولها المنفصل وآخرها المتصل بمتوسط يصير الكل متوسطا بخط  
آخر منها ولا بالخط المتوسط

لا شيء من المنفصل بذى الاسمين

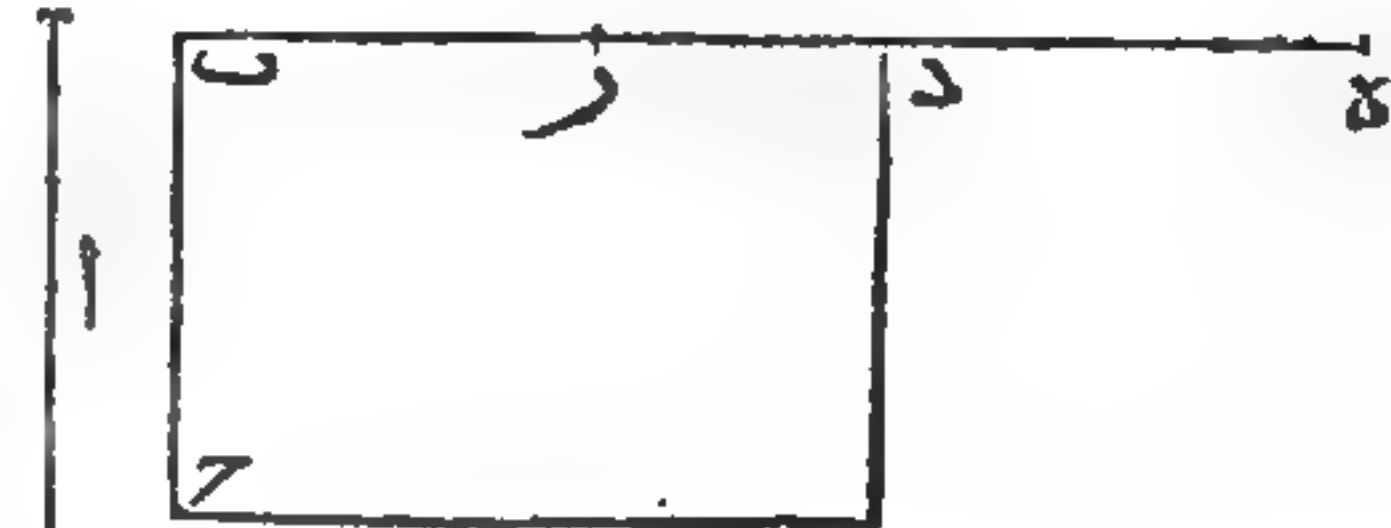


والا فليكن خط آ بعينه  
ذا الاسمين والمنفصل معا  
وخط ب ح خطا مستقيما  
محدودا منطقا في الطول  
ونرسم عليه سطحا  
متوازي الاضلاع كربع آ



باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول وهو سطح ب د فالضلع  
المجاذ وهو ب د ذوا الاسمين الاول بالشكل الخامس والخمسين والمنفصل  
الاول بالشكل الثاني والتسعين وليكن ب ر القسم الاعظم من قسمي ذي  
الاسمين ورد القسم الاصغر فهما منطقتا في القوة فقط وليتصل بخط ب د  
المنفصل الاول خط د ه

معبود خطي ح د ه الي  
حالتها قبل الانفصال  
فيكون خط ب ه منطقتا  
في الطول ولذلك خط  
ب ه ويكون خط د ه



منطقتا في القوة فقط فكل من خطي ب ه ب ه يشارك الخط المنطق  
المفروض في الطول فهما مشتركان بالشكل العاشر خط د ه يشارك خط ب ر  
المنطق بالشكل الحادي عشر فـ ه منطق في الطول باستبانة الشكل  
العاشر وكان كل واحد من خطي د ر د ه منطقاً في القوة فقط فكل من خطي  
د ر د ه منفصل بالشكل الثامن والستين فيكون كل منهما اصم في القوة  
والطول وكان كل منهما منطقاً في القوة فقط هذا خلف فالحكم ثابت

وذلك ما اردنا ان نبين  
واستبان منه انه لا يمكن ان يكون احد انواع الخطوط الصم التي تتلو  
المنفصل احد انواع الخطوط الصم التي تتلوا ذوا الاسمين لان الاضلاع  
المجاذ من السطوح المتوازية الاضلاع المضافة الي خط مستقيم محدود  
منطق المساوية لمربعاً ما يتلو المنفصل من الخطوط الصم هي ما يتلو  
المنفصل الاول من الخطوط الصم والاضلاع المجاذبة من السطوح  
المتوازية الاضلاع المضافة الي خط مستقيم محدود منطق المساوية  
لمربعات الخطوط الصم التي يتلوا ذوا الاسمين هي ما يتلوا ذوا الاسمين الاول  
من الخطوط الصم

قر

كل خط متوسط يحصل منه خطوط صم غير  
متناهية ليس ولا واحد منها من جنس ما قبله

ليكن ا ب خطا مستقيما محدودا منطقاً ونخرج من نقطة ا خط ا ر عمودا  
علي ا ب بالشكل الحادي عشر من الاول ونخرجه في جهة ر الي غير النهاية  
وليكن ا ح من خط ا ر متوسطا ونخرج من نقطة ب خط ب ه موازاً بالخط  
ا ر بالشكل الواحد والثلاثين من الاول ونخرجه على استقامته في جهة ه  
الي غير النهاية ونفصل منه ب ه مثل ا ح بالشكل الثالث من الاول ونصل  
ح د بخط

ح د بخط مستقيم فهو مواز ومساو لخط ا ب بالشكل الثالث والثلاثين من  
الاولي فـ ه منطق في الطول فسطح ا ه لا منطق والا لكان ا ح منطقاً  
بالشكل السادس عشر ولا متوسط والا لكان خط ا ح منطقاً في القوة فقط  
بالشكل الثامن عشر وهو متوسط هذا خلف فسطح ا ه اصم غير متوسط  
ولتجد خطاً وسطاً في



النسبة بين خطي ا ح ح د  
بالشكل التاسع من  
السادسة وليكن هو خط  
ح د ونفصل ه ح مثل ح د  
بالشكل الثالث من الاول

ونصل بين نقطتي د ح بخط مستقيم فسطح ح د متوازي الاضلاع بالشكل  
الثالث والثلاثين من الاول ولان مربع ح د يساوي سطح ا ه بالشكل  
السادس عشر من السادس عشر خط ح د ليس متوسطاً والا لكان سطح ا ه متوسطاً  
وكان خط ا ح منطقاً في القوة فقط بالشكل الثامن عشر وهو متوسط هذا  
خلف وليس ح د ايضاً منطقاً والا لكان سطح ا ه منطقاً فكان ا ح منطقاً  
في الطول بالشكل السادس عشر وهو متوسط هذا خلف فخط ح د لا  
منطق ولا متوسط وهو اصم ولا يشارك خط ا ح والا لكان متوسطاً بالشكل  
التاسع عشر وهو غير متوسط خط ا ح ح د متباينان وليس ح د احد انواع  
ذي الاسمين ولا ما يتلوه من الخطوط الصم ولا احد انواع المنفصل وما  
يتلوه من الخطوط الصم والا لكان ا ح ذوا الاسمين واما ما يتلوه من  
الخطوط الصم واما احد انواع المنفصل واما ما يتلوه من الخطوط الصم  
وليكن د ط وسطاً في النسبة بين ح د ح د بالشكل التاسع من السادسة  
فسطح ح د مربع د ط بالشكل السادس عشر من السادسة فـ د ط يباين  
ا ح والا لكان متوسطاً بالشكل التاسع عشر فيكون سطح ح د متوسطاً بالشكل  
التاسع عشر فيكون ح د منطقاً فقط بالشكل الثامن عشر وهو اصم هذا  
خلف فـ د ط ليس متوسطاً ولان نسبة سطح ا ه الي سطح ح د كنسبة ا ح  
الي ح د بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطح ا ه ح د متباينان  
بالشكل الثامن وهما مربعاً ح د د ط فهما متباينان بالشكل السابع وليس  
د ط احد انواع ذي الاسمين او المنفصل او ما يتلوهما من الخطوط الصم  
والا لكان ح د احد انواع المنفصل او ما يتلوهما او احد انواع ذي  
الاسمين وما يتلوه فيكون ا ح احد انواع الخطوط الصم المذكورة وهو  
متوسط هذا خلف وبمثل ما ذكرنا نبين تحصيل خطوط صم غير متناهية  
من خط ا ر ليس واحد منها من جنس وما قبله وذلك ما اردنا ان نبين

تمت المقالة العاشرة والحمد لله المساعد



# المقالة الحادية عشر في بيان

## مصادرات المقالة

الشكل الجسم كل ما له طول وعرض وسماك وينتهي بالسطوح وربما ينتهي بالنقطة  $\odot$  كل خط مستقيم قام على سطح مستوي يحيط مع كل خط مستقيم يخرج في ذلك السطح ملاقباً له بزوايا قائمة فهو عمود على ذلك السطح  $\odot$  كل سطحين مستويين قام أحدهما على الآخر وكان كل خطين يخرجان من أي نقطة نفرض على الفصل المشترك بينهما عموداً عليه أحدهما يخرج في أحد السطحين والآخر في السطح الآخر يحيطان بزوايا قائمة فإن كل واحد من السطحين قائم على صاحبه  $\odot$  كل شكلين لا يتلاقيان وإن أخرجا في جميع جهاتهما إلى غير النهاية فهما متوازيان  $\odot$  كل سطحين مجسمين يلون السطوح المحبطة هما بعدد واحد وكان كل سطحين متناظرين من السطوح المحبطة بهما متشابهين فهما مجسمان متشابهان  $\odot$  وكل شكلين مجسمين متشابهين يلون كل سطحين متناظرين من السطوح المحبطة بهما متساويين فهما مجسمان متشابهان متساويان  $\odot$  كل شكل مجسم يحيط به ثلث سطوح متوازية الاضلاع كل واحد منها ملاق للآخرين ومثلثان متشابهان سطحاها متوازيان يسمى بالمتساويين  $\odot$  الاسطوانة كل شكل مجسم يحيط به سطحان متوازيان وسطح اوسط وحاصله بين السطحين المتوازيين  $\odot$  والاسطوانة المستديرة كل شكل مجسم يحيط به دائرتان متساويتان متوازيتان وسطح مستدير واصل بينهما  $\odot$  يحدث من دوران ذي اربعة اضلاع جميع زواياه قوائم اثبت احد اضلاعه إلى أن يعود إلى وضعه الاول فذلك الخط الثابت سهم الاسطوانة وكل واحد من الدائرتين قاعدتها والسهم أن كان قائماً على سطح الدائرة فالاسطوانة قائمة والا فهي مائلة وإذا قطعت الاسطوانة بسطح مستو يمر على سهمه حدث في الاسطوانة ذوا الأربعة اضلاع وأن كان الضلع الثابت مساوياً لقطر قاعدتها فسمكها يساوي ثخنها وأن كان أطول فسمكها أطول وأن كان أقصر فأقصر ويعلم مما ذكرنا أن الاسطوانة المستديرة متساوية الثخن  $\odot$  شكل مجسم يحيط به سطح واحد مستدير يمكن أن يفرض في داخله نقطة تكون جميع الخطوط المستقيمة الخارجة من تلك النقطة إلى السطح المحيط متساوية فهو الكرة  $\odot$  ويسمى السطح المحيط بها محيط الكرة  $\odot$  والخطوط انصاف اقطارها  $\odot$  والخارج منها في الجهتين إلى المحيط قطرها  $\odot$  ويحدث من دوران نصف

نصف دائرة اثبت قطرها إلى أن يعود إلى وضعه الاول  $\odot$  فكل قطر يتحرك الكرة عليه محور الكرة  $\odot$  وكل واحد من النقطتين اللتين هما نهايتا المحور قطبها فالقطبان مع المحور ثابتة غير متحركة عند دوران الكرة  $\odot$  كل شكل مجسم يرتفع من سطح يحيط به سطوح وينتهي إلى نقطة مقابلة لذلك السطح فهو المخروط  $\odot$  والمخروط المستدير كل شكل مجسم يرتفع من دائرة وينتهي إلى نقطة مقابلة لتلك الدائرة ويسمى المخروط الصنوبري  $\odot$  ومخروط الاستوانة المستديرة  $\odot$  والمخروط المستدير يحدث من دوران مثلث قائم الزاوية اثبت احد ضلعيه المحيطين بالقائمة إلى أن يعود المثلث إلى وضعه الاول  $\odot$  ويسمى الضلع الثابت سهم المخروط  $\odot$  فإن كان قائماً على قاعدة المخروط يسمى المخروط قائماً  $\odot$  والا فهو مائل  $\odot$  وإذا قطع المخروط بسطح مستو يمر على سهم المخروط حدث فيه مثلث يقال له مثلث المخروط  $\odot$  فالزاوية التي عند رأس المخروط من زوايا المثلث الحادث قائمة أن كان الضلعان المحيطان بالزاوية القائمة من المثلث الذي حدث المخروط من ادارته متساويين  $\odot$  ومنفرجة أن كان الضلع الثابت أصغر  $\odot$  وحادة أن كان أطول  $\odot$  الزاوية المجسمة كل جسم يحيط به سطح واحد منته عند نقطة واحدة أو أكثر من زاويتين مسطحتين مجتمعته عند نقطة واحدة كلها في جهة واحدة من تلك النقطة ولا يكون زاويتان من تلك الزاوي في سطح واحد  $\odot$  وقد بينا في صدر المقالة الاولى أن نخرج خطاً مستقيماً على استقامته إلى غير النهاية  $\odot$  وأن نرسم على أي سطح نقطة  $\odot$  وأن لا يحيط خطان مستقيمان بسطح مستو فلنا أن نخرج أي سطح مستو إلى غير النهاية  $\odot$  وأن يتوهم سطحاً يمر بأي نقطة وبأي خط  $\odot$  ولا يمكن أن يحيط سطحان مستويان بجسم مائل المثلثات بزوايا مجسمة ثلثة  $\odot$

## الاشكال

٢

لا يمكن أن يكون خط واحد مستقيم بعضه في

سطح مستو وبعضه في السمك  $\odot$



برهانه والا فليكن من خط  $\overline{AB}$  الواحد

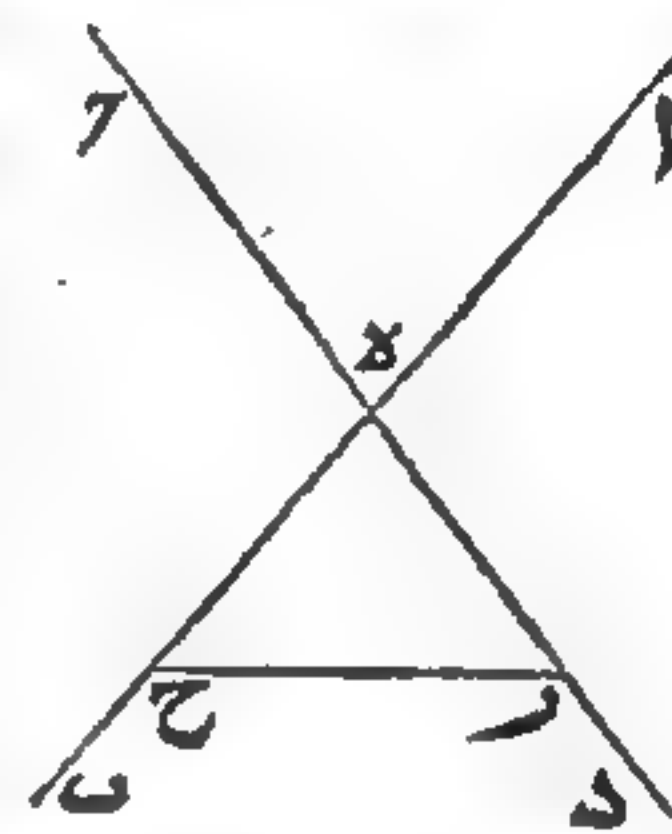
المستقيم بعضه وهو  $\overline{AB}$  في سطح مستو وبعضه وهو  $\overline{BC}$  في السمك ولنا أن نخرج أي خط مستقيم كاي في سطح على استقامته في ذلك السطح فلنخرج خط  $\overline{AB}$  على استقامته فيه إلى  $\overline{D}$  فيكون خط  $\overline{AB}$   $\overline{D}$  خطين مستقيمين متصلين بخط  $\overline{AB}$  على استقامته وقد بينا استحالة في صدر



المقالة الاولى هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

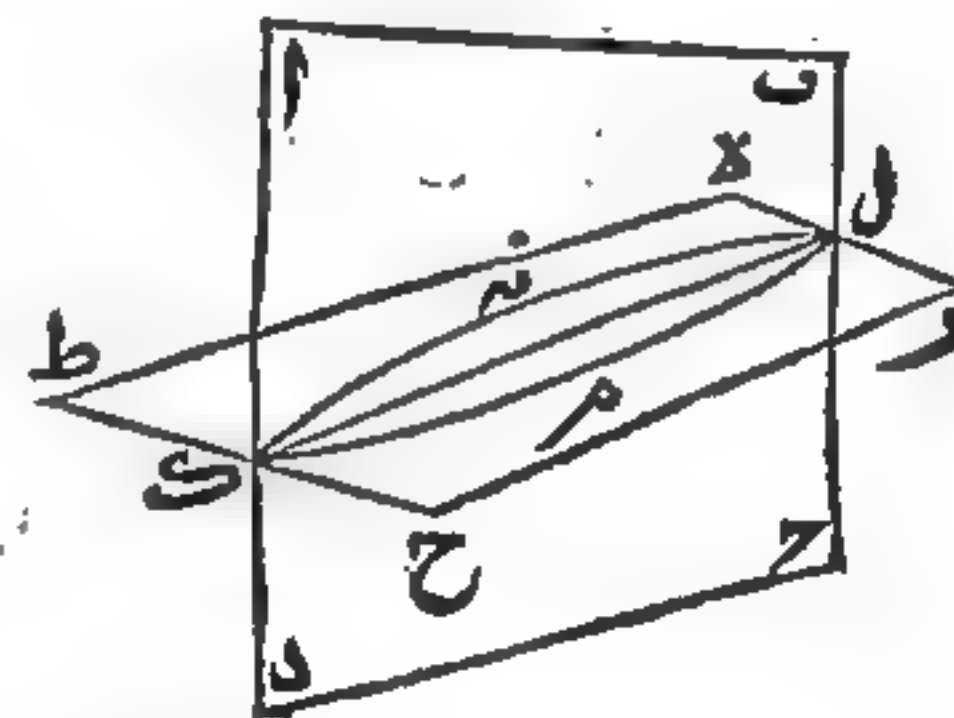
كل خطين مستقيمين متقاطعين فهما في سطح واحد وكل مثلث فهو في سطح واحد

ليكن خطا  $\overline{AB}$  و  $\overline{CD}$  مستقيمين متقاطعين علي نقطة  $\overline{E}$  ونرسم علي خطي  
 $\overline{DE}$  و  $\overline{BE}$  نقطتي  $\overline{R}$  و  $\overline{H}$  نحالتي الوضع لنقطة  $\overline{E}$  ونصل  
 بينهما بخط مستقيم فاقول ان خطي  $\overline{AB}$  و  $\overline{CD}$  في سطح  
 واحد وكذلك مثلث  $\overline{RHE}$  برهانه لولم يكن  
 في سطح واحد لكان بعضه في السطح وبعضه في  
 السمك فليكون بعض من كل واحد من خطي  $\overline{R}$  و  $\overline{H}$   
 و  $\overline{E}$  و  $\overline{A}$  و  $\overline{B}$  و  $\overline{C}$  و  $\overline{D}$  في السطح وبعضه في  
 السمك هذا خلف بالشكل المتقدم وخطا  $\overline{AB}$   
 $\overline{CD}$  كايان في سطح المثلث فلا يمكن ان يكون بعض من احدهما في ذلك  
 السطح وبعضه الاخر في السمك بالشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما  
 اردنا ان نبين



كل سطحين متقاطعين فان الفصل المشترك

بینہا خط واحد مستقیم



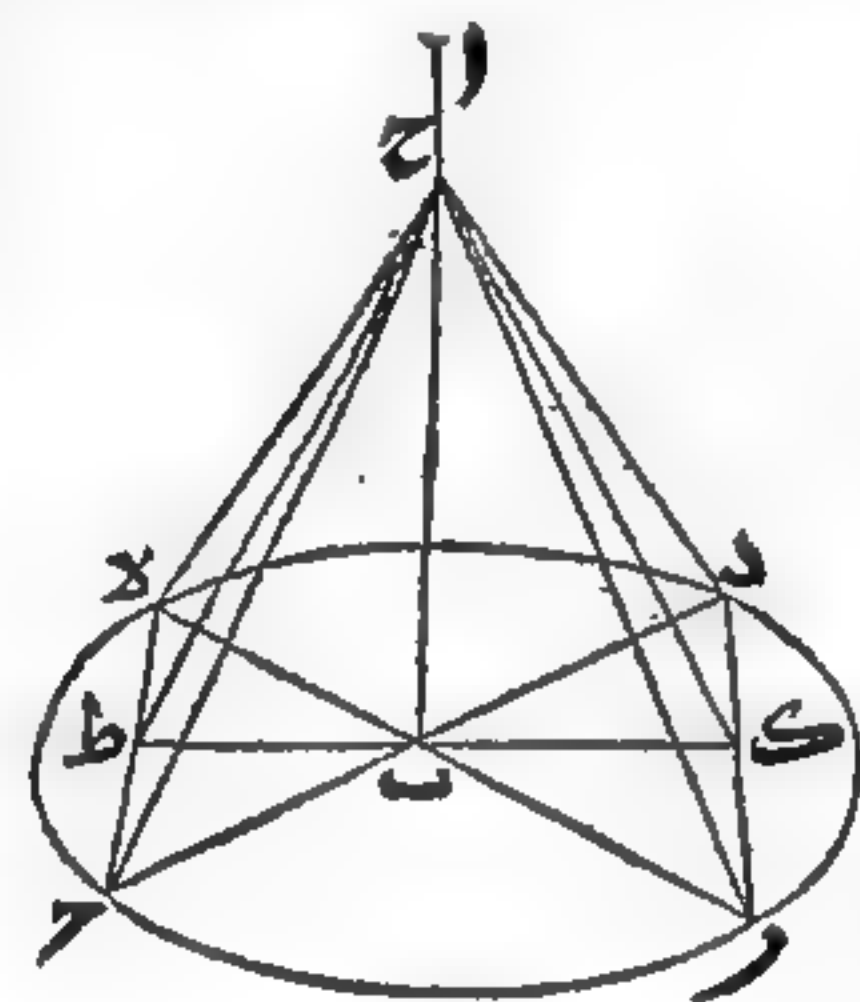
وليتقاطع سطحاً  $\overline{أ ب د}$  و  $\overline{م ح ط}$  وليكن  
 الفصل المشترك بين ضلعي  $\overline{أ د ح}$  نقطة  
 $\overline{آ}$  وبين ضلعي  $\overline{ب ح ط}$  نقطة  $\overline{ل}$  فاقول ان  
 الفصل المشترك بين سطحي  $\overline{أ ح}$  و  $\overline{ح ط}$   
 واحد مستقيم وهو خط  $\overline{آ ل}$  برهانه  
 والا فنصل بين نقطتي  $\overline{آ ل}$  بخط مستقيم في سطح  $\overline{أ ح}$  وهو خط  $\overline{آ م ل}$  وبين  
 نقطتي  $\overline{ل آ}$  في سطح  $\overline{ح ط}$  بخط مستقيم وهو خط  $\overline{ل ن آ}$  فخط  $\overline{آ م ل}$  و  $\overline{آ ن ل}$   
 خطان مستقيمان متصلان على نقطتي  $\overline{آ ل}$  ومتباعدان فيما بينهما فهما  
 يحيطان بسطح هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  $\odot$

كل خط مستقيم قام على الفصل المشترك بين

## خطین

خطین مستقیمین عمودا علیہما فہو عمود علی سطحہما

ليكن خط  $AB$  المستقيم عمودا على خطي  $CD$  و  $EF$  المستقيمين المتقاطعين  
على نقطة  $B$  فاقول ان خط  $AB$  عمود على سطح خطي  $CD$  و  $EF$  برهانه نرسم  
على نقطة  $B$  وبعده خط  $GH$  من خطوط  $CD$  و  $EF$  به  $BD$  و  $BE$  ليس اعظم من  
باقية دائرة وليكن ذلك الخط  $BD$  وليمر محيطها على الخطوط الباقية  
بنقط  $D$  و  $E$  ونصل بين كل واحدة من



نقطتي  $\alpha$  و  $\beta$  د  $\alpha$  بخط مستقيم ولان زاويتي  
 $\alpha$  و  $\beta$  من مثلثي  $\alpha$  و  $\beta$  ب  $\alpha$  و  $\beta$  من  
متساويتان بالشكل الخامس عشر من  
الاولي والاضلاع المحيطة بها متساوية  
فبالشكل الرابع من الاول قاعدة  $\alpha$   
كقاعدة  $\beta$  وزاوية  $\beta$  د  $\alpha$  كزاوية  $\alpha$  ب  $\alpha$   
وزاوية  $\beta$  د  $\alpha$  كزاوية  $\alpha$  ب  $\alpha$  فخط  $\alpha$   
يوازي خط  $\beta$  بالشكل السابع  
والعشرين من الاول ونرسم علي قاعدة  $\alpha$  ونصل بينها وبين  
نقطة  $\beta$  بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته في جهة  $\gamma$  الي ان ينتهي  
الي قاعدة  $\alpha$  علي نقطة  $\gamma$  فخط  $\alpha$  و  $\gamma$  كايين في سطح خطي  $\alpha$  و  $\gamma$  بالشكل  
الثاني فزاوية  $\alpha$  ب  $\gamma$  كزاوية  $\beta$  و  $\gamma$  ب  $\alpha$  كضلع  $\beta$  بالشكل السادس  
والعشرين من الاول قاعدة  $\alpha$  ب  $\alpha$  كقاعدة  $\beta$  و  $\gamma$  ب  $\alpha$  كزاوية  $\alpha$  ب  $\alpha$   
و  $\gamma$  ب  $\alpha$  كزاوية  $\alpha$  ب  $\alpha$  ونرسم علي خط  $\alpha$  ب نقطة  
 $\delta$  ونصل بينها وبين  $\gamma$  وكل واحدة من نقط  $\alpha$  و  $\delta$  ب  $\alpha$  بخط مستقيم  
فلان ضلع  $\beta$  د  $\alpha$  كضلع  $\gamma$  ب  $\alpha$  وضلع  $\gamma$  ب  $\alpha$  مشترك بين مثلثي  $\alpha$  ب  $\gamma$  و  $\gamma$  ب  $\alpha$   
وكل واحدة من زاويتي  $\alpha$  ب  $\gamma$  و  $\gamma$  ب  $\alpha$  قائمة فبالشكل الرابع من الاول ضلع  
 $\delta$  ب  $\alpha$  كضلع  $\gamma$  و  $\gamma$  ب  $\alpha$  و  $\gamma$  ب  $\alpha$  كضلع  $\gamma$  ب  $\alpha$  فاضلاع مثلثي  $\alpha$  ب  $\gamma$  و  $\gamma$  ب  $\alpha$   
 $\alpha$  و  $\gamma$  متساوية علي التناظر فبالشكل الثامن من الاول زاوياها المتناظرة  
متساوية فزاوية  $\alpha$  ب  $\gamma$  كزاوية  $\gamma$  ب  $\alpha$  والاضلاع المحيطة بها متساوية  
علي التناظر فبالشكل الرابع من الاول ضلع  $\alpha$  ب  $\gamma$  كضلع  $\gamma$  ب  $\alpha$  وضلع  $\alpha$  ب  $\gamma$   
ب  $\gamma$  من مثلث  $\alpha$  ب  $\gamma$  و  $\gamma$  ب  $\alpha$  كضلع  $\gamma$  ب  $\alpha$  من مثلث  $\alpha$  ب  $\gamma$  فزاوية  $\alpha$  ب  $\gamma$   
المتناظرة من مثلثي  $\alpha$  ب  $\gamma$  و  $\gamma$  ب  $\alpha$  متساوية بالشكل الثامن من الاول  
فزاوية  $\alpha$  ب  $\gamma$  كزاوية  $\gamma$  ب  $\alpha$  فخط  $\alpha$  ب  $\gamma$  عمود علي  $\alpha$  و  $\gamma$  ب  $\alpha$  كزاوية  $\alpha$  ب  $\gamma$   
 $\alpha$  ب  $\gamma$  عمود علي كل يخرج في سطح خطي  $\alpha$  و  $\gamma$  يلقي نقطة  $\beta$  فخط  $\alpha$  ب  $\gamma$  عمود  
علي سطح خطي  $\alpha$  و  $\gamma$  وذلك ما اردنا ان نبين

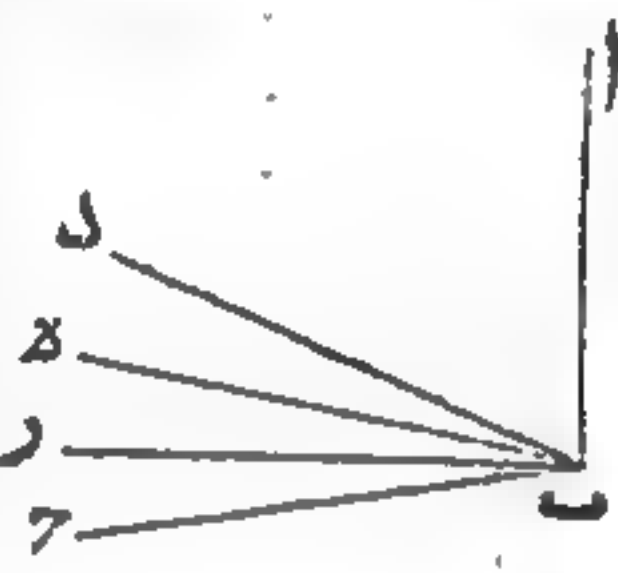
## كل خط مستقيم قام على الفصل المشترك بين



ثلاثة خطوط مستقيمة واحاط مع كل واحد منها

نزاهة قائمة فالخطوط الثلاثة في س — ط واحد \*

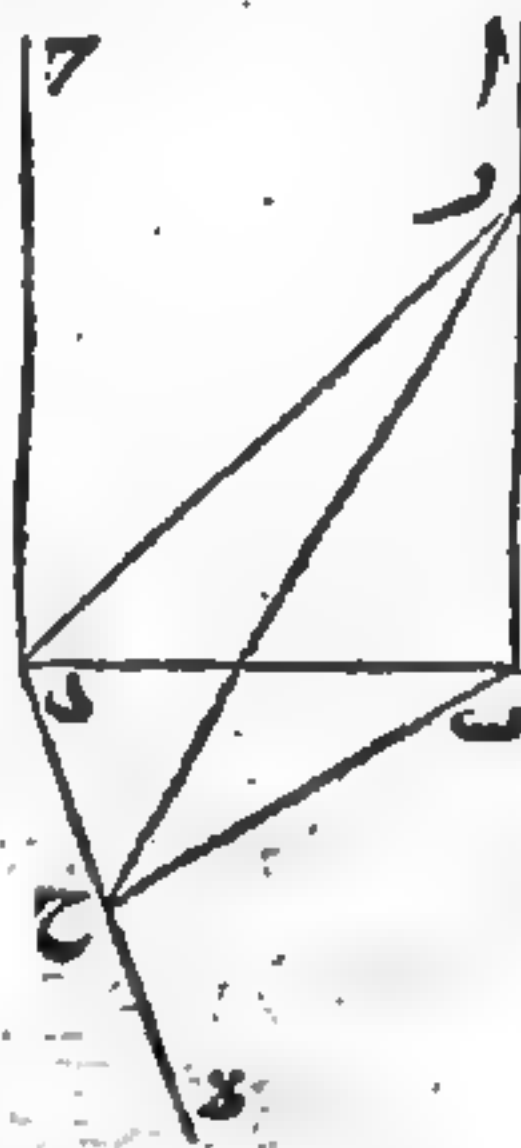
ليمكن خط  $\overline{AB}$  قائم على نقطة  $\overline{B}$  الفصل المشترك بين خطوط  $\overline{B\delta}$   $\overline{B\epsilon}$   $\overline{B\zeta}$   $\overline{B\eta}$   $\overline{B\theta}$  المستقيمة وكل واحدة من زوايا  $\overline{AB\delta}$   $\overline{AB\epsilon}$   $\overline{AB\zeta}$   $\overline{AB\eta}$   $\overline{AB\theta}$  قائمة فاقول ان خطوط  $\overline{B\delta}$   $\overline{B\epsilon}$   $\overline{B\zeta}$   $\overline{B\eta}$   $\overline{B\theta}$  في سطح واحد برهانه والا فليكن خط  $\overline{B\delta}$  ليس في سطح  $\overline{B\epsilon}$  فلان خطي  $\overline{AB}$   $\overline{B\delta}$  في سطح واحد بالشكل الثاني وليس ذلك السطح سطح خطي  $\overline{B\epsilon}$  والسطحان متلاقبان عند نقطة  $\overline{B}$  فليكن الفصل المشترك بينهما خط واحد مستقيم بالشكل الثالث وليكن ذلك خط  $\overline{B\gamma}$  ولان خط  $\overline{AB}$  عمود على كل واحد من خطي  $\overline{B\delta}$   $\overline{B\epsilon}$  فهو عمود على سطحيهما بالشكل المتقدم وخط  $\overline{B\gamma}$  كاي في ذلك السطح فخط  $\overline{AB}$  عمود على خط  $\overline{B\gamma}$  فزاوية  $\overline{AB\gamma}$  قائمة وكانت زاوية  $\overline{AB\delta}$  قائمة فجزا الشيء يساوي كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل خطين كل منها عمود على سطح بعينه فهما

متواند جان

ليكن خطا  $\overline{AB}$   $\overline{CD}$  عمودين علي سطح ما فاقول انهما  
 متوازيان برهانه نصل بين نقطتي  $B$   $D$  بخط مستقيم  
 من ذلك السطح ونخرج من نقطة  $D$  عمود  $DE$  علي خط  
 $\overline{AB}$  في السطح المقروض بالشكل الحادي عشر من  
 الاولي ونرسم علي خط  $\overline{AB}$  نقطة  $R$  كيف اتفق  
 ونفصل  $DR$  من  $DE$  مثل  $RB$  بالشكل الثالث من  
 الاولي ونصل بين نقطة  $R$  وكل واحدة من نقطتي  $D$   
 $C$   $E$  بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي  $R$   $C$   $E$  فلان ضلعي  
 $\overline{BDE}$  والزاوية التي بينهما تساوي ضلعي  $\overline{DCE}$   $\overline{DE}$   $\overline{DB}$  والزاوية التي بينهما  
 كل لنظيره فقاعدت  $\overline{DR}$  يساوي قاعدت  $\overline{BC}$  بالشكل الرابع من الاولي ولان  
 اضلاع مثلث  $\overline{BCD}$  يساوي اضلاع مثلث  $\overline{DRC}$  كل لنظيره فزاوية  
 $\overline{BCD}$  القائمة تساوي زاوية  $\overline{DRC}$  بالشكل الثامن من الاولي فهي قائمة  
 فخط  $DE$  عمود علي خطوط  $\overline{CD}$   $\overline{DB}$   $\overline{DR}$  فهي في سطح واحد بالشكل الخامس  
 فعمودا  $\overline{CD}$   $\overline{AB}$  في ذلك السطح وزاويتا  $\overline{ABD}$   $\overline{CDB}$  كفايتين فهما متوازيان  
 بالشكل



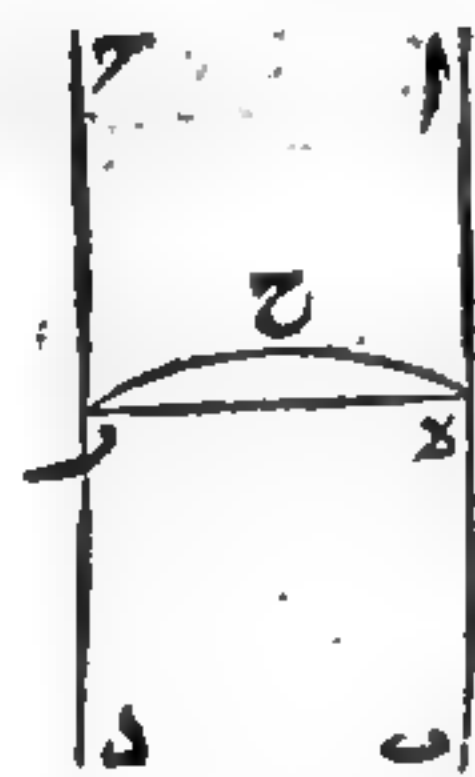
## الحادية عشر

بالشكل الثامن والعشرين من الاولي وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم خرج من أحد الخطين المتوازيين

یہ آخر کیف کان فہو فی سطحہما

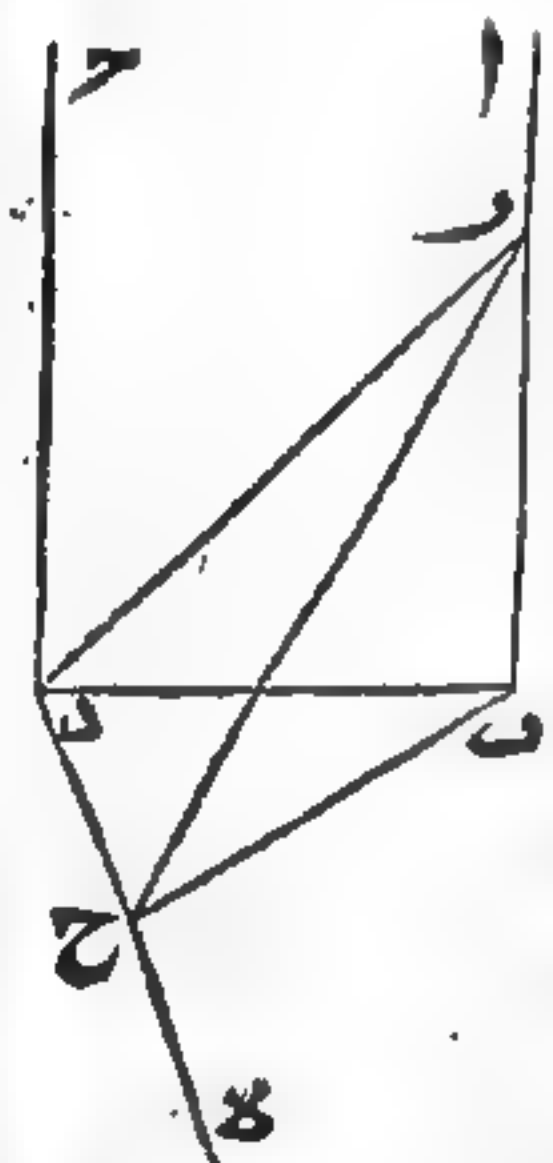
ليكن خطا  $AB$   $\overline{AB}$  المتوازيين وخرج خط  $AC$  المستقيم  
 من خط  $AB$  الي خط  $CD$  الموازي له فاقول انه في سطح  
 خطي  $AB$   $\overline{AB}$  برهانه فلان خط  $AC$  لو لم يكن في  
 سطح خطي  $AB$   $\overline{AB}$  لكان في سطح آخر فذلك السطح يقطع  
 سطح خطي  $AB$   $\overline{AB}$  لكون كل واحد من نقطتي  $A$  و  $B$  في كل  
 واحد من السطحين والفصل المشترك بينهما خط مستقيم بالشكل الثالث  
 وليكن هو خط  $AC$   $\overline{AC}$  فخط  $AC$   $\overline{AC}$  المستقيم متجدين الاطراف  
 متباعدين الاوساط فهما يحيطان بـ  $AB$   $\overline{AB}$  هذا خلف فالحكم ثابت  
 وذلك ما اردنا ان نبرهن



کل خطیں متوازیں احدهما عمود علی سطح

فالاخر عمود عليه ايضا

ليكن خط  $ا ب$   $ح د$  المتوازيين و  $ا ب$  عمود على  $س ط$   
 مفروض فاقول ان  $ح د$  عمود على ذلك السطح ايضا برهانه  
 يصل بين نقطتي  $ب د$  بخط مستقيم فهو في  $س ط$  خطي  
 $ا ب$   $ح د$  المتوازيين بالشكل المتقدم وزاوية  $ا ب د$  قائمة  
 فزاوية  $ب د ح$  قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاول  
 ونخرج من نقطة  $د$  عمود  $د ه$  على  $ب د$  في السطح المفروض  
 بالشكل الحادي عشر من الاول ونرسم على  $ا ب$  نقطة  $ر$   
 كيف اتفق ونفصل من  $د ه$   $د ح$  مثل  $ب ر$  بالشكل  
 الثالث من الاول ونصل بين نقطة  $ر$  وكل واحدة من نقطتي  $د ح$  بخط  
 مستقيم وكذلك بين نقطتي  $ب ح$  ولان خطوط  $ا ب$   $ب د$   $ح د$  في  $س ط$  واحد  
 وخط  $ر د$  في ذلك السطح بعينه بالشكل الثاني فخطوط  $ا ب$   $ب د$   $ح د$   $ر د$  في  
 $س ط$  واحد ولان ضلعي  $ب ر$   $ب د$  والزاوية التي بينهما يساوي ضلعي  $د ح$   
 $د ب$  والزاوية التي بينهما كل لنظيره فقاعدت  $د ر$  تساوي قاعدة  $ب ح$   
 بالشكل الرابع من الاول ولان اضلاع مثلثي  $د ر ح$   $د ر ب$  متساوية على  
 التناظر فزاوية  $ر ب ح$  القائمة تساوي زاوية  $د ح ر$  بالشكل الثامن فزاوية

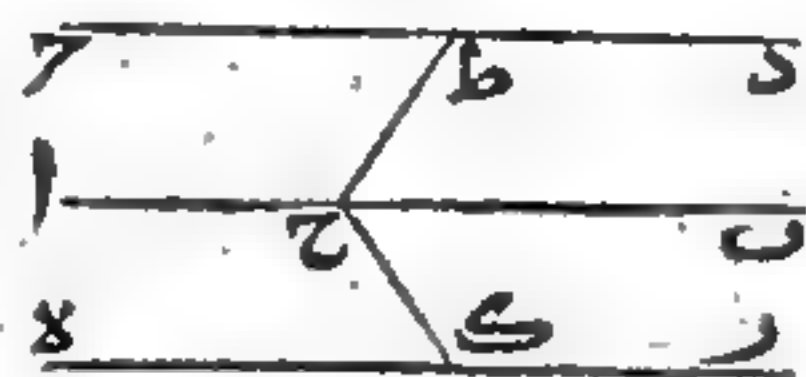




ردح قائمة لخط دة عمود علي خط دح فهو عمود علي خط دة وكان عمودا علي  
خط ب د فحة عمود علي سطح خطي ب د دة بالشكل الرابع وهو السطح  
المفروض فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

کل خطین یوازن خطا ولیسا معہ فی سطح

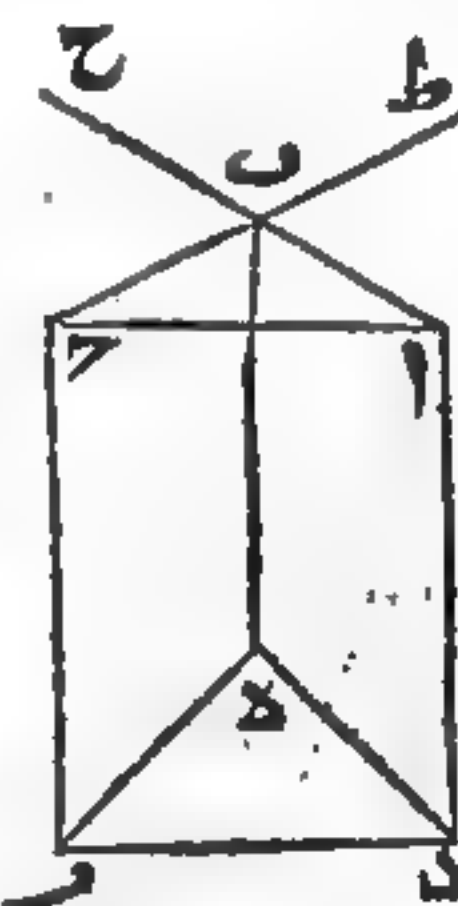
واحد قہما متوازنیان \*



لكن خط  $\overline{ح د}$  و  $\overline{ه ر}$  يوازيان خط  $\overline{أ ب}$  ولبسا  
معه في سطح واحد فاقول ان  $\overline{ح د}$  و  $\overline{ه ر}$  متوازيان  
برهانه نرسم علي خط  $\overline{أ ب}$  نقطة كيف ما وقعت ونخرج منها عمودي  
ح ط ح الي خطي  $\overline{ح د}$  و  $\overline{ه ر}$  في سطحي  $\overline{أ ب}$  بالشكل الثاني عشر من الاولي  
ولان كل واحدة من زاويتي ح ط ح و  $\overline{أ ح}$  قائمة فكل واحدة من زاويتي  
أ ح ط و  $\overline{أ ح}$  قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فاب عمود علي كل  
واحد من عمودي ح ط ح و  $\overline{أ ح}$  وقد وقع علي فصلهما المشترك فهو عمود علي  
سطح العمودين بالشكل الرابع فكل من خطي  $\overline{ح د}$  و  $\overline{ه ر}$  عمود علي ذلك السطح  
بالشكل المتقدم فخط  $\overline{ح د}$  يوازي و  $\overline{ه ر}$  بالشكل السابع وذلك ما اردنا ان نبين  
وهذا الحكم ينعكس كلها بالبرهـ ان المذكور

كل زاويتين اضلاعهما النظائرتان متوازيتان وليست

كلها في سطح واحد فهما متساويتان \*

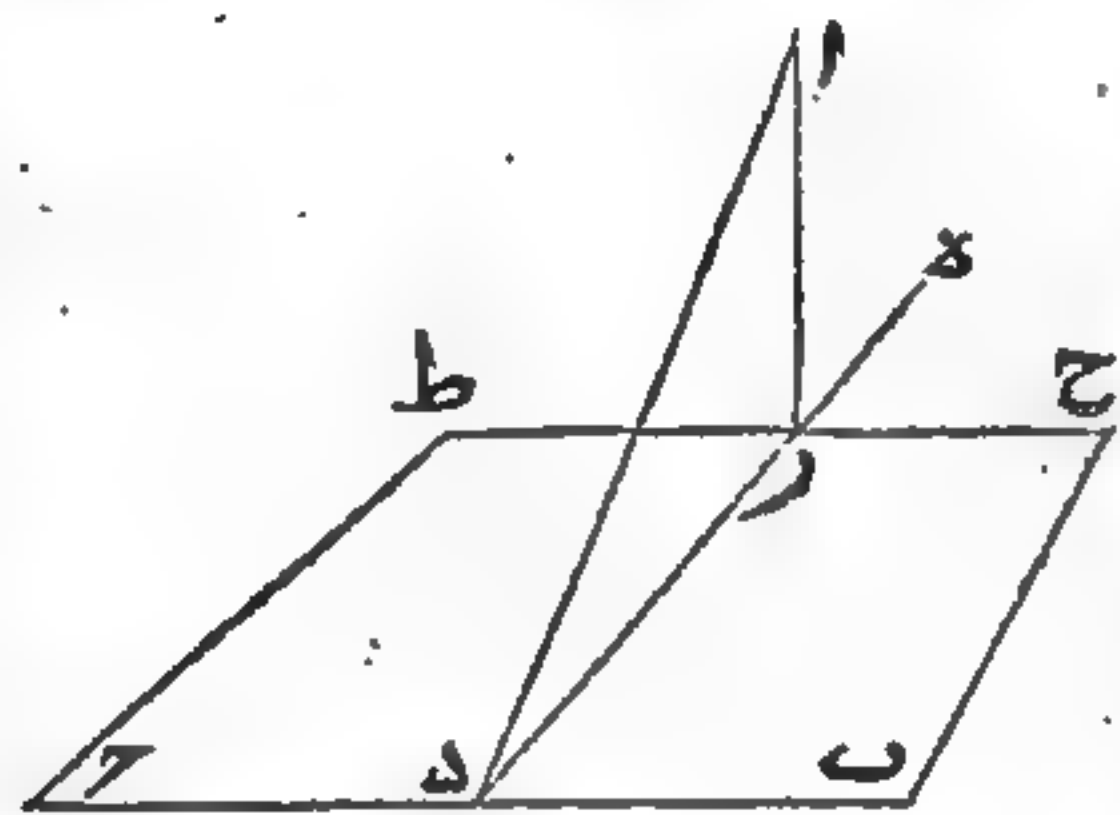


ليمكن ضلعاً بـ  $\alpha$  من زاوية  $\alpha$  بـ  $\gamma$  يوازيان ضلعي  $\alpha$   
 $\delta$  من زاوية  $\delta$   $\gamma$  كل لنظيره وليست الاضلاع كلها  
 في سطح واحد فاقول ان زاويتي  $\alpha$  بـ  $\gamma$   $\delta$  متساويتان  
 برهانه نجعل  $\alpha$  مساوياً لـ  $\delta$  بالشكل الثالث من  
 الاول ونصل خطوط  $\alpha$   $\delta$   $\gamma$   $\delta$   $\gamma$  المستقيم فلان  
 $\alpha$   $\delta$  متوازيان ومتساويان وكذلك  $\beta$   $\gamma$  فكل  
 من خطي  $\alpha$   $\delta$   $\gamma$   $\delta$   $\gamma$   $\delta$  ويساويه بالشكل الثالث والثلاثين من  
 الاول فاد  $\gamma$   $\delta$   $\gamma$   $\delta$   $\gamma$   $\delta$  بالشكل الثلاثين من الاول وهو يساويه خط  $\alpha$   
 $\delta$   $\gamma$   $\delta$   $\gamma$   $\delta$  بالشكل الثالث والثلاثين من الاول وليساوي اضلاع مثلثي  
 $\alpha$   $\delta$   $\gamma$   $\delta$   $\gamma$   $\delta$  المتناظرة تساوي زاوية  $\alpha$   $\delta$   $\gamma$   $\delta$   $\gamma$   $\delta$  بالشكل الثامن من  
 الاول وذلك ما اردنا ان نبين  
 ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان زاوية  $\alpha$   $\delta$   $\gamma$   $\delta$   $\gamma$   $\delta$  قد تكون علي وضع زاوية  
 $\delta$   $\gamma$   $\delta$   $\gamma$   $\delta$   $\gamma$

دەركا ذكرنا وقد لا تكون كزاوية ح ب ط فنجرح خطي ح ب ط ب في  
جهة ب الي نقطتي آ ح ونبين ان زاوية آ ب ح المساوية لزاوية ح ب ط  
بالشكل الخامس عشر من الاول في كزاوية دەر كا مر فيحصل المطلوب ۛ

لہذا ان نخرج من نقطۃ فی السمک عمودا علی سطح

منفروض



لبيكن نقطة آ في سمك سطح مفروض  
 فترسم في ذلك السطح خط  $\overline{ب\gamma}$   
 المستقيم ونفرض سطحاً يمر بالنقطة  
 وبالخط المرسوم وتخرج من نقطة آ  
 عمود آد في ذلك السطح على خط  $\overline{ب\gamma}$

بالشكل الثاني عشر من الأولي ونخرج من نقطة د علي ب عمود د ه في السطح  
 المفروض أولا بالشكل الحادي عشر من الأولي ولان خطي آ د ه في سطح  
 واحد بالشكل الثاني فنخرج من نقطة في سطح خطي د ه د ا الي خط د ه  
 عمود آ ر بالشكل الثاني عشر من الأولي ونخرج من نقطة م في السطح  
 المفروض أولا خط ح ط موازيا لخط ب ج بالشكل الواحد والثلاثين من  
 الأولي فاقول ان خط آ ر عمود علي السطح المفروض أولا برهانه فلان كل  
 واحد من خطي آ د ه عمود علي ب ج فهو عمود عليهما وقد وقع علي  
 فصلهما المشترك فهو عمود علي سطحهما بالشكل الرابع ولان ح ط يوازي  
 ب ج العمود علي سطح خطي آ د ه فح ط عمود علي سطحهما بالشكل الثامن  
 فيكون عمودا علي آ ر فآ ر عمود عليه وكان عمود علي د ه وقد وقع علي نقطة ر  
 الفصل المشترك بين خطي د ه ح ط فخط آ م عمود علي سطحهما اعني السطح  
 المفروض أولا بالشكل الرابع وذلك ما اردنا ان نبين  
 ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان عمود آ م يمكن ان يقع مباينا لخط آ د  
 وقد ببناء ويمكن ان ينطبق عليه وحينئذ لا يحتاج الي اخراج خط  
 ح ط موازيا ب ج فلان عمود آ ر حينئذ عمود علي خطي د ه ب ج وقد وقع  
 علي نقطة د فصلهما المشترك فهو عمود علي سطحهما بالشكل السابع وهو  
 السطح المفروض أولا

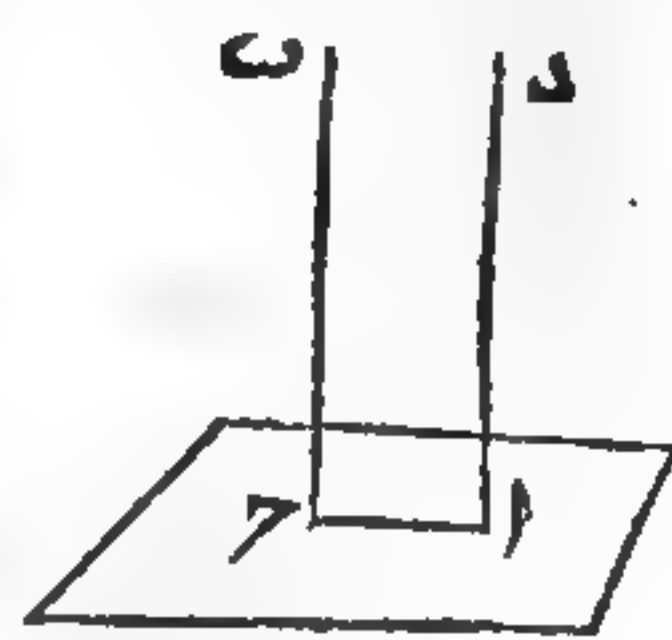
دین

لنا ان نخرج من نقطة علي سطح عمودا عليه \*

ليكن النقطة آ فخرج من نقطة ب في السمك عمود ب ح على السطح الذي فيها نقطة آ بالشكل المتقدم فان وقع العمود على نقطة آ فب ح عمود على



السطح والآن فصل بين نقطتي آ ح بخط مستقيم  
فخطي آ ح ح ب في سطح واحد بالشكل الثاني  
فأخرج من نقطة آ في ذلك السطح خط آ د موازيا  
لب ح بالشكل الواحد والثلاثين من الأولي فاد  
عمود علي السطح المفروض بالشكل الثامن وذلك ما  
أردنا أن نبين



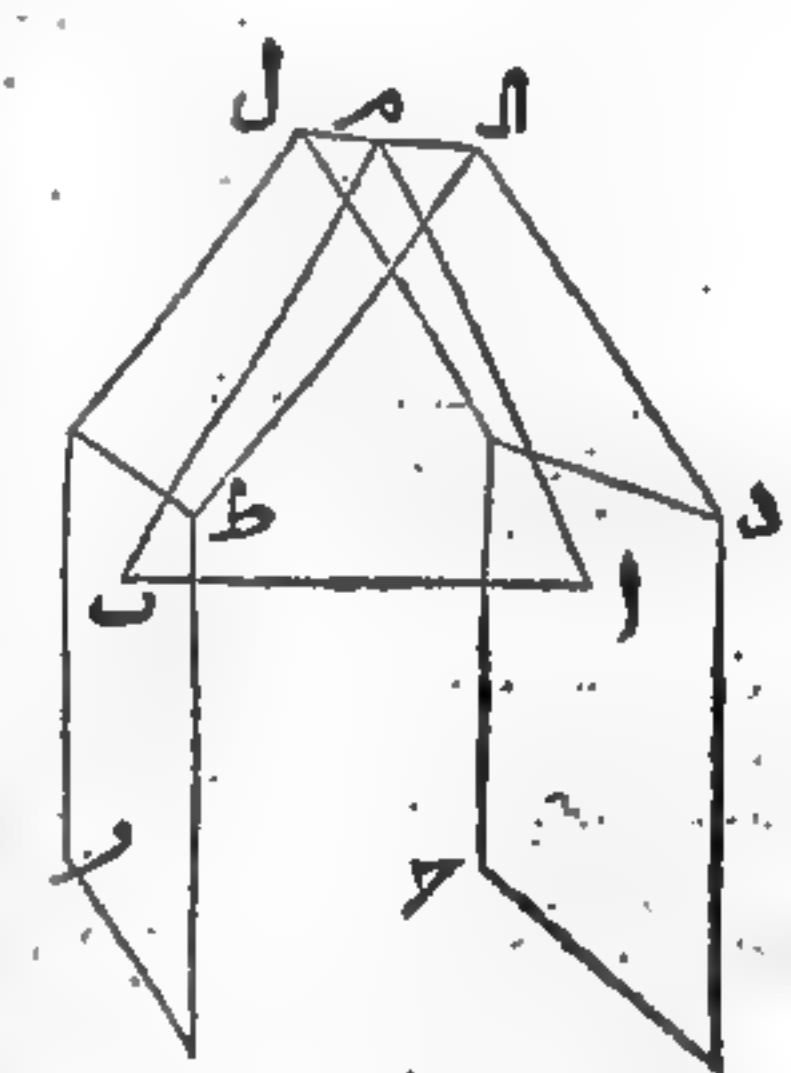
### لا يمكن أن يقوم علي سطح واحد عمودان

والآن أخرج من نقطة آ الكائنة في السطح  
المفروض عمودا ب آ ح عليه بالشكل المتقدم  
فعمودا ب آ ح في سطح واحد بالشكل الثاني  
وليمكن الفصل المشترك بين سطحي المفروض  
والعمودين خط د آ ه بالشكل الثالث كونهما  
متلاقين فزاويتا ب آ د ح آ ه قائمتين متساويتين فجزء الشيء  
يساوي كله فالحكم ثابت وذلك ما أردنا أن نبين



### كل سطحين خط واحد عمود عليهما فهما متوازيان

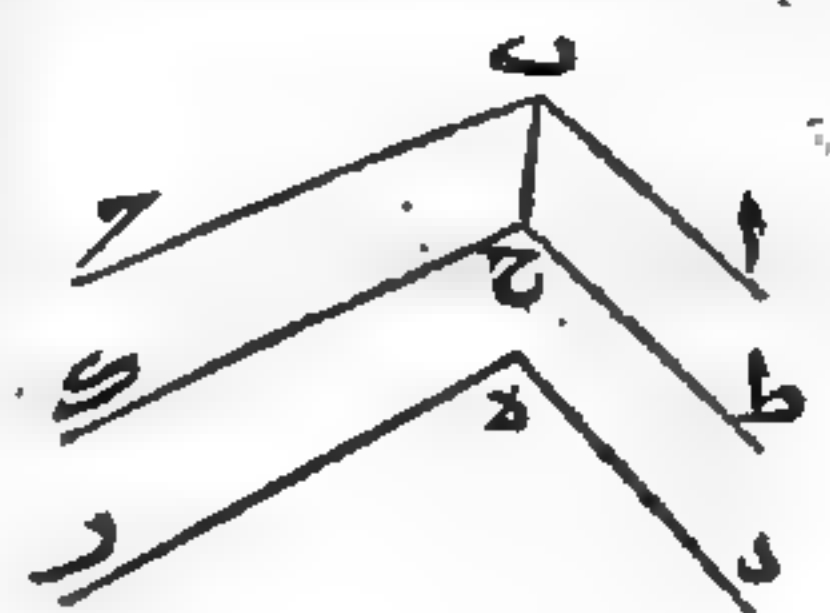
ليكن خط آ ب عمودا علي سطحي ج د ر ط فاقول  
أنهما متوازيان والآن فلينلقيا فيكون الفصل  
المشترك بينهما خطا مستقيما بالشكل الثالث  
وليكن هو خط آ ل وترسم عليه نقطة م كيف  
اتفق ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي  
آ ب بخط مستقيم فلان آ ب عمود علي السطحين  
فهو عمود علي كل واحد من خطي م آ م ب  
فزاويتا م آ ب م ب آ من مثلث م آ ب قائمتان  
وكل زاويتي مثلث أصغر من قائمتين بالشكل  
السابع عشر من الأولي هذا خلف فالسطحان



متوازيان وذلك ما أردنا أن نبين

كل سطحين يحيط باحدهما خطان يوازيان خطين  
يحيطان بالآخر والخطوط كلها غير كائنه في سطح  
واحد

### واحد فالسطحان متوازيان



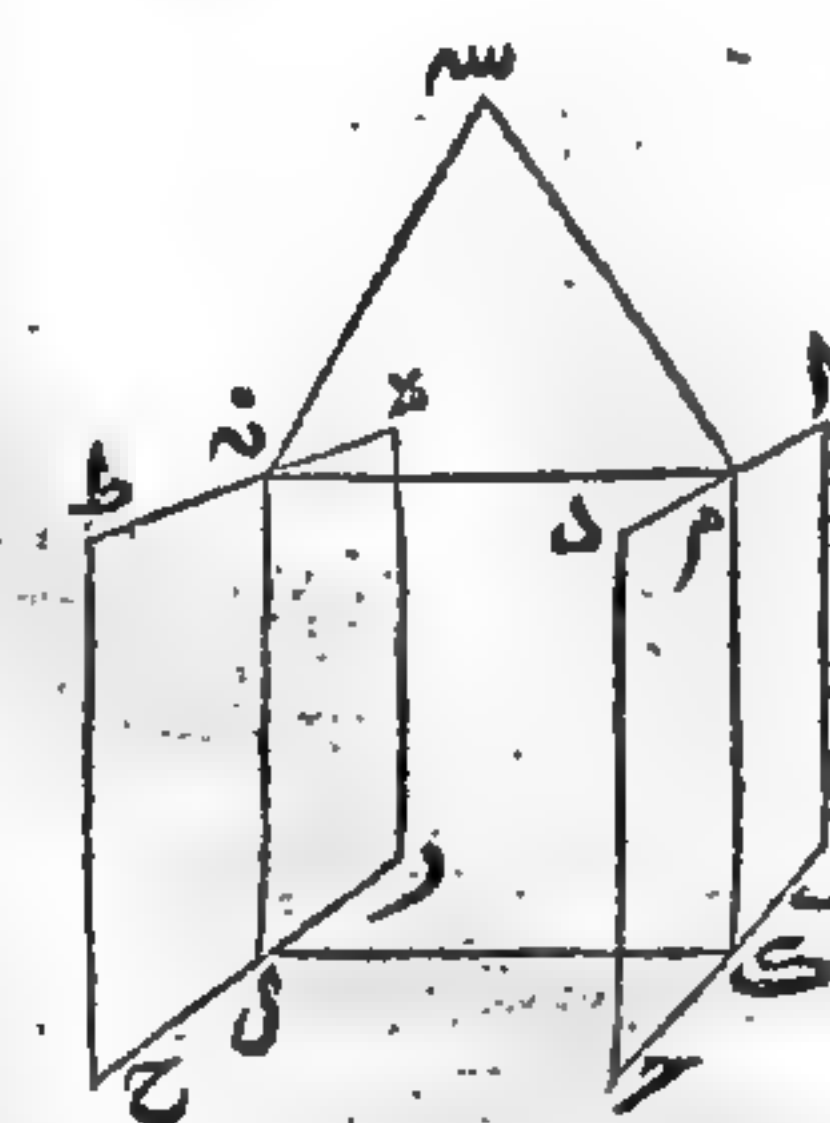
ليكن خط آ ب ح المحيطان ب سطح آ ب ح  
يوازيان خطي د ه المحيطان ب سطح د ه ر  
والخطوط الأربعة غير كائنه في سطح واحد

فاقول أن سطحي آ ب ح د ه متوازيان فأخرج من نقطة ب عمود ب ح علي  
سطح د ه ر بالشكل الحادي عشر وأخرج من نقطة ح خطي ح ط ح ز موازيين  
لخطي د ه ر بالشكل الواحد والثلاثين من الأولي فلان خطي آ ب ح ط  
يوازيان خطي د ه وخطي ب ح ح لا يوازيان خط د ه ولتست الخطوط  
المذكورة كلها في سطح واحد فخطا ب آ ب ح يوازيان خطي ح ط ح ز  
بالشكل التاسع وقد وقع خط ب ح علي كل متوازيين منها وكل من  
زاويتي ب ح ط ب ح ز قائمة لكون ب ح عمودا علي سطح د ه ر فكل واحد من  
زاويتي آ ب ح ح ط آ ب ح قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الأولي فخط ب ح  
عمود علي كل من خطي ب آ ب ح وقد وقع علي فصليهما المشترك فهو عمود  
علي آ ب ح بالشكل الرابع وكان عمودا علي سطح د ه ر فسطحا آ ب ح د ه  
متوازيان بالشكل المتقدم وذلك ما أردنا أن نبين

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ح آ ما ان يقع علي نقطة ه او علي  
احد خطي د ه ر او داخل زاوية د ه ر او خارجها وينطبق احد  
خطي ح ط علي احد خطي د ه ر او لا ينطبق والاول لا يحتاج الي  
إخراج خط ح ط ح لا والاخير مذكور في الكتاب والوجه الباقي مثل ما  
ذكرناه

### كل سطح فصل لسطحين متوازيين ففصلاهما

### المشتركان متوازيان

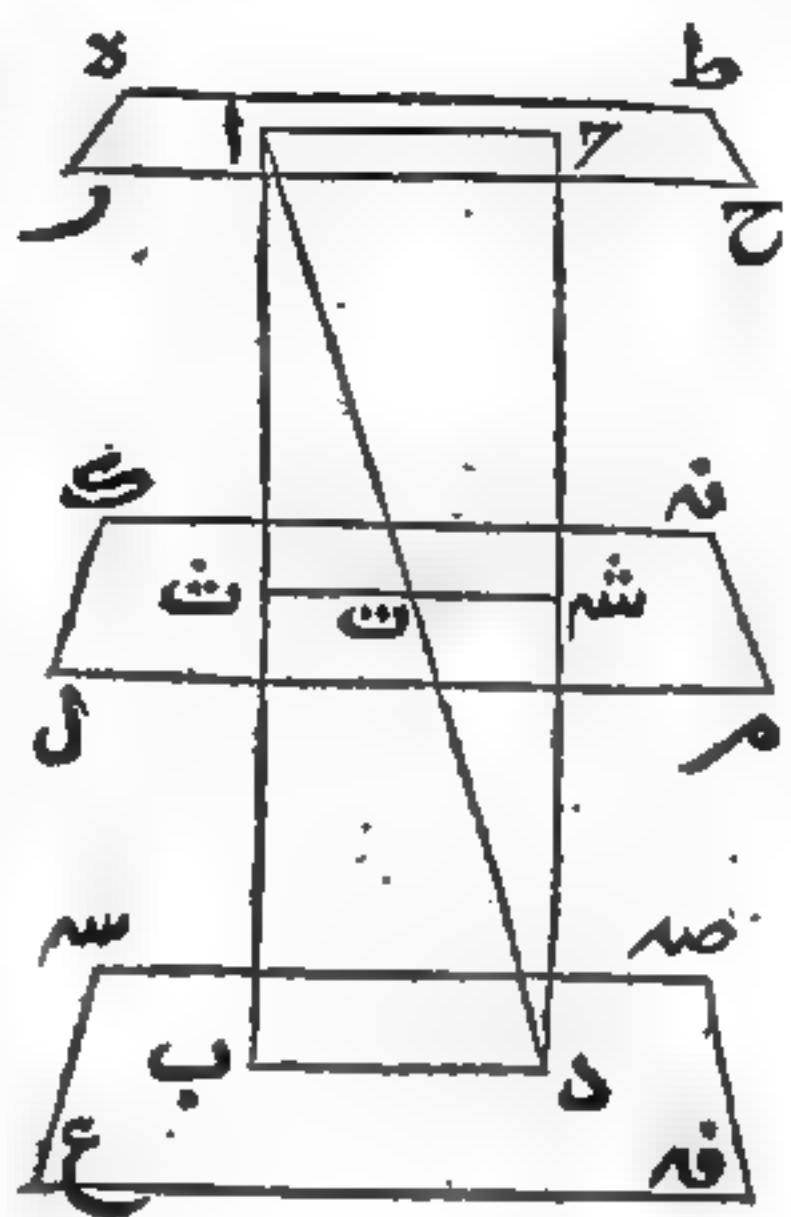


ليكن سطحا آ ب ح د ه ر ح ط فصل لسطحي م ل ن ه  
والفصل المشترك بين كل سطحين متقاطعين  
مستقيم بالشكل الثالث وليكن الفصل  
المشترك بينهما خطي آ م ن ل فاقول أنهما  
متوازيان والآن فلينلقيا وليكن الالتقاء علي  
نقطة م ه فخط آ م م ه في سطح آ ب ح د ه ر  
في سطح ه ر ح ط بالشكل الأول فالسطحان  
المتوازيان متلاقيان هذا خلف فالحكم  
ثابت وذلك ما أردنا أن نبين



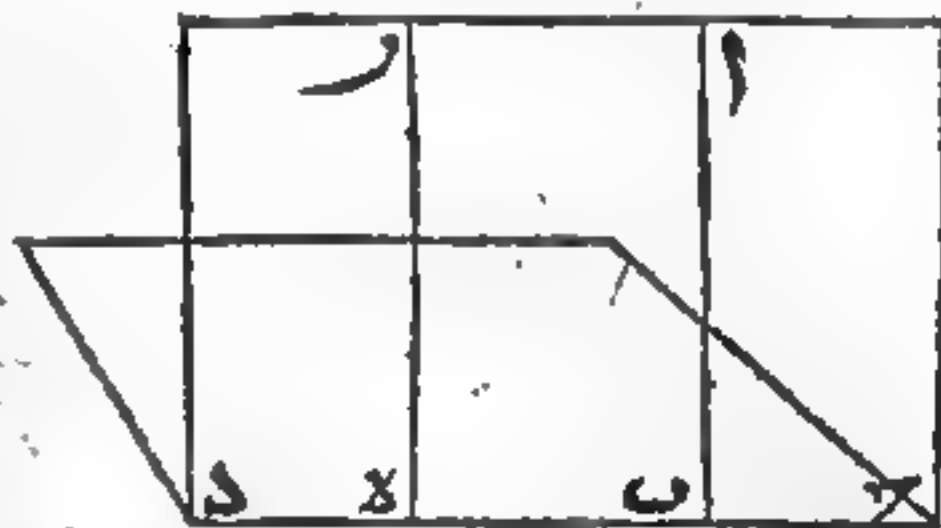
كل خطين فصلتهما سطوح متوازنة فصلتهما

على نسبة واحدة واحدة



لِيَكُنْ خَطُّ أَبْ حِدَ فَصْلَتِهَا سَطُوحٌ وَهَرِحُ ط  
 الَمْ نَهْ سَهْ قَصَصَ الْمُتَوَازِيَةِ عَلَي نَقْطَاتِ ثَبْ  
 حَرْشَهْ دَفَاقُولِ اِنْ نَسَبَةُ اَثْ اِلَي ثَبْ كُنْسَبَةُ  
 حَرْشَهْ اِلَي شَهْ بَرْهَانَهْ نَصْلُ بَيْنَ كُلِّ  
 وَاحِدَةٍ مِنْ نَقْطَتِي اَحَبْ دَفَاقُولِ بِحُطِّ مُسْتَقِيمٍ  
 فِخْطِ اَدِ يَجْتَازُ عَلَي سَطْحِ اَلَمْ فَلْيَجْتَزْ عَلَي نَقْطَةٍ  
 تَفْلَانِ مِثْلُثِ اَحَدِ فَصْلٍ بِسَطْحِي هَحْ اَلَمْ  
 عَلَي خَطِّي اَحَرْشَهْ وَمِثْلُثِ اَبَدِ بِسَطْحِي  
 اَلَمْ سَهْ قَصَصَ عَلَي خَطِّي بَدْ ثَثْ خَطُّ اَحْ يَوَازِي ثَشَهْ وَبَدْ يَوَازِي ثَثْ  
 بِالشَّكْلِ الْمَتَقَدِّمِ كُنْسَبَةُ حَرْشَهْ اِلَي شَهْ كُنْسَبَةُ اَثْ اِلَي ثَدْ وَنَسَبَةُ اَثْ اِلَي  
 ثَبْ كُنْسَبَةُ اَثْ اِلَي ثَدْ بِالشَّكْلِ الثَّانِي مِنَ السَّادِسَةِ كُنْسَبَةُ حَرْشَهْ اِلَي شَهْ  
 كُنْسَبَةُ اَثْ اِلَي ثَبْ بِالشَّكْلِ الْحَادِي عَشَرَ مِنَ الْخَامِسَةِ وَذَلِكَ مَا ارْتَدْنَا  
 اِنْ نَهْ

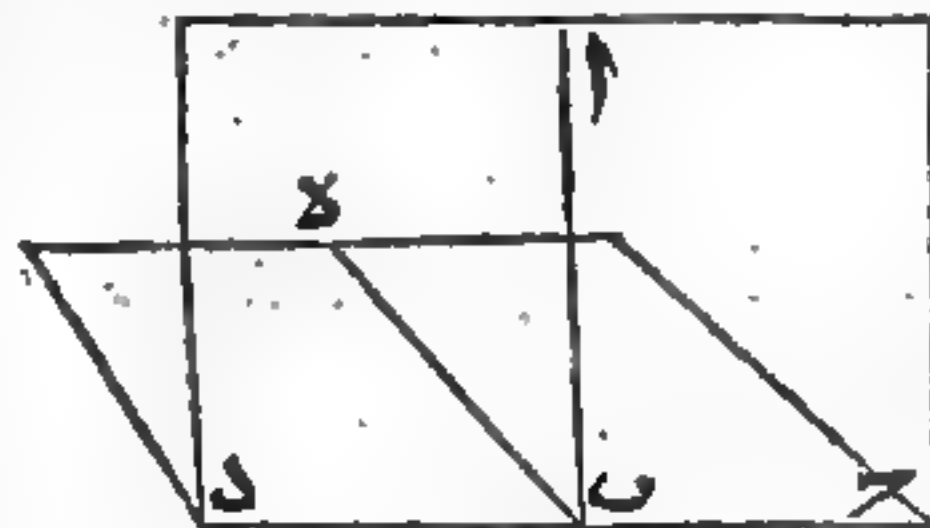
كل خط عمود على سطح فكل سطح تفصل ذلك  
السطح ماراً بالعمود يفصله على قوائم \*



ليكن العمود خط  $AB$  على السطح المفروض  
وفصله سطح يمر بخط  $AB$  فاقول ان  
يفصله على قوائم فلان الفصل المشترك بين  
كل سطحين متقابلين خط مستقيم  
بالشكل الثالث فليكن  $CD$  هو الفصل  
المشترك بينهما ورسوم عليه نقطة  $E$  ونخرج منها في السطح الفاصل عمود  $EF$   
على خط  $CD$  بالشكل الحادي عشر من الاول فهو يوازي عمود  $AB$  بالشكل  
التاسع والعشرين من الاول و  $AB$  عمود على السطح المفروض فهو عمود عليه  
ايضا بالشكل الثامن فيحيط عمود  $EF$  مع كل خط يخرج في السطح المفروض  
ملاقيا لنقطة  $G$  بزاوية قائمة وكذلك كل عمود يخرج في السطح الفاصل على  
الفصل المشترك فالسطحان متقابلان على قوائم بالمصادفة وذلك ما اردنا  
ان نبين

واقول

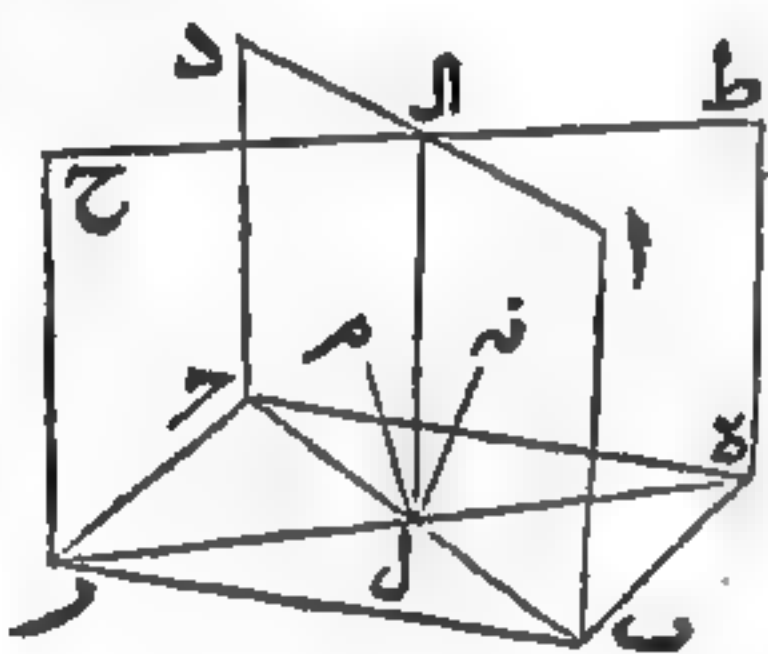
وأقول كل عمود يخرج على الفصل المشترك بين كل سطحين متفاصلين  
على قوايم في أحدهما وهو عمود على الآخر  $\Rightarrow$  ليكون أب عمودا على جـ  
الفصل المشترك بين السطحين المرفوضين



وهو في أحدهما ونخرج من نقطة ب علي  
د عمود بـ في السطح الآخر المتصاليين  
ق اب عمود علي بـ بالمصادرة وكان عمودا علي  
د ق اب عمود علي كل واحد من خطي بـ

حد وقد وقع علي فصلهما المشترك فهو عمود علي السطح الآخر بالشكل  
الرابع وايضاً ب عمود علي كل من خطي أ ب حد وقد وقع علي فصلهما  
المشترك فب عمود علي السطح الذي فيه فب عواب من السطحين المتفاضلين  
بط

كل سطحين متفاصلين يفصل كل منهما سطحاً مفروضاً على قوايم فصلهما المشترك عمود على السطح



المفروض

لفصل كل واحد من سطحي أ ب ج د هـ ح ط  
المتفاصلين سطحاً مغروضا علي قوائم والفصل  
المشترك بين سطحي أ ج هـ ح ط مستقيم  
بالشكل الثالث وليكن هو خط الـ فاقول ان

خط ال عمود علي السطح المفروض برهانه فلان الفصل المشترك بين سطحين  
متفاصلين خط مستقيم بالشكل الثالث فليكن الفصل الشترك بين  
سطحي ا ح والمفروض خط ب ل و بين سطحي ه ح والمفروض خط د ر فخط  
ال لولم يكن عمود علي السطح المفروض فليخرج من نقطة ل الكائنة في  
السطح المفروض عمود ل م علي خط د ر في سطح ه ح وعمود ل ن علي خط ب ج  
في سطح ا ح بالشكل الحادي عشر من الاولي فكل واحد من عمود ل م ل ن علي  
السطح المفروض بالشكل المتقدم بل وبالشكل الرابع فقد قام علي السطح  
المفروض عمودا ل م ل ن وقد خرجا من نقطة واحدة وقد بنينا استحالة  
ذلك في الشكل الثالث عشر هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا  
ان نبينه

كل زاوية مجسمة يحيط بها ثلث زوايا مسطحة





28

الف

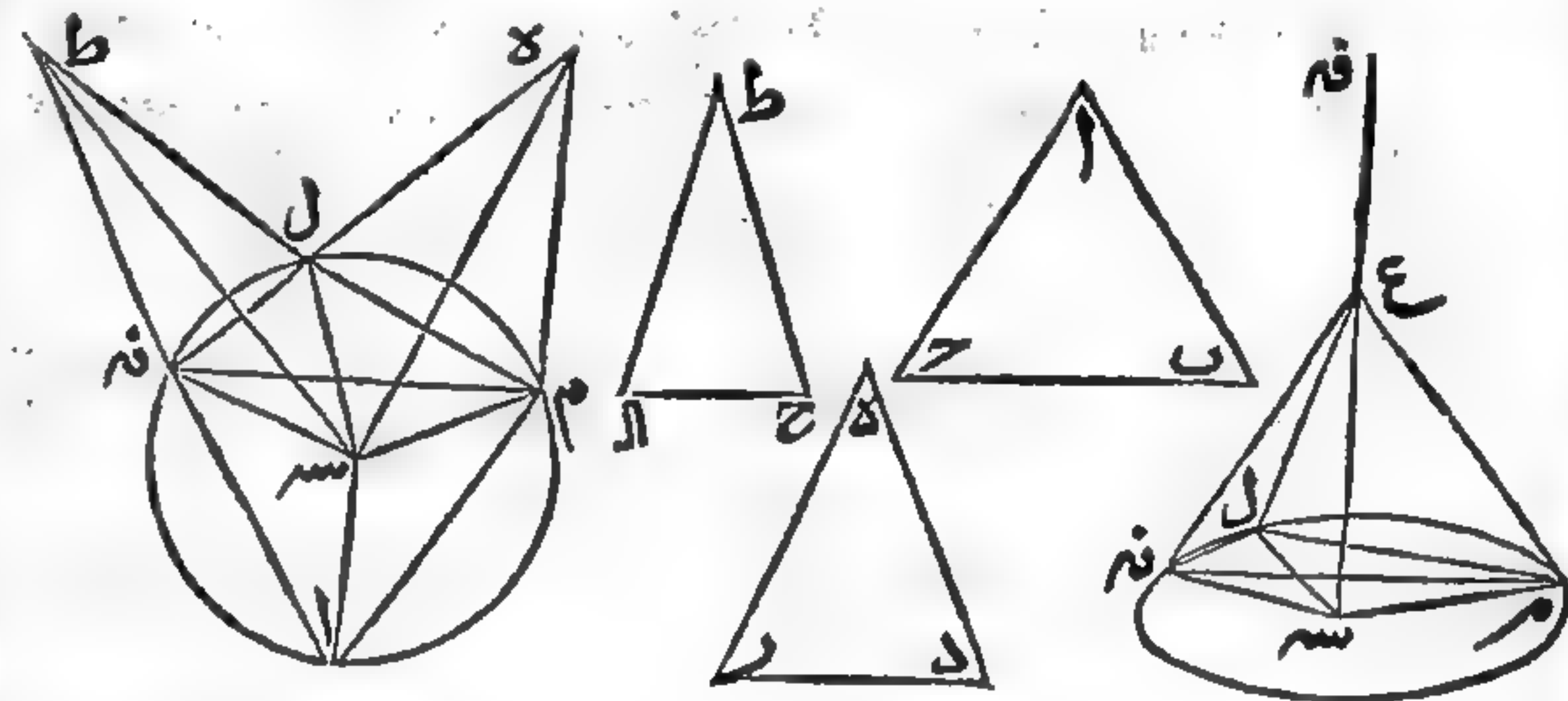
فلبيكن الزوايا الثلث التي اضلاعها متساوية هي زوايا  $\overline{ABC}$  و  $\overline{ACB}$  و  $\overline{BAC}$  و اوتارها خطوط  $\overline{AC}$  و  $\overline{AB}$  و  $\overline{BC}$  فاقول ان لما ان نرسم مثلثات ثلث خطوط متساوية لاوتار  $\overline{AC}$  و  $\overline{AB}$  و  $\overline{BC}$  برهانه فلان الزوايا الثلث اما ان تكون متساوية او ثنتان منها متساويتان فقط او كانت مختلفة اما ان كانت الزوايا كلها متساوية فنرسم علي نقطة  $B$  من ضلع  $\overline{AB}$  زاوية  $\overline{CBA}$  كزاوية







داخل المثلث ان كانت زواياه حواد او علي احد اضلاعه ان كانت  
واحدة من زواياه قائمة او خارجة عنه ان كانت منفرجة بالشكل  
الثلاثين من الثالثة ونصل بين نقطة س وكل واحدة من نقط ل م ن بخط  
مستقيم ويركب وتر ب د علي ضلع م ن ودر علي ل و ح د علي ل ن بحيث

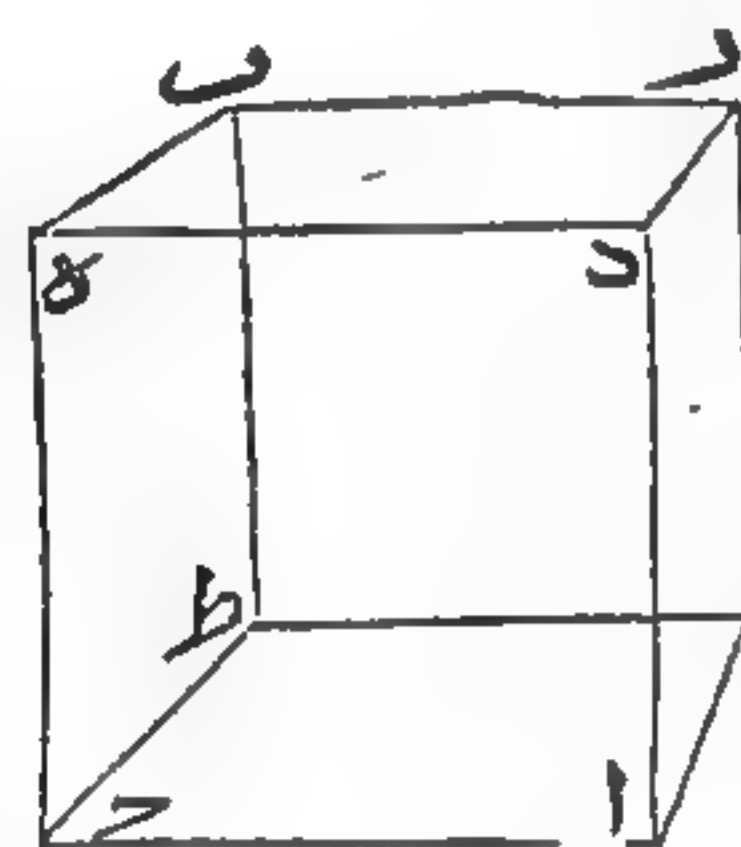


ينطبق سطوح الزوايا المذكورة على سطح دائرة لـ مـ نـ في خلاف جهة  
مركزها ونصل بينه وبين كل واحدة من نقطـ آـ طـ بخط مستقيم فكل  
واحد من اضلاع زوايا باح دهر ح طـ اعظم من نصف قطر دائرة لـ مـ نـ  
والا لكان مساويا له او اصغر فان مساويا كانت زاوية مـ آـ سـ تساوي  
زاوية مـ سـ آـ وزاوية نـ آـ سـ تساوي زاوية نـ سـ آـ بالشكل الخامس من  
الاولي فزاوية مـ آـ نـ تساوي زاوية مـ سـ نـ وبمثل هذا البيان تبين ان  
زاوية مـ هـ لـ تساوي زاوية مـ سـ لـ وزاوية لـ طـ نـ تساوي زاوية لـ سـ نـ  
والزوايا الثلاث التي عند المركز يعدل اربع قوايم باستبانة الشكل  
الخامس عشر من الاول فزوايا باح دهر ح طـ يعدل اربع قوايم  
والمفروض انها اقل منها هذا خلف وان كان اصغر يلزم ان تكون زاوية  
مـ آـ سـ اعظم من زاوية مـ سـ آـ وزاوية نـ آـ سـ اعظم من زاوية نـ سـ آـ بالشكل  
الثامن عشر من الاول فزاوية مـ آـ نـ اعظم من زاوية مـ سـ نـ ولذلك تبين ان  
زاوية مـ هـ لـ اعظم من زاوية مـ سـ لـ وزاوية لـ طـ نـ اعظم من زاوية لـ سـ نـ  
فتكون زوايا باح دهر ح طـ اعظم من اربع قوايم وفرضت انها اقل  
منها هذا خلف فكل من اضلاع زوايا باح دهر ح طـ اعظم من نصف  
قطر دائرة لـ مـ نـ فنخرج من مركز سـ على سطح دايـ رته عمود سـ فـ بالشكل  
الثاني عشر ونفصل منه حـ دـ تمام مربع نصف القطر من مربع احد  
الاضلاع المحبطة بزوايا باح دهر ح طـ وهو خط سـ عـ ونصل بين  
نقطة عـ وكل واحدة من نقط لـ مـ نـ بخط مستقيم فخطوط لـ عـ مـ عـ نـ عـ  
متساوية بالشكل السادس والاربعين من الاول لان كل واحدة من  
الزوايا التي يحيط بها احد انصاف الاقطار مع العمود قائمة وكل من  
خطوط لـ عـ مـ عـ نـ عـ مساو لكل من اضلاع زوايا باح دهر ح طـ المتساوية  
فزوايا

فزاويا مع عدم عمل نزع تساوي زوايا باحد ح ط اكل واحدة  
لنظيرها بالشكل الثامن من الاولي فقد رسمنا بزواوية مجسمة من ثلث  
زوايا مسطحة كل ثنتين منها اعظم من الباقية ومجموعها اقل من اربع  
قوايم وذلك ما اردنا ان نبين  $\text{و}$  واستبان منه ان مجموع كل الزاويتين  
المجاورتين الكائنتين فوق قاعدتين من قواعد ثلث زوايا كل ثنتين  
منها اعظم من الثالثة ومجموعها اقل من اربع قوايم اعظم من كل واحدة  
من زوايا مثلث معمول من القواعد المذكورة  $\text{و}$

كل مجسم يحيط به سطوح متوازية فان كل  
سطحين متقابلين منها متساويان متوازيا الاضلاع

لیکن مجسم آب یحیط به سطوح آرے ط آط ۛ راه حَب و آریوازی ط



واط و هـ و ا هـ ح ب فكل متقابلين منها  
تساويان ومتوازي الاضلاع برهانه  
فلان كل واحد من سطحي ا هـ ح ب فصل  
بسطحي ا ب هـ ط وبسطحي ا ط و هـ فخط ح ط  
يوازي ط ب و رب يوازي ح ط واحده و ا هـ  
حـه بالشكل السادس عشر فكل منها متوازي  
الاضلاع وبمثله تبين في بواقي السطوح ولان  
ح ر ح ط يوازيان ا ح ا د كل نظيره ويحيطان

بزاوية م ر ح ط آ د ولبنست الاضلاع المحيطة بهما في سطح واحد فهما  
متساويتان بالشكل العاشر و ضلع ح ط يساوي ضلع آ د و ح ر يوازي آ د  
بالشكل الرابع والثلاثين من الاولى فسطحا ه ح ب المتقابلان متساويان  
وهكذا تبين تساوي ساير المتقابلين السطوح المحيطة بالجسم وذلك ما  
اردنا ان نبين ✽ واستبان منه ان كل متقابلين مما ذكرناه متساويين ✽

كل مجسم يحيط به سطوح متوازية الاضلاع كل

مقابلین منها متوازیین فان کل سطح یفصله

مواز السطحین متقابلین منها فانہ یفصلہ الی

محکم دلائل سے مزین متنوع و منفرد موضوعات پر مشتمل مفت آن لائن مکتبہ







د ح د م ا و علي نقطة من احدهما او خارجا عنهما وان كل د م ا و علي خطي ح د م ا فلا يحتاج الي اخرج م ا و الي بيان في الكل ظاهر

لنا ان نعمل علي خط مفروض مجسما شبيها بمجسم

مفروض متوازي السطوح

فلينكن الخط المفروض ا ب والمجسم المفروض مجسم ح د فليكن علي نقطة ا م خط ا ب زاوية مجسمة كزاوية ح المجسمة بالشكل المتقدم وليكن زاوية ط ا ب كزاوية ح د و زاوية ط ا كزاوية ح د و زاوية ب ا كزاوية ح د

وخرج ونجعل

نسبة ح د ا الي ا ب

كنسبة ح د ا الي

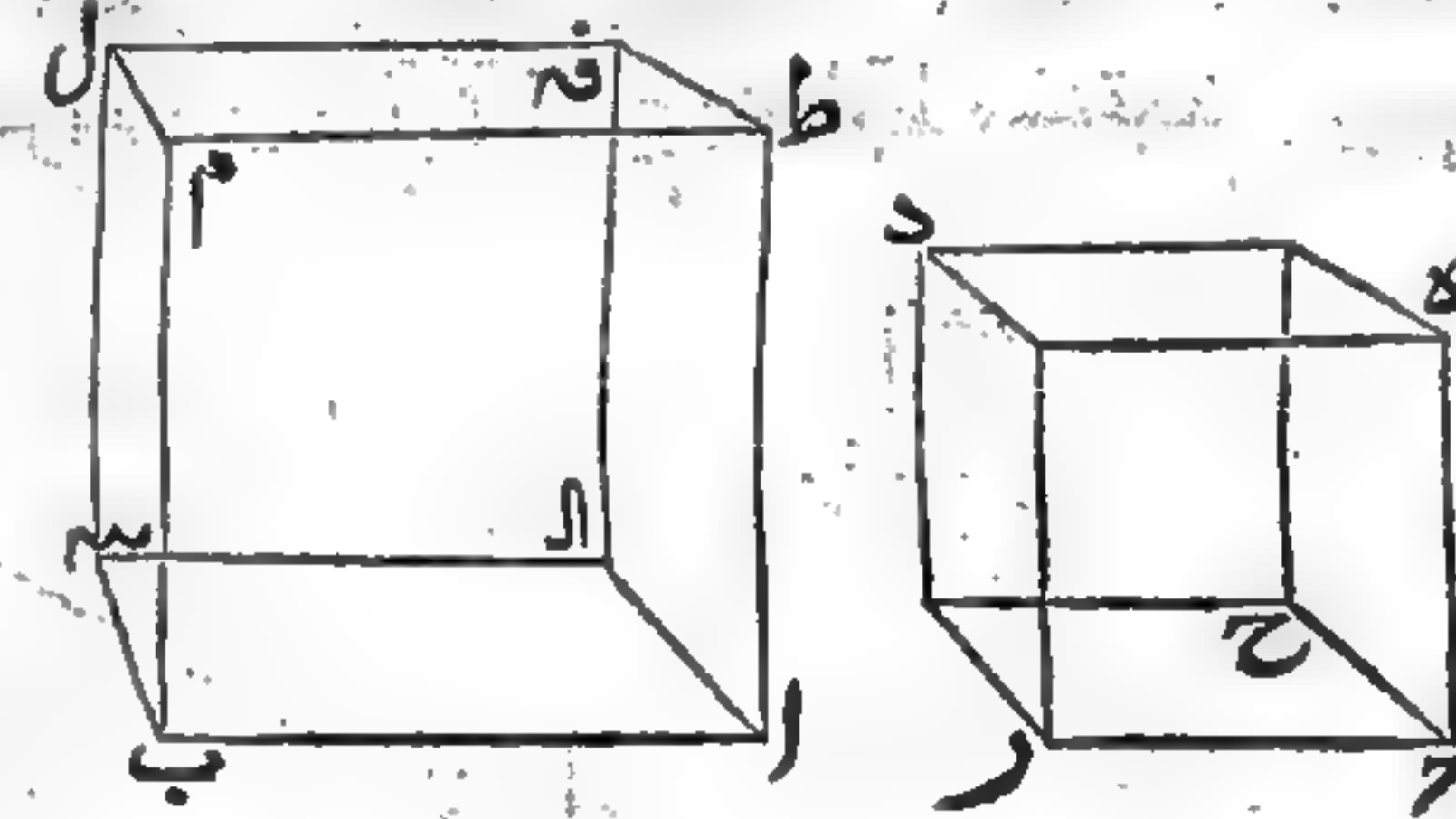
ا ب كنسبة ح د ا الي

ا ب بالشكل الحادي

عشر من السادس

ونخرج من نقطة ا

خطي ا ب ا ب



موازيين ومساويين لخطي ا ب ا ب بالشكل الواحد والثلاثين والثالث

من الاول ومن نقطتي ب م خطي ب م س د موازيين ومساويين لخطي

ا ب ا ب بالشكلين المذكورين ونصل ق ل ط م بخطين مستقيمين فهما

موازيان ومساويان لخطي ب ا ا ب ونصل ق ل م ب ب م بخطوط

مستقيمة فهما متوازيان ومساويان لخط ا ب بالشكل الثالث والثلاثين من

الاولي فالزوايا المتناظرة من السطوح المحيطة بمجسم ا ب متساوية

بالشكل العاشر وكل سطحين متقابلين منها متوازيان بالشكل الخامس عشر

فمجسم ا ب شبيه بمجسم ح د لان الزوايا المتناظرة من السطوح المحيطة

بهما متساوية والخطوط المحيطة بهما متناظرة علي التناظر وذلك ما

اردنا ان نبين

ين

كل مجسم متوازي السطوح المتوازية الاضلاع

يفصله سطح مارا بقطري سطحين متوازيين من

السطوح المحيطة به فانه ينصفه الي منشورين

لينكن مجسم ا ب فصل سطح ح د المار بقطر ح د و فاقول ان السطح الفاصل

يفصله الي منشورين برهانه فلان سطوح ا ب ا ب يساوي السطوح

المقابلة لها بالشكل الرابع والعشرين وكلا

من مثلثي ا ح د ح ط ه ومثلثي ح د ه ح د ه

المتساويين بالشكل الرابع والثلاثين من

الاولي يساويان نظيرتهما بالشكل الثامن

من الاول وسط ح د مشترك بين منشوري

ح د ا ح د ط ب فهما متساويان وقد بان

ان كل منشور يقسم مجسما متوازي السطوح

المحيطة به المتوازية الاضلاع وذلك

المنشور نصفه وذلك ما اردنا ان نبين

ين

كل المجسمات المتوازية السطوح المتوازية الاضلاع

الكائنة علي قاعدة واحدة في جهة واحدة وعلي خط

واحد وبارتفاع واحد فهي متساوية

اوية

ين

لينكن مجسما ب م ب م كائنين

علي قاعدة ا ب ح م فيمابين

خطي ح م ا ب وبارتفاع

واحد فاقول انهما متساويان

برهانه فلان كلا من خطي

ح م ط ر وخطي ا ب ا ب

يساويان خطي ا ب ا ب

المتساويين بالشكل الرابع

والثلاثين من الاول فكل من خطي ح م ط ر ا ب ا ب متساويان فاذا القينا

ط ه و ل م المشترك بين كل منهما يبق ح ط مساويا ل ه و ا ل م و خطوط

ا ح ا ب و ب ا و ب ل يساوي خطوط ح د و ح م ح د كل لنظيره بالشكل

الرابع والثلاثين من الاول فثلثا ا ح ط ا ب ل يساويان مثلثي ح د م ح د م

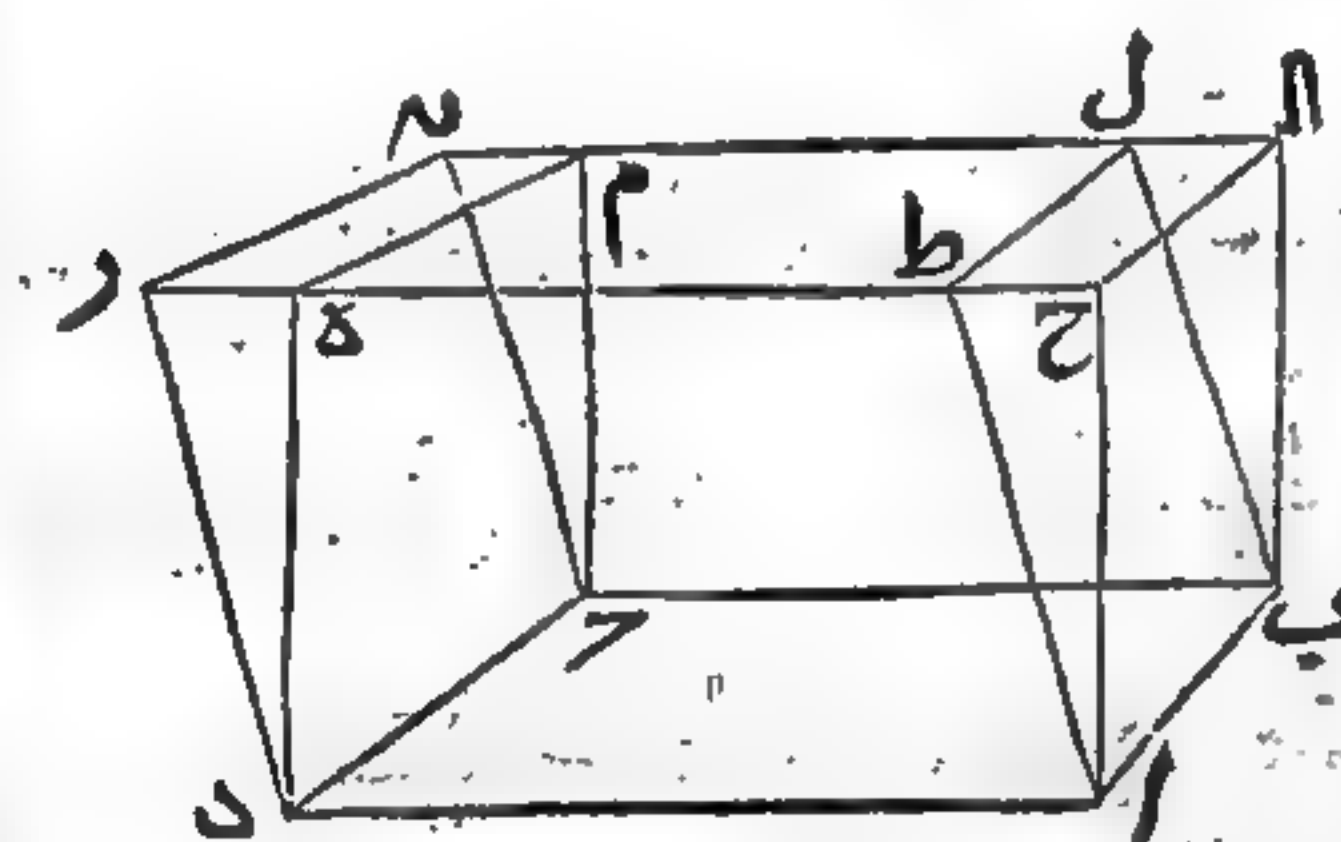
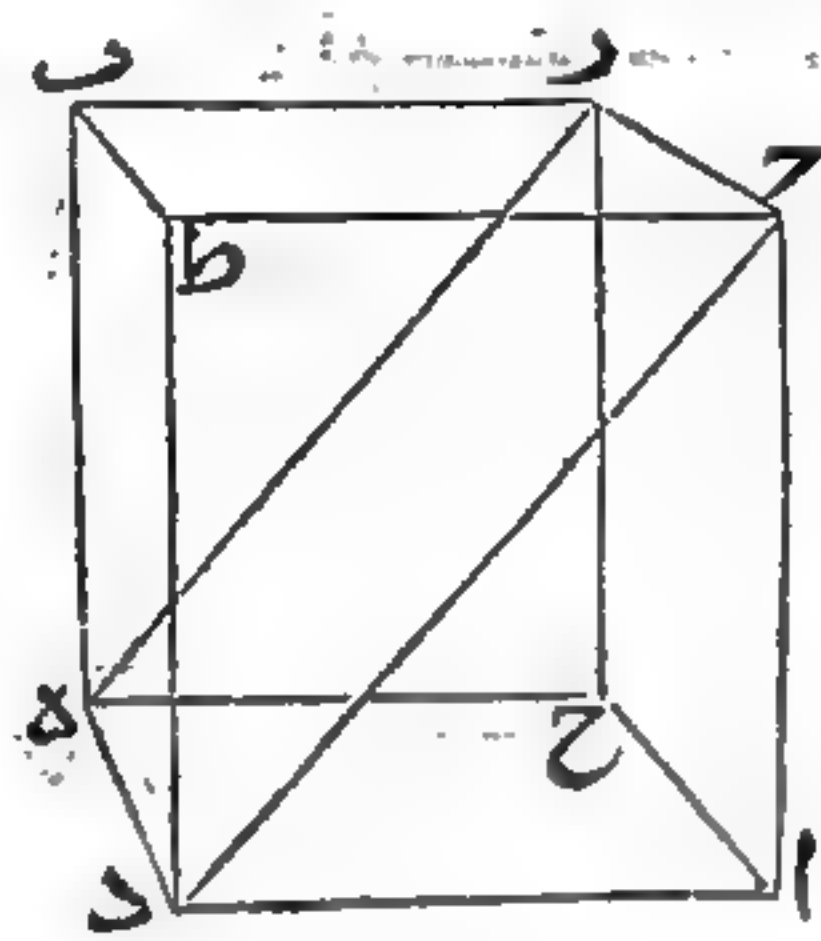
بالشكل الثامن من الاول ولان سطحي ح م ط ه يساويان سطح ب د بالشكل

الرابع والعشرين فهما متساويان فاذا القينا ط م منهما بقي ح ل مساويا

لهن وسطحي ب ح ب ط يساويان سطحي ح د ح د كل لنظيره بالشكل

الرابع والعشرين فالسطوح والمثلثات المحيطة بمنشور ب ط يساوي

السطوح والمثلثات المحيطة بمنشور ح م علي التناظر فهما متساويان







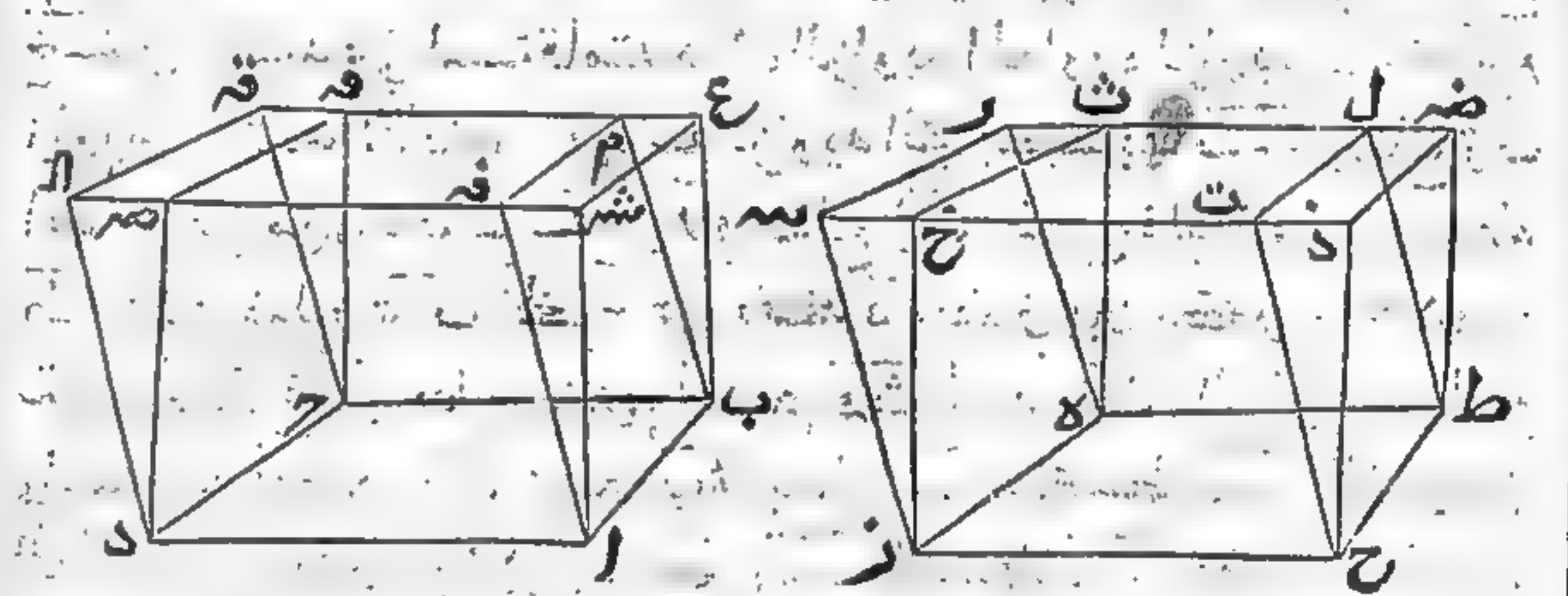






جميع المجسمات المتوازية السطوح المتوازية الاضلاع  
الكائنة على قواعد متساوية وبارتفاع واحد ليست  
الخطوط المرتفعة من نقط زوايا قواعدهما الى نقط  
زوايا السطوح المتقابلة لها قوائم على قواعدهما  
فهي متساوية

ليكن مجسما ب ا زل كائنين على قاعدتي ا ب ح د و ز ح ط و ارتفاعهما واحد  
وليس خطوط ا ب د ه و ز ح ط و مقابلاتها اعمدة على قاعدتي ب د ز ط  
فاقول انهما متساويان فتخرج من نقط قاعدتي ب د ز ط اعمدة ا ب ح د  
ح د ه و ز ح ط و على قاعدتي ب د ز ط الى ان ينتهي الى سطحي

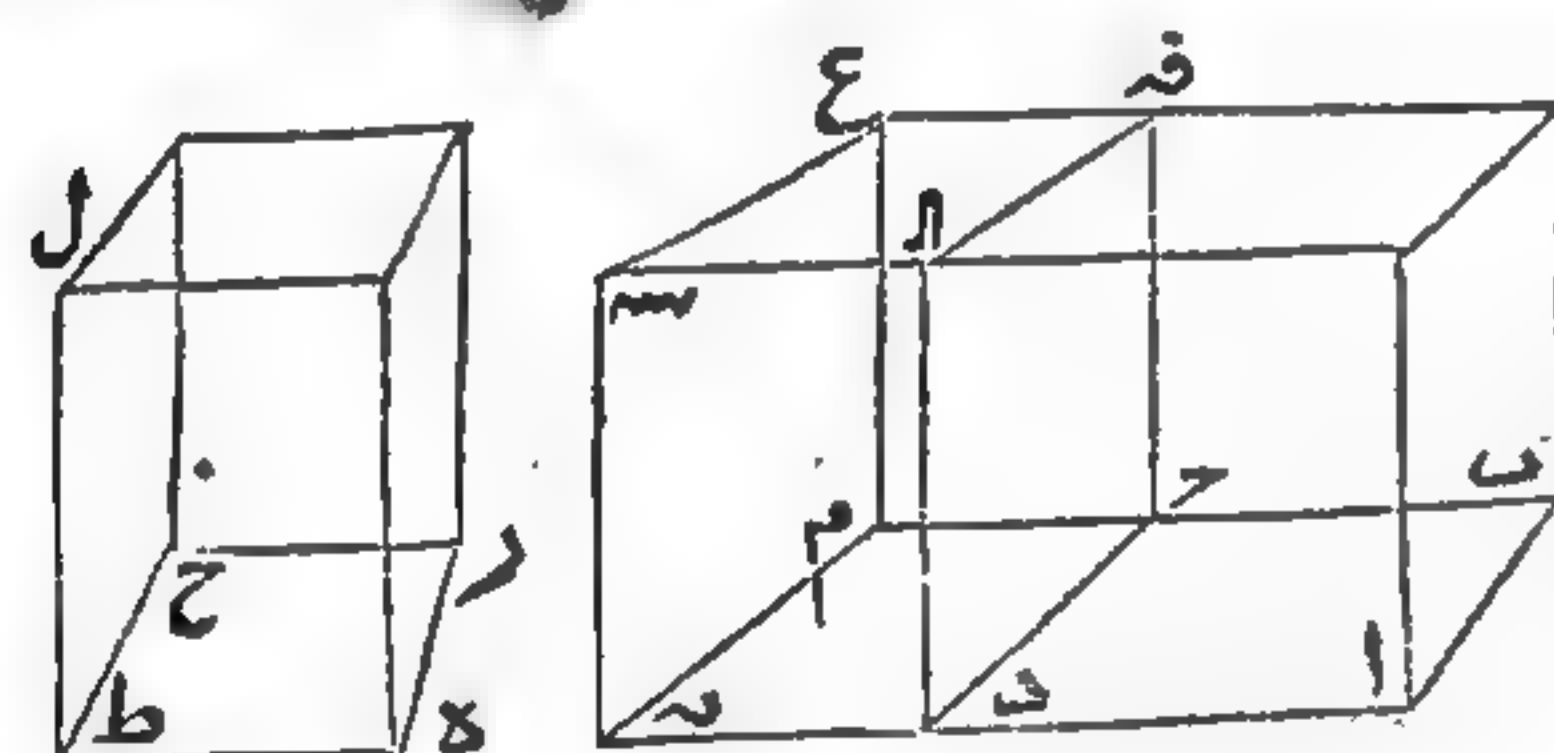


م ا س ل بنقط ش ع ف م ح د ه بالشكل الثاني عشر فالاعمة  
متوازية بالشكل السادس ونصل بين نهايات الاعمة بخطوط مستقيمة  
فيجدت مجسما ب ص م ح ف بالسطوح الحادثة من السطوح المحيطة بهما  
متوازية الاضلاع بالشكل السادس عشر فكل متقابلين من السطوح  
المحيطة بهما متوازية لتوازي اضلاعهما فمجسما ب ص م ح ف متساويان  
بالشكل المتقدم ولان كلا من مجسمي ب ص م ح ف و ب ا زل متوازي السطوح  
كائنين على قاعدة واحدة وبارتفاع واحد اما على خط واحد او ليس  
على خط واحد حسب ما يقتضيه وضع الشكل فهما متساويان باحد  
شكلي التاسع والعشرين والثلاثين فمجسم ب ا زل يساوي مجسم ب ص م ح ف وكان  
مجسم ب ص م ح ف متساويا لمجسم ز ح ط و فمجسم ب ا زل يساوي مجسم ز ح ط و وكان  
مجسم ب ا زل متساويا لمجسم ز ح ط و فمجسم ب ا زل متساويا لمجسم ز ح ط و كان  
اردنا ان نبين ان  
ولهذا

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان ضلع ب ع يمكن ان يقع بين ضلعي ن م  
ا ب او ينطبق على احدهما ويقع خارجا عنهما ولذلك في ضلع ن م

كل مجسمين متوازي السطوح المتوازية الاضلاع  
متساوي الارتفاعين فان نسبة احدهما الى الآخر  
كنسبة قاعدته الى قاعدة الآخر

ليكن مجسما ب ا زل متوازي السطوح المتوازية الاضلاع على قاعدتي  
ا ب ح د و ز ح ط و وبارتفاع واحد فاقول انهما متساويان فنعمل على خط  
ح د سطح ح د م ن كقاعدة ر ط بحيث يكون خطا د ن م على استقامة  
خطي ا د ب و باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي ونخرج من  
نقطتي م ن خطي ن ه م مع موازيين لضلعي د ا ح ف بالشكل الواحد  
والثلاثين من الاولي ونفصل منهما ن ه م مع مساويين لضلعي د ا ح ف  
بالشكل الثالث من الاولي ونصل ا ه م فح خطين مستقيمين فيحصل



مجسم ح م ن ارتفاعه  
كارتفاع مجسم ب ا زل  
وكان ارتفاع مجسم  
زل كارتفاع مجسم  
ب ا زل فارتفاع مجسم  
ح م ن كارتفاع مجسم  
زل فمجسما ح م ن

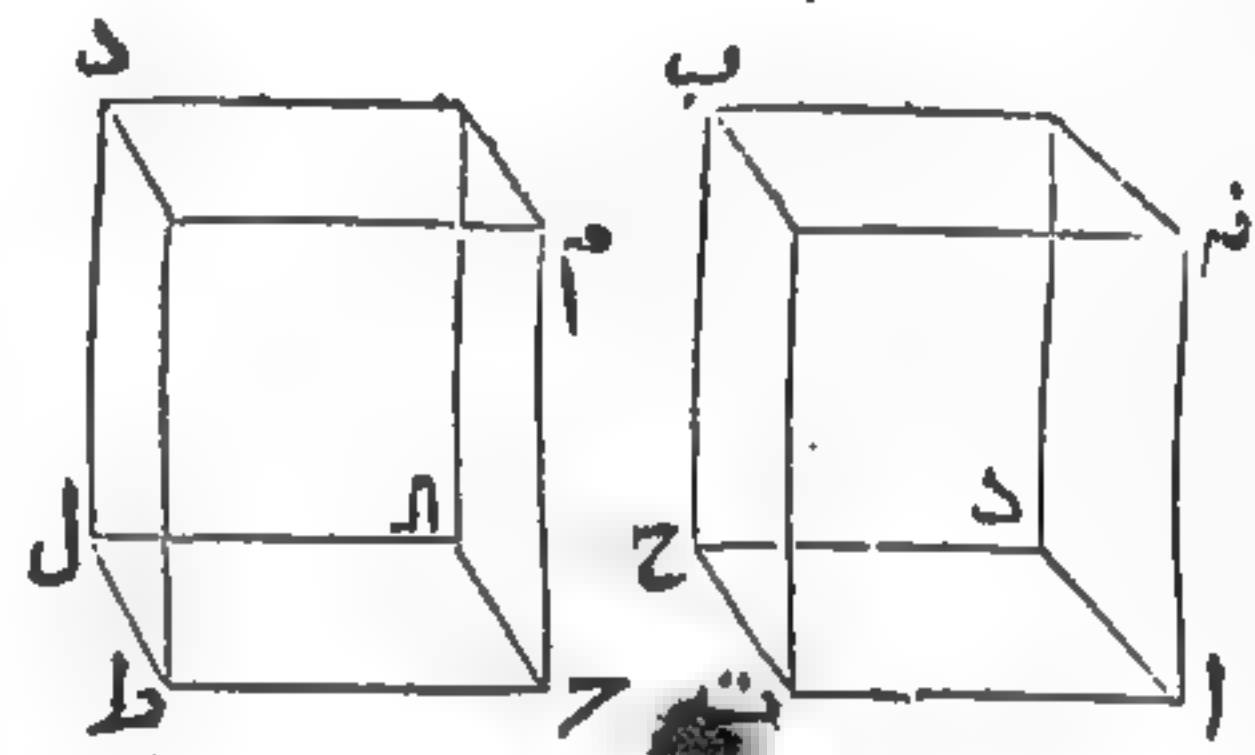
زل متوازي السطوح المتوازية الاضلاع وبارتفاع واحد فهما  
متساويان باحد شكلي الاحد والثلاثين والثاني والثلاثين ونسبة مجسم  
ب ا زل الى مجسم زل كنسبة مجسم ب ا زل الى مجسم ح م ن بالشكل السابع من  
الخامسة ونسبة قاعدة ب د الى قاعدة ح د كنسبة مجسم ب ا زل الى مجسم ح م ن  
بالشكل الخامس والعشرين فنسبة مجسم ب ا زل الى مجسم زل كنسبة قاعدة  
ب د الى قاعدة ح د بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة قاعدة ب د الى  
قاعدة ر ط كنسبة قاعدة ب د الى قاعدة ح د بالشكل السابع من  
الخامسة فنسبة مجسم ب ا زل الى مجسم زل كنسبة قاعدة ب د الى قاعدة  
ر ط بالشكل الحادي عشر من الخامسة وذلك ما اردنا ان نبين

لد

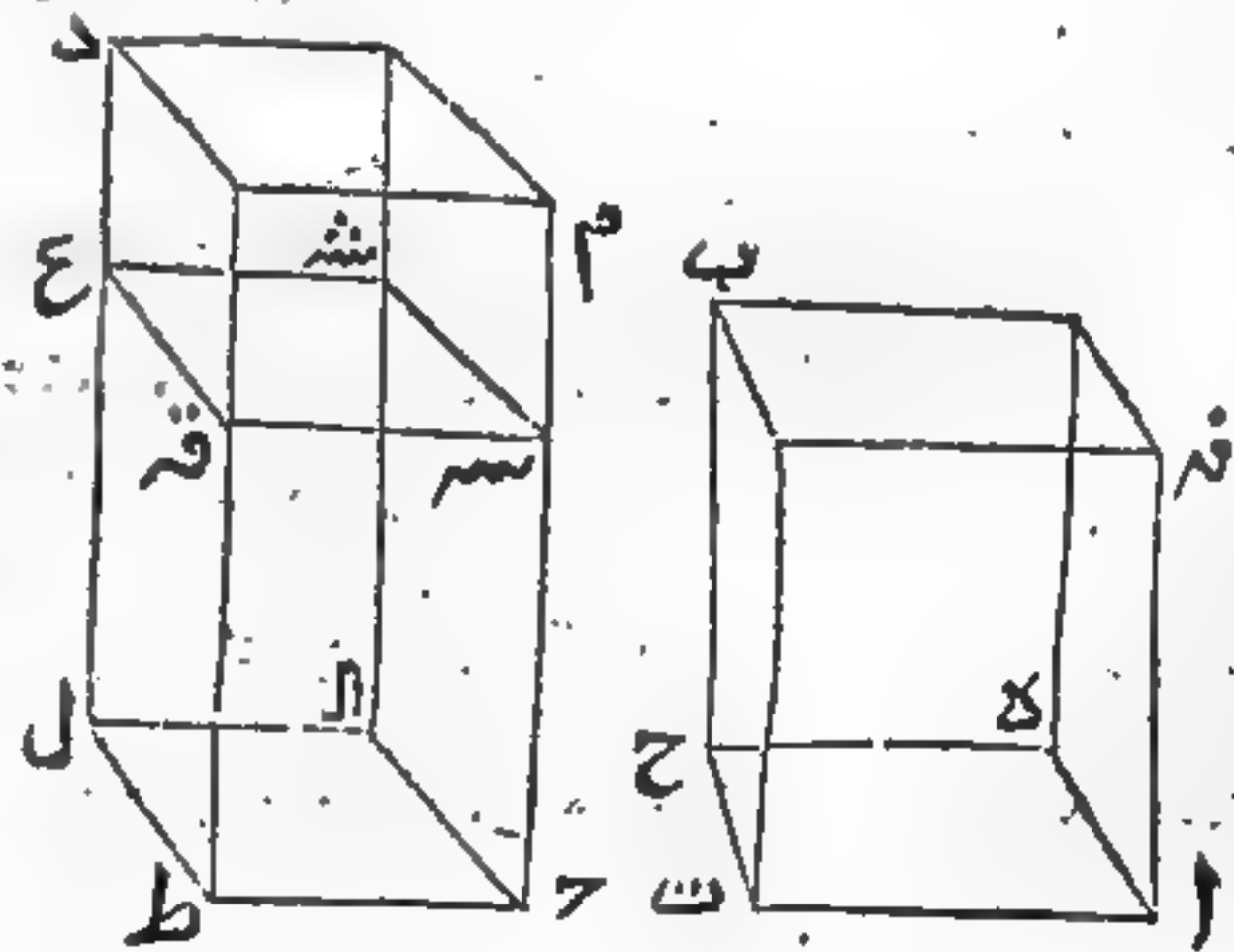


كل مجسمين متوازي السطوح المتوازية الاضلاع  
خطوط سمكها المرتفعة من نقط زوايا قاعدتيهما  
اعمدة عليهما فان كان متساويين كانت قاعدتاها  
مكافيتين لارتفاعيهما في النسبة وان كانت  
قاعدتاها مكافيتين لارتفاعيهما في النسبة كانا

## متساويين



ليكن مجسما  $أ ب$   $ج د$  متوازيي  
السطوح المتوازية الاضلاع  
وقاعدتاها  $أ ح$   $ج ط$   
وارتفاعها  $أ ب$   $ج د$  فاقول ان كان  
مجسما  $أ ب$   $ج د$  متساويين كانت  
نسبة قاعدة  $أ ح$  الى قاعدة  $ج ط$  كنسبة ارتفاع  $أ ب$  الى ارتفاع  $ج د$  وبالعكس  
برهانه فلان  $أ ب$   $ج د$  اما متساويان او غير متساويين فان كانا متساويين  
كانت نسبة مجسم  $أ ب$  الى مجسم  $ج د$  كنسبة قاعدة  $أ ح$  الى قاعدة  $ج ط$  بالشكل  
المتقدم فان كان المجسمان متساويين فالقاعدتان متساويان فنسبة قاعدة  
 $أ ح$  الى قاعدة  $ج ط$  كنسبة  $أ ب$  الى  $ج د$  بالتكافؤ وان كانت نسبة قاعدة  $أ ح$   
الى قاعدة  $ج ط$  كنسبة  $أ ب$  الى  $ج د$  بالتكافؤ فالقاعدتان متساويتان  
لتساوي الارتفاعين ونسبة القاعدتين كنسبة المجسمين بالشكل المتقدم  
فالمجسمان متساويان  $ب د$  وان كان الارتفاعان مختلفين وليكن الاطول  $ج د$



فنصل كل واحد من خطوط  
 $ج ه$   $ط ز$   $ل ع$   $س م$   $ش$   
لنخط  $أ ب$  بالشكل الثالث من  
الاولي ونصل بين نهاياتها  
بخطوط مستقيمة فيحصل  
مجسم  $ج ح$  فاضلاعه الحادثة  
متوازية بالشكل الثالث  
والثلثين من الاول فيسطح  $س ح$   
يوازي  $س ط$   $ح ل$  لتوازي  
اضلاعهما فمجسم  $ج ح$  متوازي السطوح المتوازية الاضلاع فمجسما  
 $أ ب$   $ج د$

$أ ب$   $ج د$  ان كانا متساويين جعلنا سطحي  $ط م$   $ط ه$  قاعدتين لمجسمي  $ج د$   
 $ج ح$  صارا باارتفاع واحد فلان نسبة قاعدة  $أ ح$  الى قاعدة  $ج ط$  كنسبة  
مجسم  $أ ب$  الى مجسم  $ج ح$  بالشكل المتقدم ونسبة مجسم  $ج د$  الى مجسم  $ج ح$   
كنسبة قاعدة  $ط م$  الى قاعدة  $ط ه$  بالشكل المتقدم فبالشكل الحادي  
عشر من الخامسة نسبة قاعدة  $أ ح$  الى قاعدة  $ج ط$  كنسبة قاعدة  $ط م$  الى  
قاعدة  $ط ه$  ونسبة  $ج م$  الى  $ج ه$  كنسبة قاعدة  $ط م$  الى قاعدة  $ط ه$  بالشكل  
الاول من السادسة فنسبة قاعدة  $أ ح$  الى قاعدة  $ج ط$  كنسبة  $ج م$  الى  $ج ه$   
بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة  $ج م$  الى  $ج ه$  كنسبة  $ج م$  الى  $ج ه$   
بالشكل السابع من الخامسة فنسبة قاعدة  $أ ح$  الى قاعدة  $ج ط$  كنسبة  
ارتفاع  $ج م$  الى ارتفاع  $ج ه$  بالتكافؤ بالشكل الحادي عشر من الخامسة  
وان كانت نسبة قاعدة  $أ ح$  الى قاعدة  $ج ط$  كنسبة ارتفاع  $ج م$  الى ارتفاع  
 $ج ه$  فلان نسبة مجسم  $أ ب$  الى مجسم  $ج ح$  كنسبة قاعدة  $أ ح$  الى قاعدة  $ج ط$   
بالشكل المتقدم وكانت نسبة  $ج م$  الى  $ج ه$  كنسبة قاعدة  $أ ح$  الى قاعدة  $ج ط$   
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم  $أ ب$  الى مجسم  $ج ح$  كنسبة  
 $ج م$  الى  $ج ه$  ونسبة  $ج م$  الى  $ج ه$  كنسبة  $ج م$  الى  $ج ه$  بالشكل السابع من  
الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم  $أ ب$  الى مجسم  
 $ج ح$  كنسبة  $ج م$  الى  $ج ه$  ونسبة قاعدة  $ط م$  الى قاعدة  $ط ه$  كنسبة  
 $ج م$  الى  $ج ه$  بالشكل الاول من السادسة فنسبة مجسم  $أ ب$  الى مجسم  $ج ح$   
كنسبة قاعدة  $ط م$  الى قاعدة  $ط ه$  بالشكل الحادي عشر من الخامسة  
ونسبة مجسم  $ج د$  الى مجسم  $ج ح$  كنسبة قاعدة  $ط م$  الى قاعدة  $ط ه$  بالشكل  
المتقدم فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم  $أ ب$  الى مجسم  $ج ح$  كنسبة  
مجسم  $ج د$  الى مجسم  $ج ح$  فبالشكل التاسع من الخامسة مجسم  $ج د$  يساوي  
مجسم  $أ ب$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  $ب د$

كل مجسمين متوازيين والمتوازية الاضلاع خطوط  
سمكها المرتفعة من نقط زوايا قاعدتيهما ليست  
اعمدة عليهما فان كانا متساويين كانت قاعدتاها  
متكافيتين لارتفاعيهما في النسبة وان كانت  
قاعدتاها متكافيتين لارتفاعيهما في النسبة كانا  
متساويين







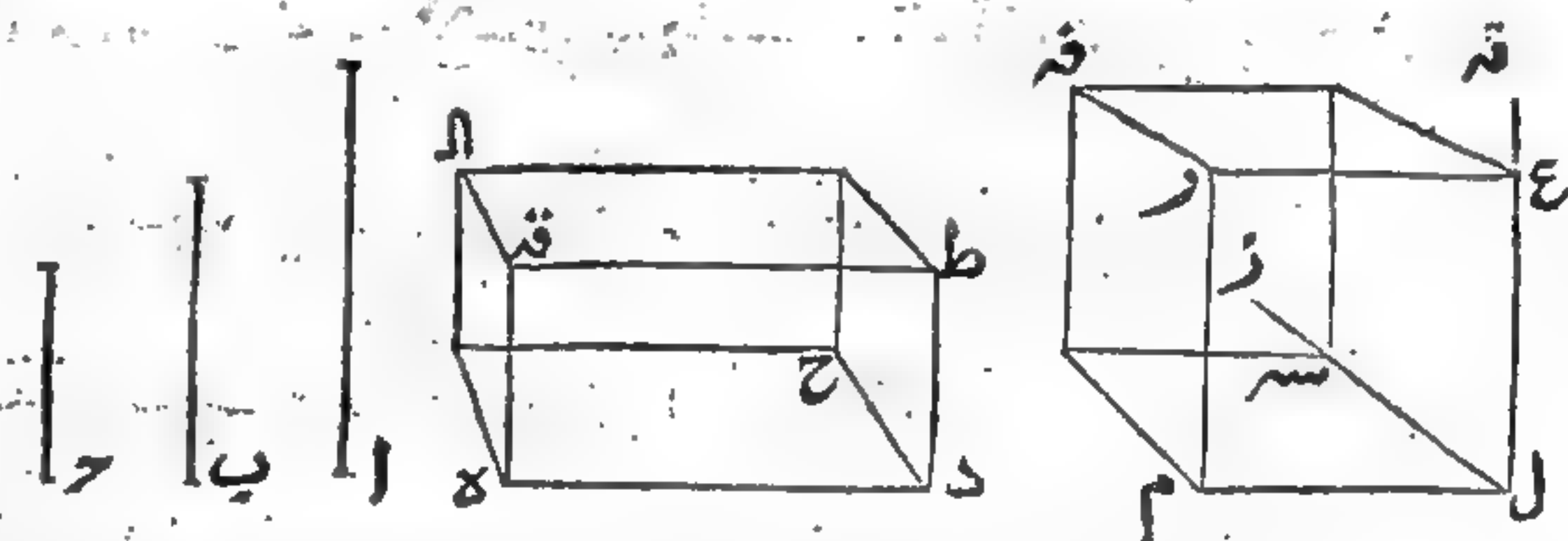








آ إلى ب ونسبة آ إلى ب كنسبة آ إلى ل م بالشكل السابع من الخامسة  
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دة إلى ل م كنسبة آ إلى ل ب  
ونسبة ب إلى ح كنسبة آ إلى ب فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة  
ح إلى ل م كنسبة ب إلى ح ونسبة ل ع إلى د ط كنسبة ب إلى د ط ونسبة  
ب إلى ح كنسبة ب إلى د ط بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي  
عشر من الخامسة نسبة ل ع إلى د ط كنسبة ب إلى ح إلى د ط فبهذا الشكل



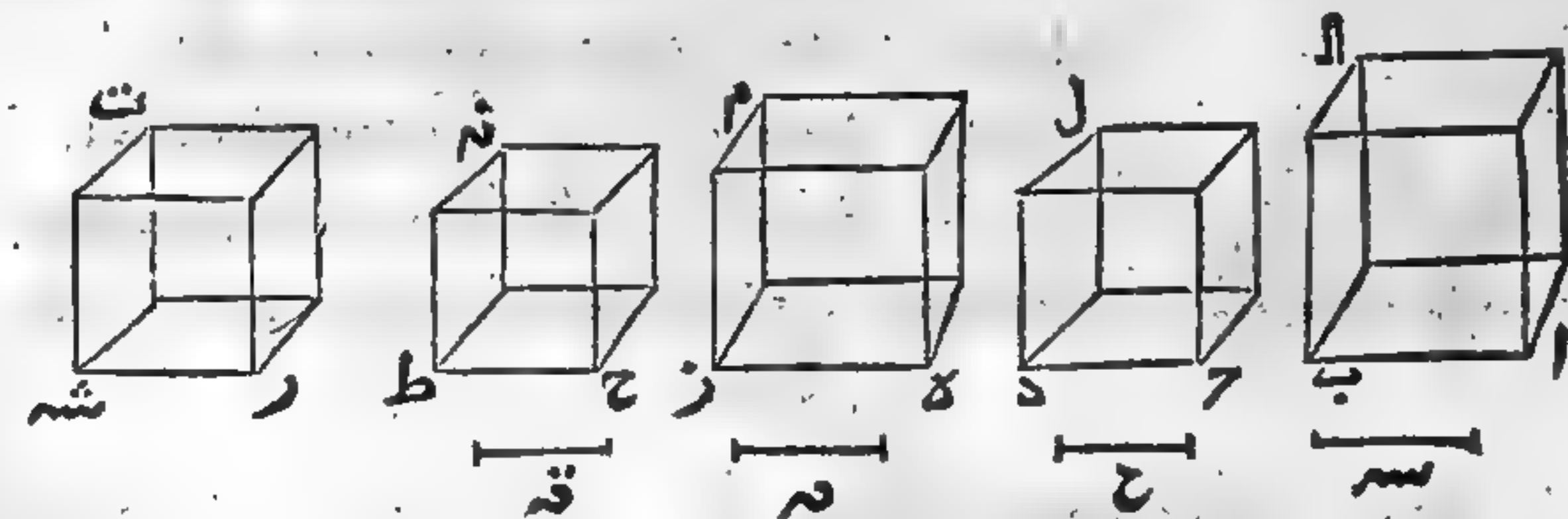
بعينه نسبة دة إلى ل م كنسبة ل ع إلى د ط وزاوية م ل ع كزاوية د ط  
فقاعدة دة كقاعدة ل م بالشكل الرابع من السادسة والشكل الرابع  
والثلاثين من الأولى بعد إخراج قطري م ع طه ولان مجسمي دة ل ق  
متوازيي السطوح المحيطة بهما لتوازي أضلاعهما وضلع د ح ل م  
متساويان وجعلناهما سمكهما فيكون ارتفاعهما بقدر واحد بالشكل  
المتقدم فنسبة قاعدة ل م إلى قاعدة دة كنسبة ارتفاع مجسم دة إلى  
ارتفاع مجسم ل ق على التكافؤ فالمجسمان متساويان باحد شكلي الرابع  
والثلاثين والثامن والثلاثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ل ط

اذا كانت خطوط كم كانت وعملت عليها مجسمات  
متوازية الاضلاع متشابهة على حلقه واحدة فإن  
كانت الخطوط متناسبة كانت المجسمات متناسبة  
وان كانت المجسمات متناسبة كانت الخطوط  
متناسبة

لتكن آ ب ح د ع ح ط اربعة خطوط وعملت عليها مجسمات آ ل ح م  
ح ح متوازية السطوح المحيطة بها ومتشابهة كلها على حلقه واحدة  
بالشكل السابع والعشرين فاقول ان كانت نسبة آ إلى ح كنسبة د  
إلى ح ط

إلى ح ط كانت نسبة مجسم آ إلى مجسم ح كنسبة مجسم د إلى مجسم  
ح وبالعكس برهانه ولنجد لخطي آ ب ح د ثالثا ورابعا في النسبة



وهما س ع ولخطي د ح ط كذلك وهما خطا قه بالشكل العاشر والحادي  
عشر من السادسة فنسبة آ ب إلى ح كنسبة د ر إلى ح ط ونسبة د ر إلى س  
كنسبة ح ط إلى ق ونسبة س إلى ع كنسبة ق إلى د فبالمساوات المنتظمة  
نسبة آ ب إلى ع كنسبة د ر إلى ق بالشكل الثالث والعشرين من الخامسة  
ونسبة مجسم آ إلى مجسم ح كنسبة آ ب إلى ح د مثلية بالتكرير بالشكل  
السادس والثلاثين ونسبة آ ب إلى ع كنسبة آ ب إلى ح د مثلية بالتكرير  
فنسبة مجسم آ إلى مجسم ح كنسبة آ ب إلى ع بالشكل الحادي عشر من  
الخامسة ونسبة د ر إلى ق كنسبة آ ب إلى ع فنسبة مجسم آ إلى مجسم ح  
كنسبة د ر إلى ق بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مجسم د إلى  
مجسم ح كنسبة د ر إلى ح ط مثلية بالتكرير بالشكل السادس والثلاثين  
ونسبة د ر إلى ق كنسبة د ر إلى ح ط مثلية بالتكرير فنسبة مجسم د إلى  
مجسم ح كنسبة د ر إلى ق بالشكل الحادي عشر من الخامسة وكانت  
نسبة مجسم آ إلى مجسم ح كنسبة د ر إلى ق فبالشكل الحادي عشر من  
الخامسة نسبة مجسم آ إلى مجسم ح كنسبة مجسم د إلى مجسم ح  
وان كانت نسبة مجسم آ إلى مجسم ح كنسبة مجسم د إلى مجسم ح  
فنسبة آ ب إلى ح كنسبة د ر إلى ح ط والا لكان نسبة آ ب إلى ح كنسبة  
د ر إلى ح ط ونعمل عليه مجسم ر ت شبيهها بمجسم ح ت بالشكل  
السابع والعشرين فيكون شبيهها بمجسم د لان السطوح المحيطة بمجسم  
د ت شبيهة بالسطوح المحيطة بمجسم ح ت النظر للنظير والسطوح المحيطة  
بمجسم ر ت شبيهة بالسطوح المحيطة بمجسم ح ت النظر للنظير  
فالسطوح المحيطة بمجسم د ت شبيهة بالسطوح المحيطة بمجسم ر ت  
النظر للنظير بالشكل الثامن عشر من السادسة فمجموع ر ت شبيه مجسم  
د ت فنسبة مجسم د إلى مجسم ح كنسبة مجسم آ إلى مجسم ح كما  
تقدم في هذا الشكل وكانت نسبة مجسم د إلى مجسم ح كنسبة مجسم  
آ إلى مجسم ح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم د إلى  
مجسم ح كنسبة مجسم ر ت ونسبة د ر إلى ح ط مثلية كنسبة مجسم

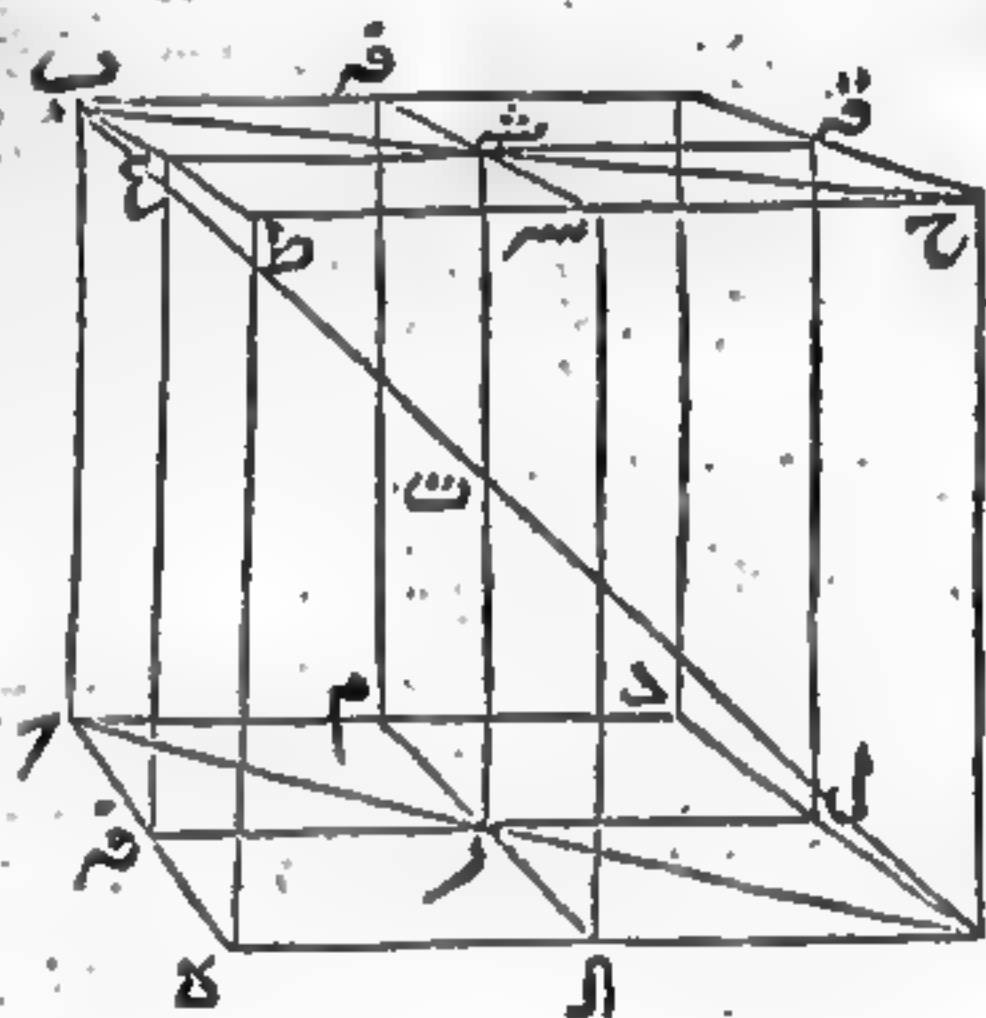


ثم إلى مجسم حته بالشكل السادس والثلاثين فنسبة حته إلى حط مثلثة كنسبة مجسم حته إلى مجسم رته بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة حته إلى رته مثلثة كنسبة مجسم حته إلى مجسم رته فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة حته إلى حط كنسبته إلى رته وكانت نسبة آب إلى حده كنسبة حته إلى رته فنسبة آب إلى حده كنسبة حته إلى رته بالشكل الحادي عشر من الخامسة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل مكعب يفصله سطحان ويمر كل منهما

بانصاف اضلاع سطحين متقابلين من السطوح المحيطة به فان الفصل المشترك بين السطحين وقطر

المكعب يتناصفان



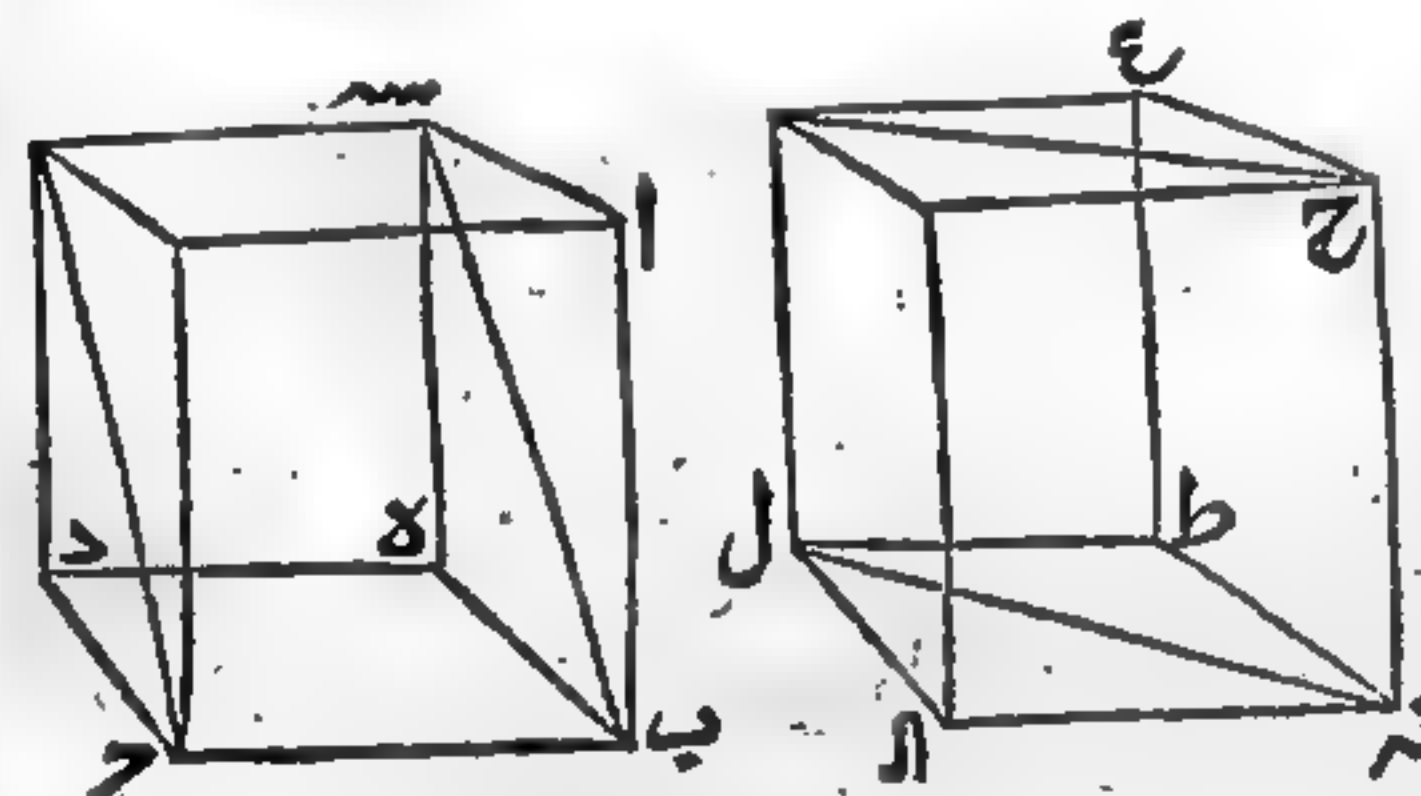
ليكن المكعب آب والسطحان المتقابلان من السطوح المحيطة به سطحي آ ب ج وقسمت اضلاعهما على نقط ا ل م ن ه ق ف ه ق وفصل المكعب بسطحي ا ه ل ع فبنقاطهما على نقطتي م ر ه وتصل م ر ه آ ب بخطين مستقيمين فاقول ان كل واحد من

خطي آ ب ر ه ينصف الآخر على نقطة وهي نقطة ت برهانه ليكن الفصل المشترك بين السطحين المتقاطعين والمتقابلين خطوط ا م ل ن ه ق ه وهي مستقيمة بالشكل الثالث ونصل آ ر ح ب ه س ه بخطوط مستقيمة فلان السطوح المحيطة بالمكعب متوازية الاضلاع فالاضلاع المتقابلة من كل سطح منها متساوية بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي فانصافها ايضا متساوية فلان آ د يوازي ح ه فزاويتي آ ل م ر ه المتقابلتان متساويتان بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وضلي آ ل ركضلي حته فزاوية آ ر ل كزاوية ح ر ه بالشكل الرابع من الاولي ولان زاويتي آ ر ه آ ر ل كزاويتي بالشكل الثالث عشر من الاولي ونجعل زاوية آ ر ه مشتركة بين زاويتي آ ر ل ح ر ه فتكون زاويتي آ ر ه آ ر ل كزاويتي آ ر ل ح ر ه معا فزاويتي آ ر ه آ ر ل كزاويتي آ ر ه ح ر ه كزاويتي بالشكل الرابع عشر من الاولي وبمثلته تبين ان خطي ب ه ح ه احدهما على استقامة الآخر وخطا ب ح آ يوازيان خط

خط ه ط بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي وليست الخطوط الثلاثة في سطح واحد فخطا آ ب ح متوازيان ومتساويان بالشكل التاسع فخطا آ ب ح متساويان ومتوازيان بالشكل الثالث والثلاثين من الاولي فخطا آ ب ه متساويان وخطا آ ب م ر ه كايان في سطح آ ب ح بالشكل السابع فقطر آ ب يقطع خط ر ه ه فليقطعه على نقطة ت فلان زاويتي ا ت م ر ه متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاولي وزاوية ا م ر كزاوية ب ه ت بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وضيع آ ر كضلع ب ه فبالشكل السادس والعشرين من الاولي ضلع آ ت كضلع ب ت وضيع ر ت كضلع ت ه وذلك ما اردنا ان نبين

كل منشورين ارتفاعهما بقدر واحد وقاعدة احدهما مثلث وقاعدة الآخر سطح متوازي الاضلاع ضعف ذلك المثلث فهما متساويان

ليكن آ ب ح منشورا قاعدته سطح ح ه المتوازي الاضلاع وح نه ال ط منشورا اخر قاعدته مثلث نه ال وسطح ح ه ضعف مثلث نه ال وارتفاعهما بقدر واحد فاقول ان المنشورين متساويان برهانه نتمم مجسمي آ ع ح ه كما بينا



في الشكل السادس والثلاثين فلان متوازي الاضلاع ط ه ضعف مثلث نه ال بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي وكان سطح ب د ضعف مثلث نه ال فقاعدتا ب د ط ه متساويتان فمجسمي آ ع ح ه على قاعدتين متساويتين وبارتفاع واحد فهما متساويان بالشكل الواحد والثلاثين والثاني والثلاثين والمنشوران نصف المجسمين بالشكل الثامن والعشرين فهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبين

تمت المقالة الحادية عشر والحمد لله المساعد

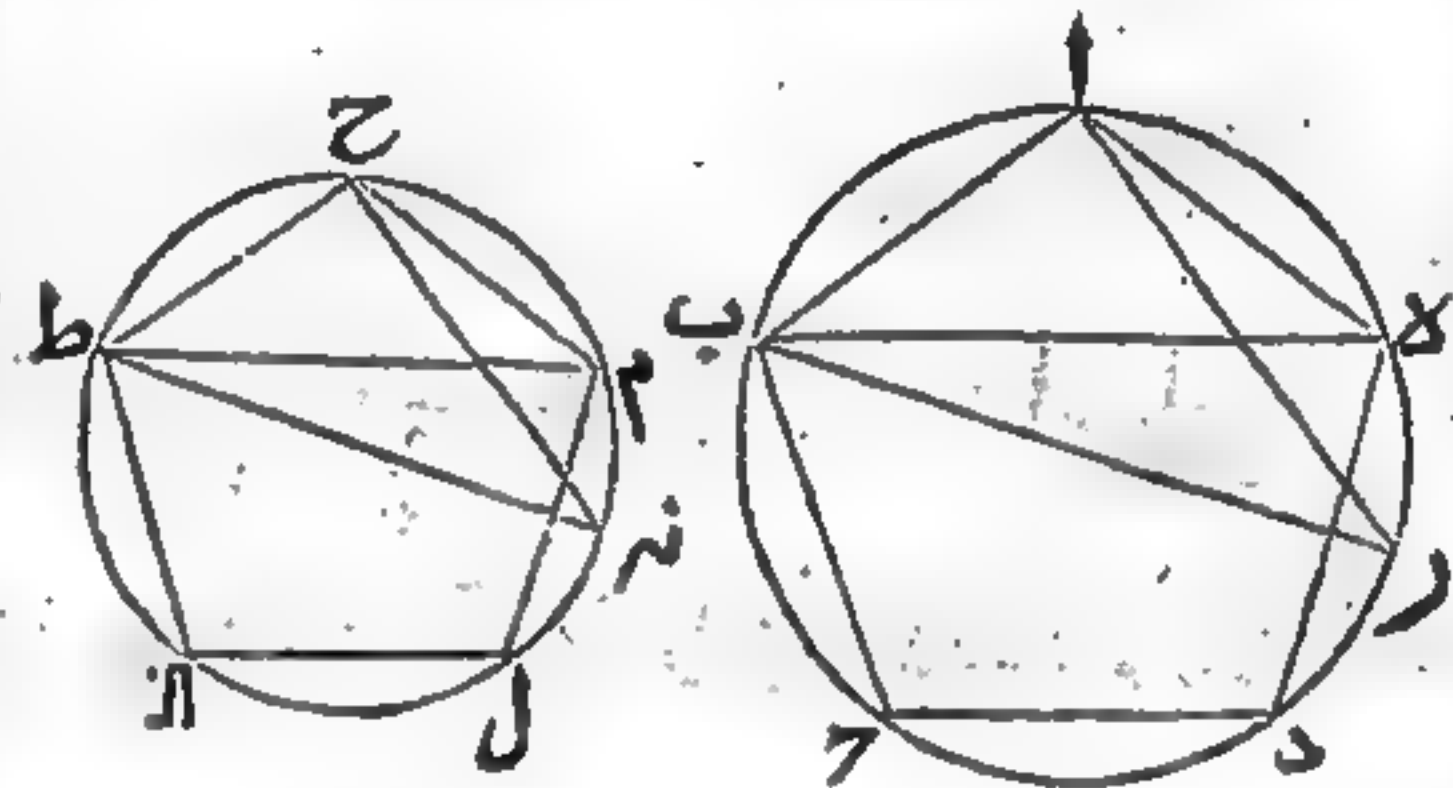


# المقالة الثانية عشرة في كل

كل سطحين كثيري الاضلاع والزوايا المتشابهين الواقعين في دايرتين فان نسبة احد السطحين الى الآخر كنسبة مربع قطر دايرته الى مربع قطر

الدايرة الاخرى

ليكن سطحاً ا ب ح د ه  
ح ط الم كثير الاضلاع  
والزوايا المتشابهان في  
دايرتين قطرهما ب ر  
ط ن فاقول ان نسبة سطح



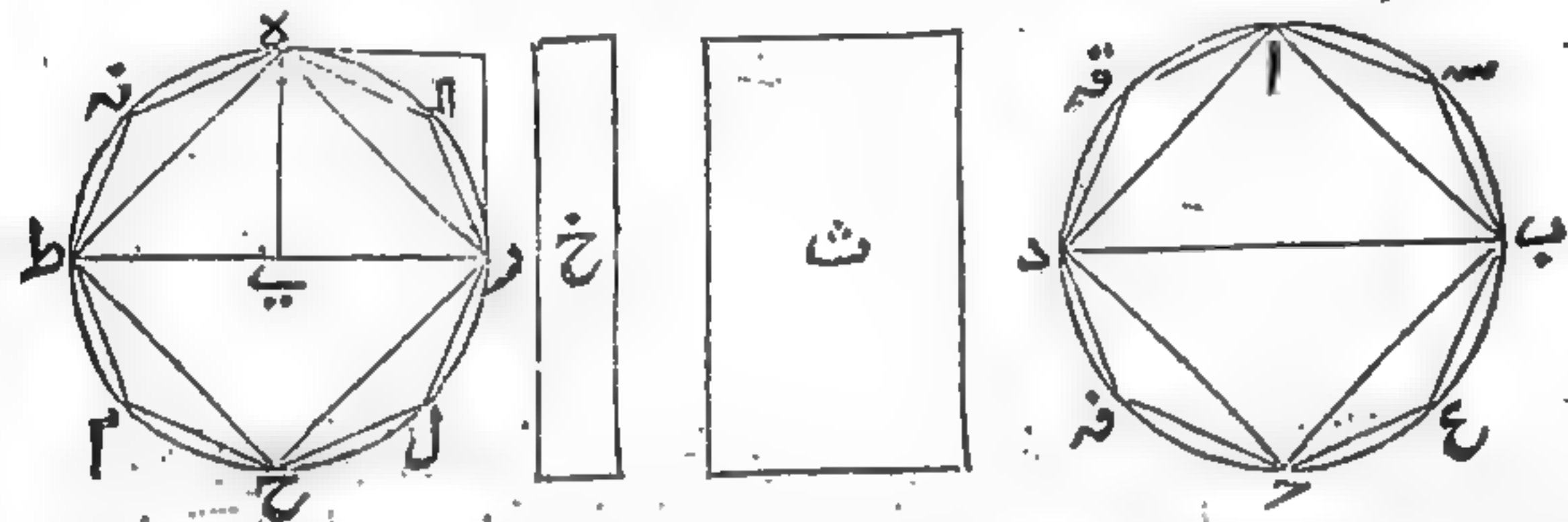
اد الى سطح حل كنسبة مربع قطر ب ر الى مربع قطر ط ن برهانه فصل  
ا ر ب ه ح ن ط م بخطوط مستقيمة فلان نسبة ا ب الى ح ط كنسبة ا ه الى  
ح م وزاوية با ه كزاوية ط ح م فزاوية ا ه ب كزاوية ح م ط بالشكل  
العشرين من الثالثة فزاوية ا ب كزاوية ا ه ب وزاوية ح ن ط كزاوية  
ح م ط بالشكل العشرين من الثالثة فزاوية ا م ب كزاوية ح ن ط وكل  
من زاويتي ب ا ر ط ح ن قائمة بالشكل الثاني والثلاثين من الاول فثلث ا ب ر  
شبيه بثلث ط ح ن بالشكل الرابع من السادسة فنسبة ب ر الى ط ن  
كنسبة ا ب الى ح ط فنسبة ب ر الى ط ن مثناة كنسبة ا ب الى ح ط  
مثناة ونسبة سطح ا د الى سطح حل كنسبة ا ب الى ح ط مثناة بالشكل التاسع  
عشر من السادسة فنسبة سطح ا د الى سطح حل كنسبة ب ر الى ط ن مثناة  
بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مربع ب ر الى مربع ط ن كنسبة  
ب ر الى ط ن مثناة بالشكل التاسع عشر من السادسة فبالشكل الحادي  
عشر من الخامسة نسبة سطح ا د الى سطح حل كنسبة مربع ب ر الى مربع  
ط ن قطر ي الدائرتين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ب

كل

كل دايرتين نسبة مربعي قطريهما كنسبتهما  
النظير من النظير

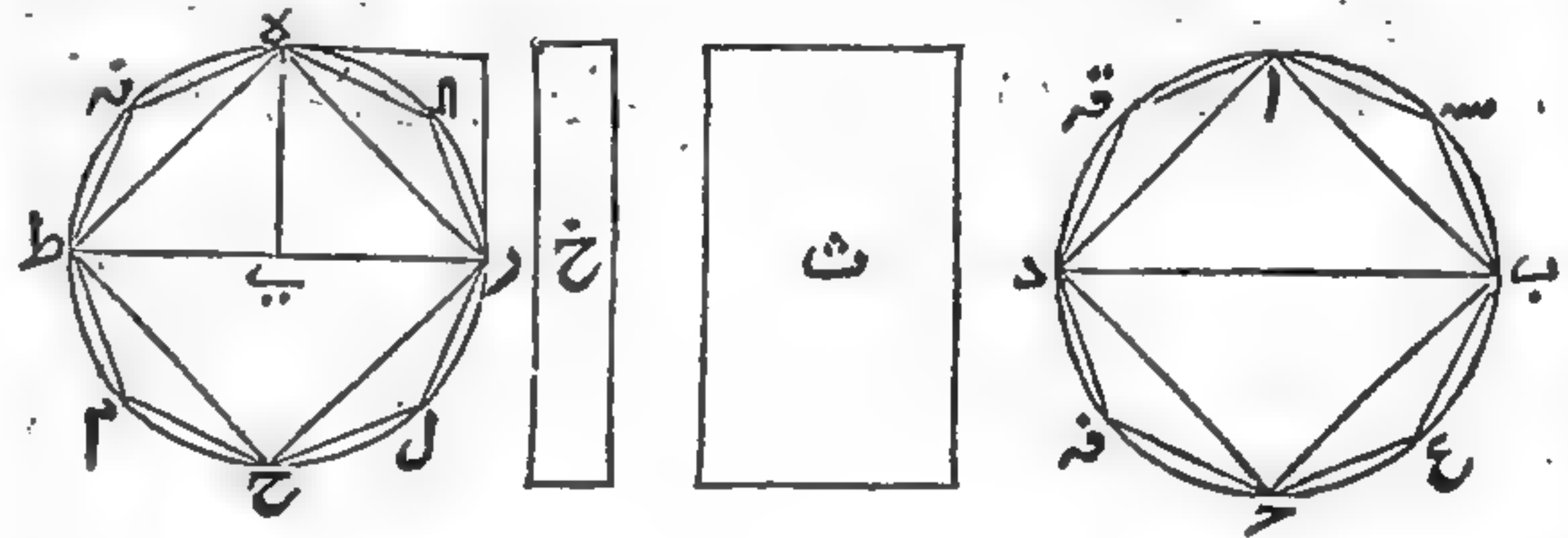
ليكن ب د قطر دايرة ا ب ج د و ر ط قطر دايرة ه ح ط فاقول ان نسبة  
مربع قطر ب د الى مربع قطر ر ط كنسبة دايرة ا ب ج د الى دايرة ه ح ط برهانه  
والا لكانت نسبة مربع قطر ب د الى مربع قطر ر ط كنسبة دايرة ا ب ج د الى  
سطح اصغر من دايرة ه ح ط او اعظم منها وليكن اولا الى سطح هو اصغر من



دايرة ه ح وليكن هو سطح ت وليكن سطح خ كفضل دايرة ه ح على سطح ت  
ولترسم في دايرة ه ح مربع ه ح ط بالشكل السادس من الرابعة فسطح  
ه ح ط اعظم من نصف دايرة ه ح فننصف قطر ر ط بالشكل العاشر  
من الاول على نقطة ز ونخرج من نقطتي ر ز عمودي ز ه ر ش على قطر  
ر ط بالشكل الحادي عشر من الاول ونفصل ر ش مثل ز ه بالشكل  
الثالث من الاول ونصل ه ش بخط مستقيم فخطا ر ش ه متوازيان  
بالشكل الثاني والعشرين من الاول وخط ه ش مواز لخط ر ز بالشكل  
الثالث والثلاثين من الاول ومثلث ه ر ز الذي هو نصف سطح ز ه ش  
المتوازي الاضلاع بالشكل الرابع والثلاثين من الاول الذي هو اعظم من  
رابع دايرة ه ح ط فشكل ه ح ط اعظم من نصف دايرة ه ح ثم فننصف  
قطر ه ح ط ط ه بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة على نقط  
ال م ن ونصل ه ا ل م ر ل ح ح م ط ط ن ه بخطوط مستقيمة  
فثلثات ه ا ل ر ل ح ح م ط ط ن ه اعظم من انصاف القطع الاربع وهكذا  
نعمل الى ان يبقى من الدائرة ما هو اقل من سطح خ بالشكل الاول من  
العاشرة ولنكن في القطع المذكورة فيكون سطح الم كثير الاضلاع اعظم  
من سطح ت ونعمل في دايرة ا ب ج د اشكالا شبيها ب شكل الم كما عملنا وهو سطح  
اسد ب ع ح فده كثير الاضلاع وكانت نسبة دايرة ا ب ج د الى سطح ت كنسبة  
مربع قطر ب د الى مربع قطر ر ط ونسبة كثير اضلاع اسد ب ع ح الى كثير  
اضلاع الم كنسبة مربع قطر ب د الى مربع قطر ر ط بالشكل المتقدم  
فنسبة دايرة ا ب ج د الى سطح ت كنسبة سطح اسد ب ع ح الى سطح الم بالشكل الحادي



عشر من الخامسة وبالأبدال نسبة دائرة آح الى سطح سة كنسبة سطح ت الى سطح الم الذي هو اعظم من سطح ت بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن دائرة آح اعظم من سطح سة فسطح ت اعظم من سطح الم وهو اصغر منه هذا خلف ثم لتكن نسبة مربع قطر ب د الى مربع قطر ر ط كنسبة دائرة آح الى سطح هو اعظم من دائرة ه ح وهو سطح ت فبالخلاف نسبة مربع ر ط الى مربع ب د كنسبة سطح ت الى دائرة آح

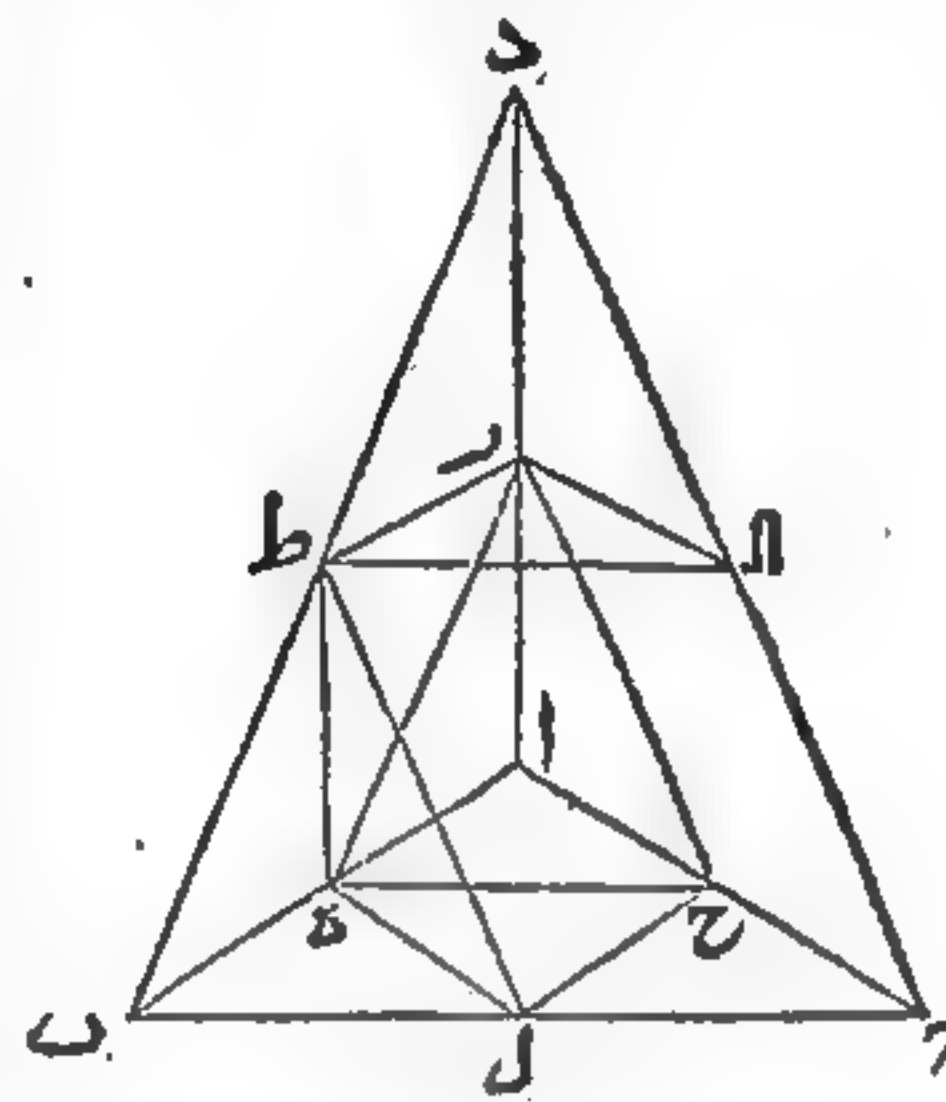


ونسبة دائرة ه ح الى سطح ما وليكن سطح خ كنسبة سطح ت الى دائرة آح لكن سطح ت اعظم من دائرة ه ح فدائرة آح اعظم من سطح خ بالشكل الرابع عشر من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ر ط الى مربع ب د كنسبة دائرة آح الى سطح خ فندرك مثل ما دبرنا ونبين الخلف بمثل ما بينا فلا يمكن ان تكون نسبة مربع ب د الى مربع ر ط كنسبة دائرة آح الى سطح اصغر او اعظم من سطح دائرة ه ح فهي كنسبة دائرة آح الى سطح مساو لدائرة ه ح ونسبة دائرة آح الى دائرة ه ح كنسبتها الى سطح مساو لدائرة ه ح بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ب د الى مربع ر ط كنسبة دائرة آح الى دائرة ه ح وذلك ما اردنا ان نبين

كل مخروط مثلث القاعدة فلنا ان فصله الى مخروطين متساويين متشابهين يشبهان المخروط الاعظم ومنشورين متساويين هما معا اعظم من نصف المخروط الاعظم

ليكن مخروط قاعدته مثلث آ ب ح ورأسه نقطة د فاقول لنا ان فصله الى مخروطين متساويين متشابهين يشبهان مخروط آ ب ح ومنشورين متساويين هما معا اعظم من نصف المخروط الاعظم يرهانه نصف كل

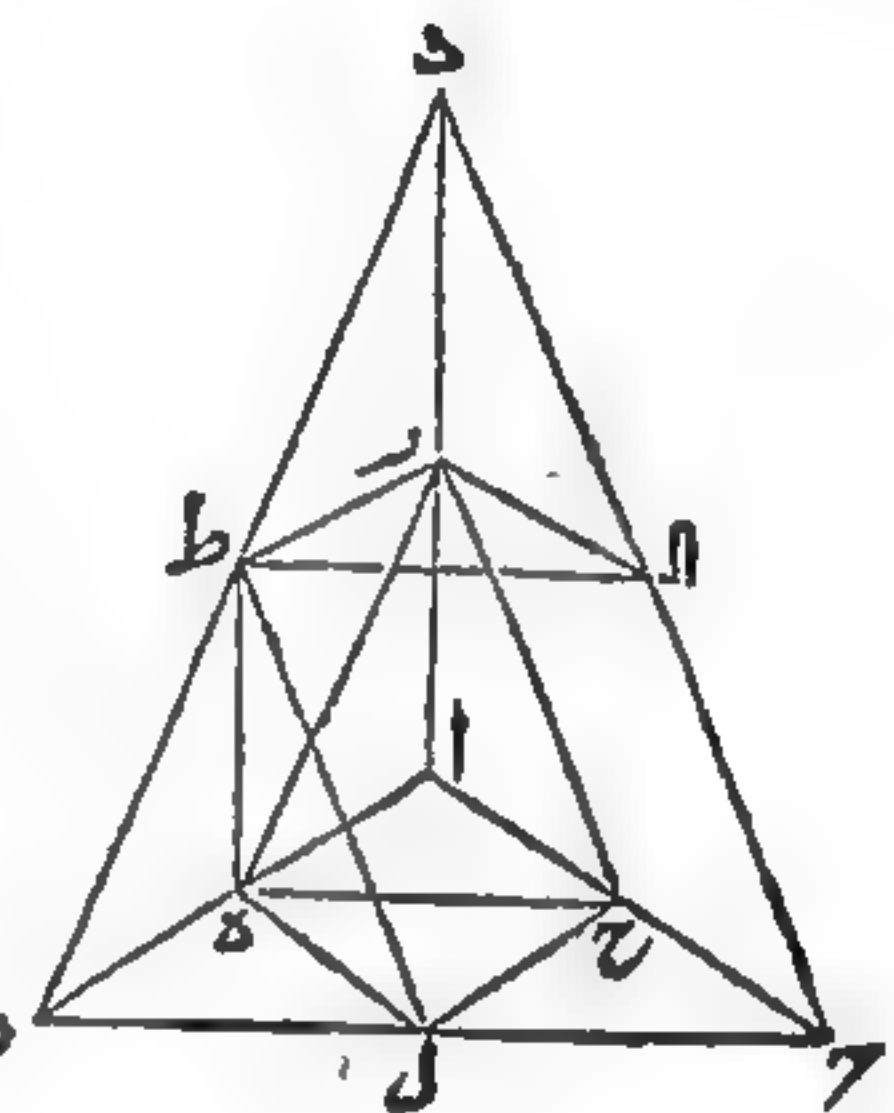
كل واحد من اضلاع آ ب د ح ب ح على نقطة ر ط الى بالشكل العاشر من الاولى ونصل بين كل من نقطتي ه ح ر ط ر ط الى ج ل ط ل بخط مستقيم ولان كل واحد من اضلاع مثلثات آ ب ح د ب ح د ح منصف باحدى النقط المذكورة فاضلاع تلك المثلثات منقسمة على نسبة واحدة فالخطوط المستقيمة الواصلة بين النقط المذكورة موازية لاضلاع تلك المثلثات بالشكل الثاني من السادسة فيكون ر ط مساويا لب ه المساوي لآ ه ف ر ط يساوي آ ه و ر ه مساويا ل ب ط المساوي ل ط د ف ط د يساوي ر ه و آ ر مساويا ل ر د بالشكل الرابع والثلاثين من الاولى فاضلاع مثلث آ ه ر مساوية لاضلاع مثلث ه ر ط فزواياها المتناظرة متساوية



والمثلث كالمثلث بالشكل الثامن من الاولى فنسبة ر ط الى آ ه كنسبة د ط الى ر ه و كنسبة د ر الى آ ر بالشكل الرابع من السادسة فمثلثا آ ه ر د ر ط متساويان ومتشابهان وبمثلثه تبين ان مثلثي آ ر ح د ر ط متساويان ومتشابهان ولان ضلعي د ط د آ يوازيان ويساويان ضلعي ر ه ر ح بالشكل الثاني من السادسة والرابع والثلاثين من الاولى وليست في سطح واحد فزوايا د ر ح ط د آ متساويتان بالشكل العاشر من الحادية عشر فقاعدة ط آ كقاعدة ه ح ومثلث ر ه ح كمثلث د ط آ وسائر الزوايا كسائر الزوايا بالشكل الرابع من الاولى فنسبة د ط الى ر ه كنسبة د آ الى ر ح ونسبة ط آ الى ه ح بالشكل الرابع من السادسة فمثلثا ر ه ح د ط آ متساويان ومتشابهان فاضلاع مثلثي آ ه ح ر ط آ متساوية فهما متساويان وزواياهما المتناظرة متساوية بالشكل الثامن من الاولى فنسبة ر ط الى آ ه كنسبة ر آ الى آ ح و كنسبة ط آ الى ه ح بالشكل الرابع من السادسة فمثلثا ر ط آ ه ح متساويان ومتشابهان فالمثلثات المحيطة بمخروطي آ ه ح ر ط آ د متساوية متشابهة فالمخروطان متساويان متشابهان . ولان ضلعي ر ط ط آ يوازيان ضلعي آ ب ب ح وليست في سطح واحد فزوايا ر ط آ تساوي زاوية آ ب ح بالشكل العاشر من الحادية عشر وبمثلثه تبين ان زاويتي ط ر آ ر ط يساويان زاويتي ب آ ح فزوايا مثلث ر ط آ تساوي زوايا مثلث آ ب ح كل لنظيره فبالشكل الرابع من السادسة نسبة آ ب الى ر ط كنسبة ب ح الى ط آ و كنسبة آ ح الى ر آ فمثلثا آ ب ح ر ط آ متشابهان . ولان آ ب يوازي ر ط فزاوية د ط ر كزاوية آ ب د وزاوية د ر ط كزاوية ب آ د بالشكل التاسع والعشرين من الاولى وزاوية آ ب د مشتركة بين مثلثي آ ب د د ر ط



فزاياها المتناظرة متساوية فنسبة  $آب$  الى  $مرط$  كنسبة  $بآ$  الى  $دط$   
 وكنسبة  $آد$  الى  $در$  بالشكل الرابع من السادسة فثلثا  $آب$  در  $ط$  متشابهان  
 وبمثلته تبين ان مثلثي  $درآ$   $آدح$  متشابهان وكذلك مثلثا  $دب$   $دط$   
 فالثلاث المحيطة بمخروط  $آب$   $د$  تشبه المثلثات المحيطة بمخروط  $آدح$   
 شبيهة بالمثلثات المحيطة بمخروط  $آد$   
 فالثلاث المحيطة بمخروط  $آب$   $د$  تشبه المثلثات المحيطة بمخروط  $آدح$   
 بالشكل الواحد والعشرين من  
 السادسة فمخروط  $آب$   $د$   $ح$  متشابهان ولان المنشور الذي يحيط به  
 مثلثا  $ب ط ل$   $هـ م ح$  وسطوح  $هـ ط$   $ط ح$   
 $ب ح$  المتوازية الاضلاع والمنشور الذي  
 يحيط به مثلثا  $ح ل ح$   $المرط$  وسطوح  
 $ط ح$   $در مر ل$  المتوازية الاضلاع  
 ارتفاعها واحد لان مثلث  $رط$   $آ$  يوازي مثلث  $آب$   $د$  فالاعادة النازلة  
 من اي نقطة من نقط  $ر آ ط$  على سطح مثلث  $آب$   $د$  متساوية بعضها لبعض  
 وقاعدة احدها وهو متوازي الاضلاع  $ب د$  ضعف قاعدة  $ح ل$  لانا ان  
 وصلنا  $هـ ل$  بخط مستقيم كان سطح  $ب ح$  ضعف مثلث  $هـ ب ل$  بالشكل الرابع  
 والثلاثين من الاولي وكان مثلثا  $هـ ب ل$   $ح ل د$  متساويين بالشكل السادس  
 والثلاثين من الاولي فالمنشوران متساويان بالشكل الحادي والاربعين من  
 الحادية عشر ولان ارتفاع مخروط  $آدح$   $ر$  كارتفاع منشور  $ح ل د$   
 وقاعدتهما اعني مثلثي  $آد ح$   $ح ل د$  متساويان بالشكل السادس والثلاثين  
 من الاولي ورأس المخروط نقطة  $ر$  ورأس المنشور مثلث  $رط$   $آ$  فالمنشور  
 اعظم من مخروط  $آدح$   $ر$  فالمنشوران معا اعظم من مخروطي  $آدح$   $ر ط$   $آد$   
 معا فالمنشوران معا اعظم من نصف مخروط  $آب$   $د$  فالحكم ثابت وذلك  
 ما اردنا ان نبين  
 وقد استبان منه ان لنا ان نفصل كل مخروط من مخروطي  $آدح$   $ر ط$   $آد$   
 الى مخروطين متساويين متشابهين والي منشورين هما معا اعظم من  
 مخروطيهما وهكذا الى غير النهاية

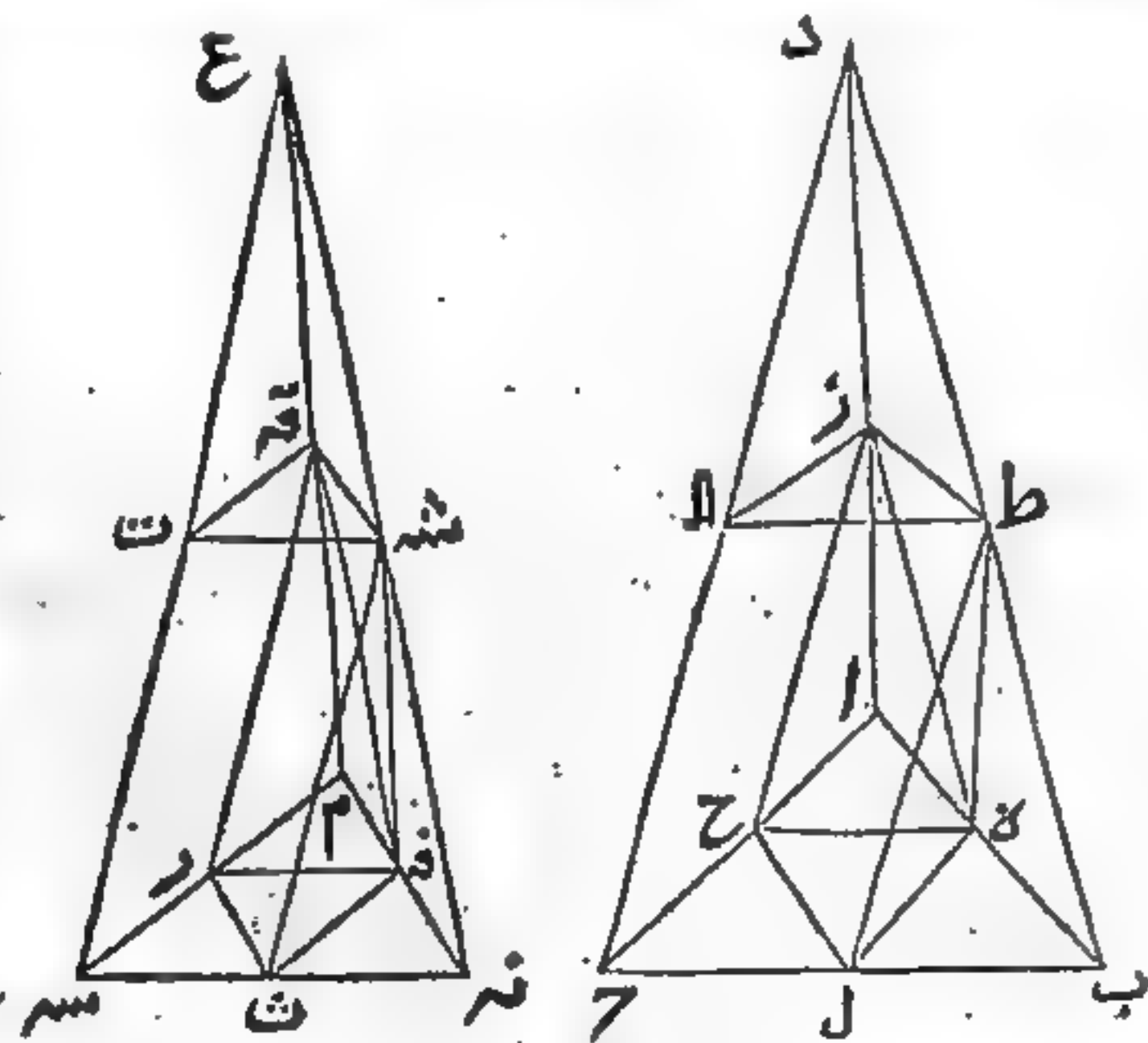


كل مخروطين مثلي القاعدتين ارتفاعهما  
 بقدر واحد فصل كل منهما الى مخروطين متساويين

متشابهين

متشابهين يشبهانه والي منشورين متساويين هما  
 معا اعظم من نصفه وفصل كل من المخروطين  
 الحادتين الى مخروطين متساويين متشابهين  
 فيشبهانه والي منشورين متساويين هما معا اعظم  
 من نصف مخروطه وهكذا بالغاما ما بلغ بشرط ان  
 يكون عدد المناشير التي يشتمل عليها احد  
 مخروطي الاعظم كعدد المناشير التي يشتمل عليها  
 المخروط الآخر الاعظم فان نسبة قاعدة احد مخروطي  
 الاعظم الى قاعدة المخروط الآخر الاعظم كنسبة  
 جميع المناشير التي يشتمل عليها المخروط الاول الى  
 جميع المناشير التي يشتمل عليها المخروط الثاني

ليكن مخروط  $آب$   $د$   $م$   $ن$   $س$   $ع$  ارتفاعها بقدر واحد وقاعدتهما مثلثا  
 $آ ب د$   $م ن س$  وفصل  
 مخروط  $آب$   $د$  الى  
 مخروطي  $آد ح$   $ر ط$   $آد$   
 المتساويين المتشابهين  
 يشبهان مخروط  $آب$   $د$   
 والي منشوري  $م ح ب$   $ط$   
 $ز ح ل$  متساويين وهما  
 معا اعظم من نصف  
 مخروط  $آب$   $د$  وفصل  
 كل من مخروطي  $آد ح$   $ر ط$   
 $ط$   $الز$  الى مخروطين



ومنشورين كما ذكرناه وهكذا بالغاما ما بلغ وفصل مخروط  $م ن س$   $ع$  الى



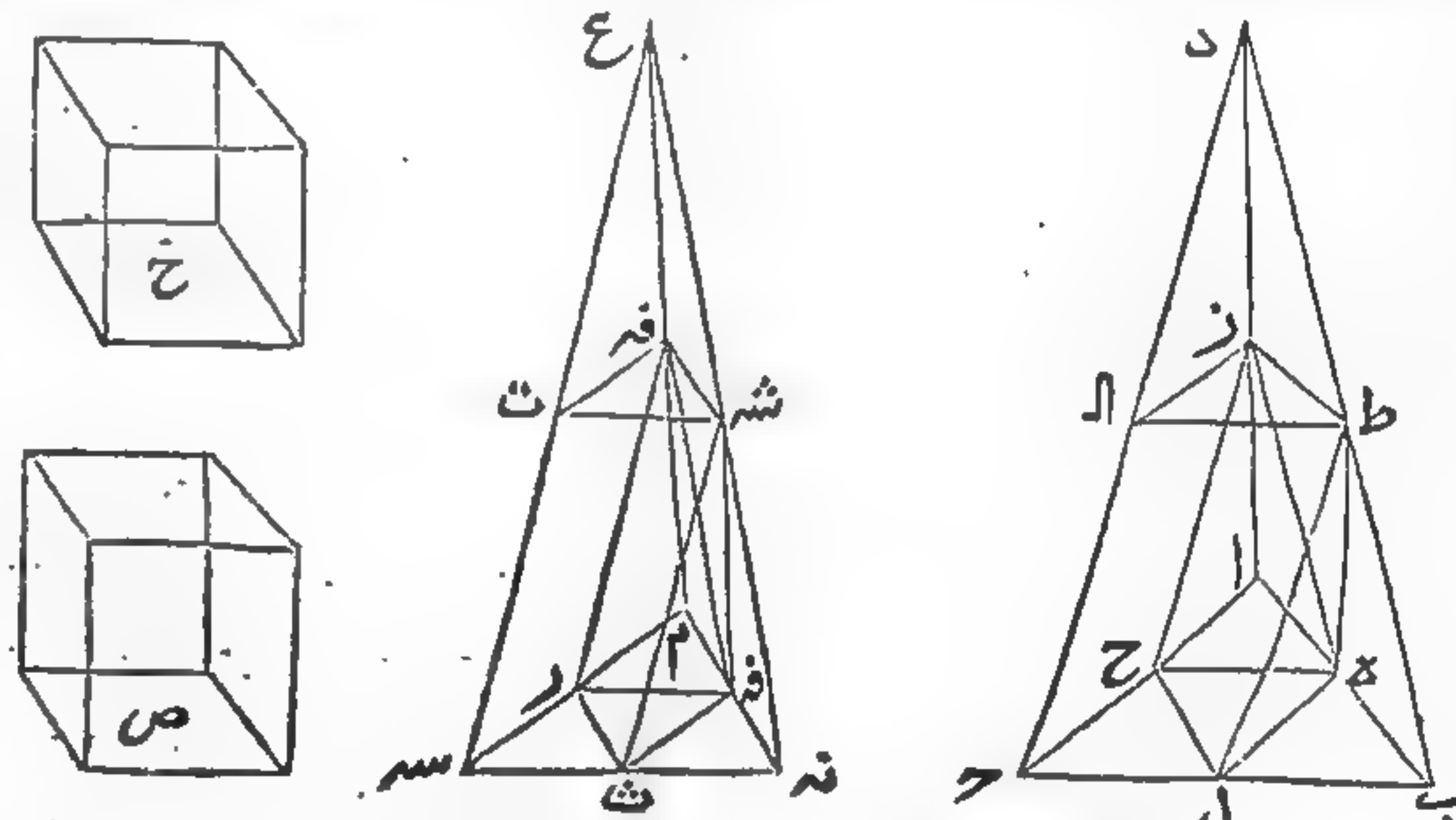




الي جميع المناشير التي يشتمل عليها مخروط م ن س ع عند انقسامه الي  
مخاريط ومناشير متساوية بشرط تساوي العدة فالحكم ثابت وذلك  
ما اردنا ان نبين

كل مخروطين مثلثي القاعدتين متساويي  
الارتفاعين فان نسبة احدهما الي الآخر كنسبة  
قاعدته الي قاعدة الآخر

ليكن مخروط ا ب ج د م ن س ع قاعدتها مثلثا ا ب ج م ن س ع وارتفاعها  
بقدر واحد فاقول ان نسبة قاعدة ا ب ج الي قاعدة م ن س ع كنسبة  
مخروط ا ب ج د الي مخروط م ن س ع برهانه والا فلتكن نسبة قاعدة  
ا ب ج الي قاعدة م ن س ع كنسبة مخروط ا ب ج د الي مجسم ما اما اصغر من



مخروط م ن س ع واما اعظم منه فليكن اولا الي مجسم اصغر منه وليكن  
هو مجسم ص وتمامه من مخروط م ن س ع مجسم خ ونفصل من مخروط  
م ن س ع مخروطين متساويين ومتشابهين ومشابهين لمخروط م ن س ع  
ومنتشورين متساويين هما اعظم من نصف مخروط م ن س ع ونفصل من  
المخروطين المجاديين مخروطين متساويين ومتشابهين ويشبهان المخروطين  
الذين فصلنا منه ومنتشورين متساويين هما اعظم من نصف المخروط  
الذي فصلنا منه وهكذا بالغ ما بلغ بالشكل الثالث فسبيل التفصيل  
الي ان يبقئ مخروط م ن س ع مخروطان هما اصغر من مجسم خ بالشكل الاول  
من العاشرة وكان مخروط م ن س ع كجسم ص خ فمنتشورا م ن س ع  
رثقة معا اعظم من مجسم ص ونفصل من مخروط ا ب ج د مخاريط  
ومناشير بالصفة المذكورة عدتها كعدة ما يشتمل عليها مخروط م ن س ع  
من

من المخاريط والمناشير بالشكل الثالث فليكن ما انفصل اليه مخروط  
ث رقة ا ب ج د من المخاريط والمناشير مخروطي ا ه ح رط ا د ومنشوري  
ح ل ح ا ل ح م كنسبة منشوري مخروط ا ب ج د الي منشوري مخروط  
م ن س ع كنسبة قاعدة ا ب ج الي قاعدة م ن س ع بالشكل المتقدم وكانت  
نسبة مخروط ا ب ج د الي مجسم ص كنسبة قاعدة ا ب ج الي قاعدة م ن س ع  
فبالشكل المجادي عشر من الخامسة نسبة منشوري مخروط ا ب ج د الي  
منشوري مخروط م ن س ع كنسبة مخروط ا ب ج د الي مجسم ص فبالابدال  
نسبة منشوري مخروط ا ب ج د الي مخروط ا ب ج د كنسبة منشوري مخروط  
م ن س ع الي مجسم ص بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن منشورا  
مخروط ا ب ج د اصغر من مخروط ا ب ج د لانها جزء فمنتشورا مخروط  
م ن س ع اصغر من مجسم ص وكانا اعظم هذا خلف ثم لتكن نسبة  
قاعدة ا ب ج الي قاعدة م ن س ع كنسبة مخروط ا ب ج د الي مجسم ما هو اعظم  
من مخروط م ن س ع وليكن هو مجسم خ فبالخلاف نسبة قاعدة م ن س ع  
الي قاعدة ا ب ج كنسبة مجسم خ الي مخروط ا ب ج ونسبة مخروط م ن س ع  
الي مجسم ما وليكن هو مجسم ص كنسبة مجسم خ الي مخروط ا ب ج لكن  
مجسم خ اعظم من مخروط م ن س ع فمخروط ا ب ج د اعظم من مجسم ص  
بالشكل الرابع عشر من الخامسة فبالشكل المجادي عشر من الخامسة  
قاعدة م ن س ع الي قاعدة ا ب ج كنسبة مخروط م ن س ع الي مجسم ص  
الذي هو اصغر من مخروط ا ب ج د فندبر مثل ما دبرنا ونبين الخلف مثل  
ما بينا فلا يمكن ان تكون نسبة قاعدة ا ب ج الي قاعدة م ن س ع كنسبة  
مخروط ا ب ج د الي مجسم اصغر او اعظم من مخروط م ن س ع فنسبة قاعدة  
ا ب ج الي قاعدة م ن س ع كنسبة مخروط ا ب ج د الي مجسم يساوي مخروط  
م ن س ع ونسبة مخروط ا ب ج د الي مخروط م ن س ع كنسبته الي مجسم  
يساوي مخروط م ن س ع بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل المجادي  
عشر من الخامسة نسبة قاعدة ا ب ج الي قاعدة م ن س ع كنسبة مخروط  
ا ب ج د الي مخروط م ن س ع وذلك ما اردنا ان نبين

كل واحد من المناشير مثلثة القواعد يمكن  
ان يفصل الي ثلث مخاريط متساوية قاعدة  
كل مثلث

ليكن منشور ا ب ج د م قاعدته مثلث ح د ر فاقول انه يمكن ان يفصل  
الي ثلثة مخاريط متساوية قاعدة كل مثلث برهانه فصل ب د ب ر د



بخطوط مستقيمة فلان مثلثي ب ج د ب هـ متساويان بالشكل الرابع  
والثلثين من الاول لان  $\frac{ب ج}{ب هـ} = \frac{ب د}{ب هـ}$  متساويان  
الاضلاع ومخروطي ب ج د ب هـ متساويان  
الارتفاعين فنسبة مخروط ب ج د الى مخروط  
ب هـ د كنسبة قاعدة ب ج د الى قاعدة ب هـ د بالشكل  
المتقدم لكن القاعدتان متساويتان فمخروط  
ب ج د مخروط ب هـ د واذا جعلنا مثلث ب هـ د  
قاعدة مخروط ر هـ ا ب ومثلث ر د هـ قاعدة مخروط  
ر د هـ ب يكون مخروط ر هـ ا ب مخروط ب ج د مخروط  
ب هـ د بالبيان المذكور فيكون مخروط ب ج د مخروط  
ر هـ ا ب فالمخروط الثلاثة متساوية وذلك ما  
اردنا ان نبين

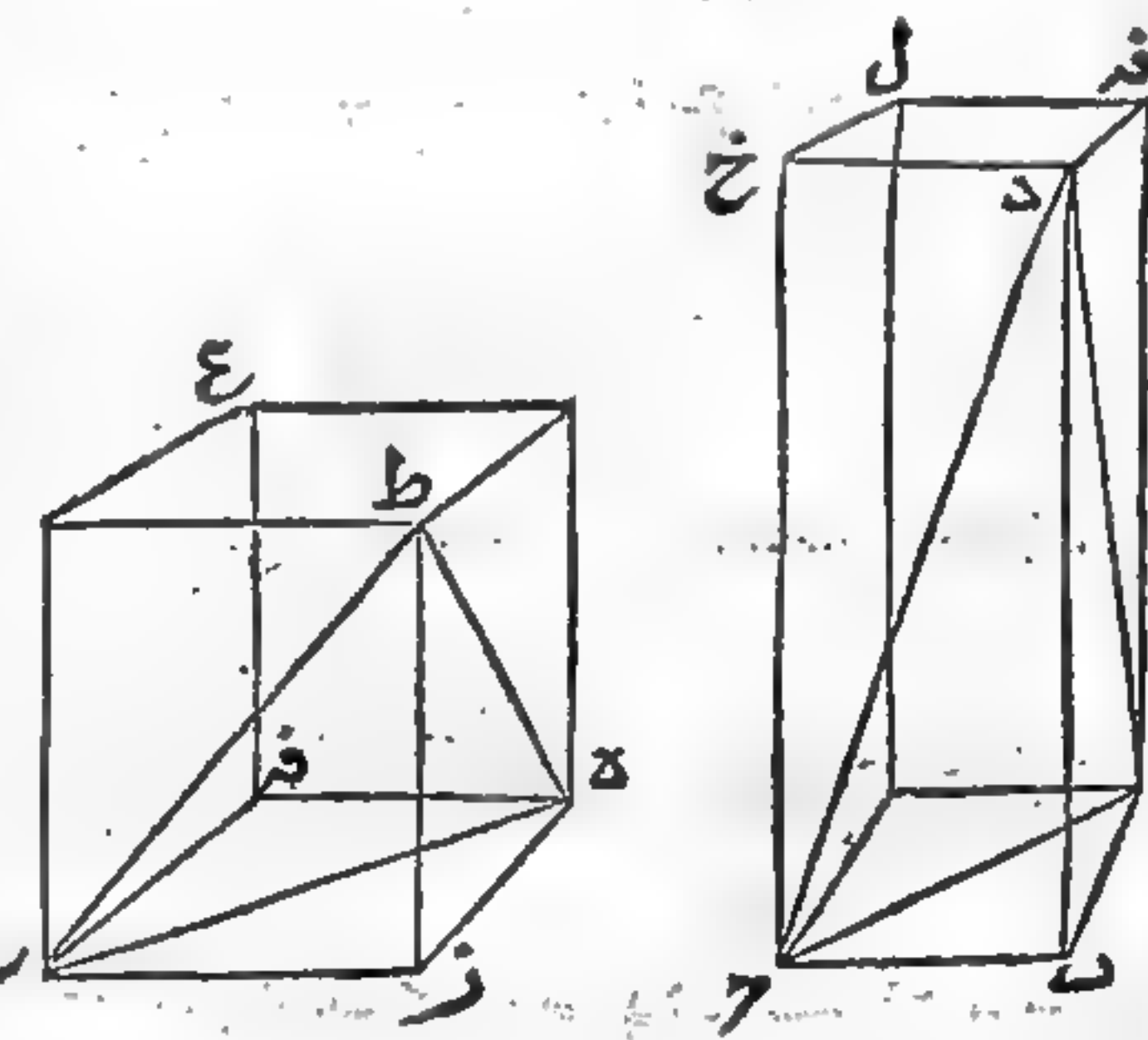


وقد بان منه ان كل مخروط مثلث القاعدة يتم منشورا مثلث  
القاعدة هو ثلث المنشور

كل مخروطين قاعدة كل منهما مثلث فان كان  
متساويين كانت قاعدتهما مكافئتين لارتفاعيهما  
وان كانت قاعدتهما مكافئتين لارتفاعيهما

متساويين

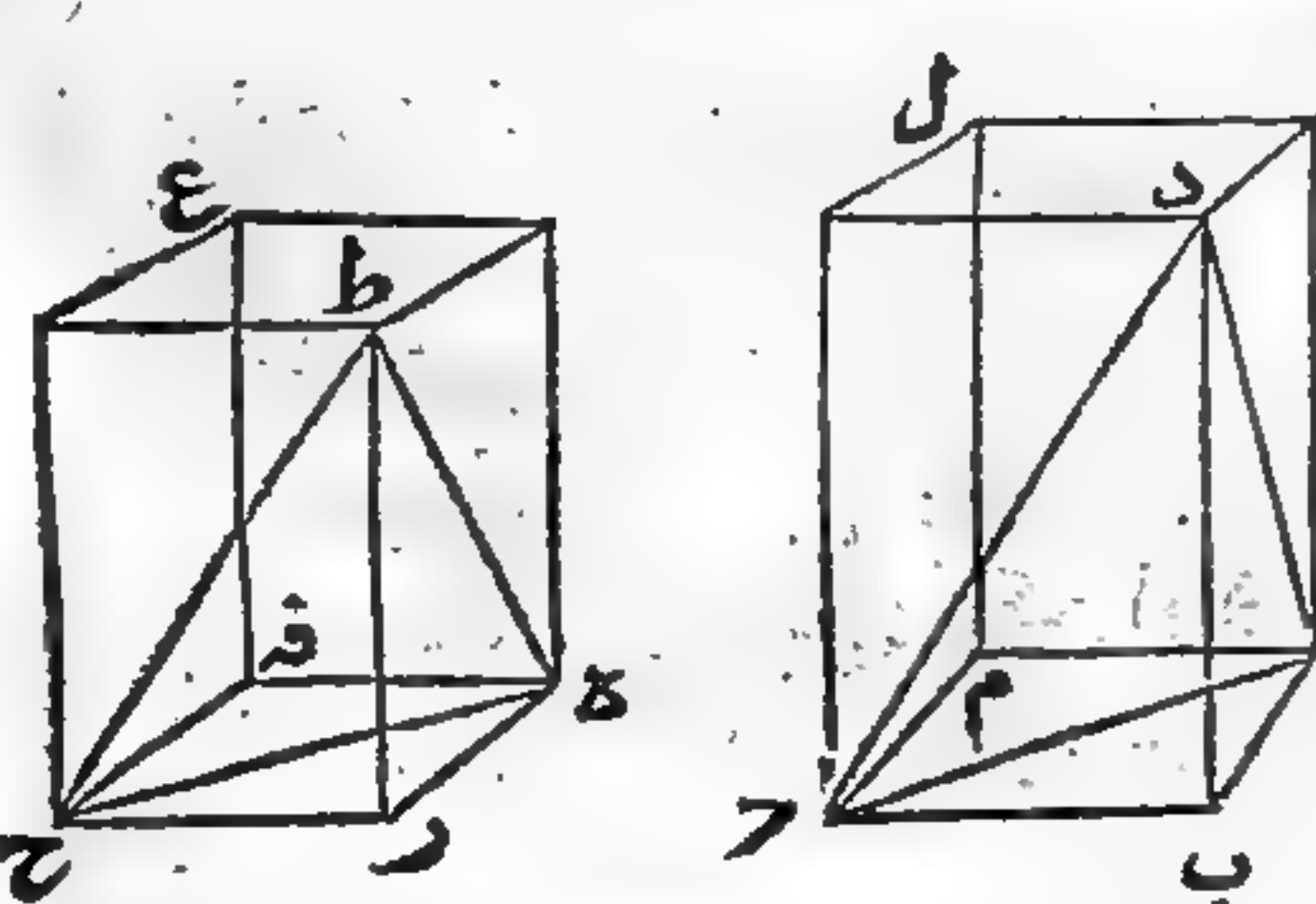
لتكن مثلثا ب ج د هـ مخروط  
قاعدتي مخروطي ب ج د  
وهـ د هـ وزاويهما نقطتي  
د ط فاقول ان المخروطان  
متساويين فقاعدتهما  
مكافئتين لارتفاعيهما  
برهانه نخرج من نقطتي  
ا ح خطا ا م ا ح موازيين



لخطي ب ج ا ب بالشكل الواحد والثلثين من الاول فهما يتلاقيان لان  
زاويتي ب ا ح ب ج ا اقل من قائمتين بالشكل التاسع عشر من الاول  
وزاويتا م ا ح م ا ب تساويهما بالشكل التاسع والعشرين من الاول لتوازي  
خطوط ا ب م ا ح ب ج وبعمله نقيم سطوح ب ج ب هـ ا ل فحصل  
جسم

جسم بل متوازي السطوح لتوازي اضلاعهما وبعمله نقيم جسم زرف  
فكل من الجسمين ينقسم الى منشورين بالشكل الرابع والعشرين من  
الحادية عشر وكل منشور ينقسم الى ثلث مثلثه القواعد بالشكل  
المتقدم فجسم ب م ل ستة امثال مخروط ا ب د ومجسم زرف ستة امثال  
مخروط هـ ز ح ط والمخروطان متساويان للجسمان متساويان وكل جسمين  
متساويين فقاعدتهما متكافئتان لارتفاعيهما بالشكل الرابع او  
الخامس والثلثين من الحادية عشر وارتفاع الجسمين والمخروطين  
متساويين ونسبة الاجزاء كنسبة الاضلاع بالشكل الخامس عشر  
من الخامسة فنسبة قاعدة ا ب ح الى قاعدة هـ ز ح كنسبة قاعدة ب م الى  
قاعدة هـ ز ح بالشكل الحادي عشر من الخامسة فقاعدتا مخروطي ا ب ح  
هـ ز ح ط مكافئتان لارتفاعيهما وان كانت قاعدتا المخروطين مكافئتين  
لارتفاعيهما فهما متساويان نقيم مجسمي المخروطين كما مر وهما مجسمي ب م ل  
زرف وقاعدة ب م ضعف مثلث ا ب ح وقاعدة ز ح ضعف مثلث هـ ز ح  
بالشكل الرابع والثلثين من الاول وارتفاع المخروطين والجسمين  
متساويان ونسبة الاجزاء كنسبة الاضلاع بالشكل الخامس عشر من  
الخامسة فنسبة قاعدة ب م الى قاعدة ز ح كنسبة ارتفاع مجسم زرف  
الى ارتفاع مجسم ب م ل بالشكل الحادي عشر من الخامسة فبالشكل  
الرابع والثلثين او الخامس والثلثين من الحادية عشر مجسمي ب م ل زرف  
متساويان ومجسم ب م ل ستة امثال مخروط ا ب د ومجسم زرف ستة امثال  
مخروط هـ ز ح ط فالمخروطان متساويان وذلك ما اردنا ان نبين

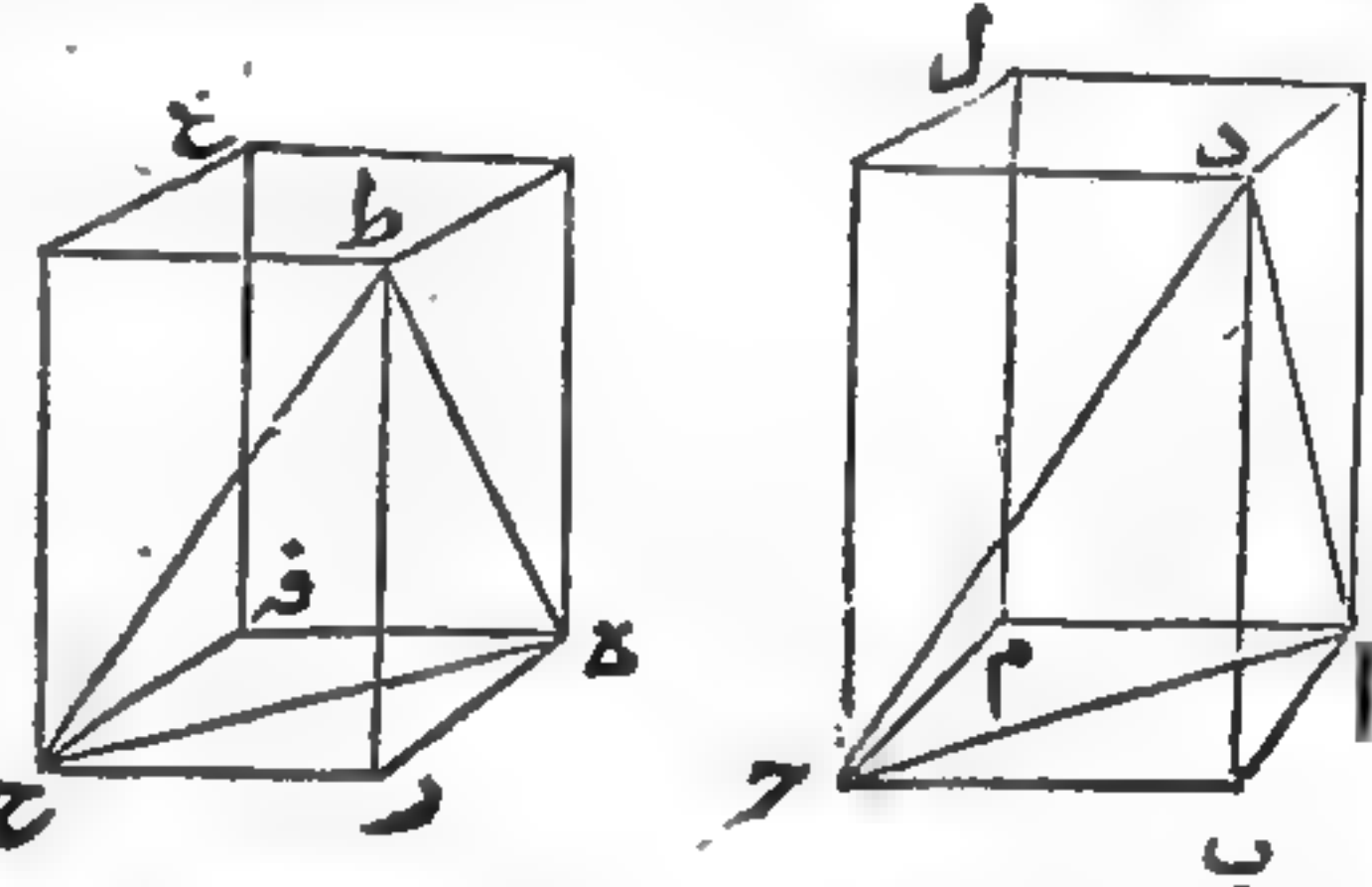
كل مخروطين متشابهين قاعدتهما مثلث فان  
نسبة احدهما الى الآخر كنسبة ضلع من اضلاع  
السطوح المحيطة به الى نظيره من اضلاع السطوح  
المحيطة بالآخر مثلثة بالتكرير



لتكن مخروطي ا ب ح د  
هـ ز ح ط فاقول ان نسبة  
مخروط ا ب ح الى مخروط  
هـ ز ح ط كنسبة ضلع من  
اضلاع السطوح المحيطة  
باحدهما الى ضلع من



اضلاع السطوح المحبطة بالآخر وليكن كنسبة ب ح الى م ح مثلثة بالتكرير برهانه نعم مجسمي ب م ل مرفوع كما مرفوع في الشكل فتكون السطوح المقابلة من كل واحد منهما متساوية والاضلاع المقابلة من تلك السطوح متوازية بالشكل الرابع والعشرين من الحادية عشر فتكون الزوايا المقابلة من تلك السطوح متساوية بالشكل العاشر من الحادية عشر فبالشكل كل الواحد والعشرين من السادسة تكون السطوح المحبطة بالمجسمين متشابهة فنسبة



ضلع ب ح الى ضلع م ح مثلثة بالتكرير كنسبة ب م ل الى مجسم مرفوع بالشكل الحادي والثلاثين من الحادية عشر وقد بين في الشكل الثامن والعشرين من الحادية عشر ان كل مجسم متوازي السطوح ينصف بمنشورين وفي الشكل السادس بينا ان كل منشور مثلث القاعدة ينقسم الى ثلاثة مخاريط متساوية مثلث القواعد فمحروط ا ب ح د سدس مجسم ب م ل ومحروط هـ م ح ط سدس مجسم مرفوع ونسبة الاجزاء كنسبة الاضلاع بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة محروط ا ب ح د الى محروط هـ م ح ط كنسبة مجسم ب م ل الى مجسم مرفوع بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مجسم ب م ل الى مجسم مرفوع كنسبة ب ح الى م ح مثلثة بالتكرير بالشكل الثامن والعشرين من الحادية عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة محروط ا ب ح د الى محروط هـ م ح ط كنسبة ب ح الى م ح مثلثة بالتكرير وذلك ما اردنا ان نبين

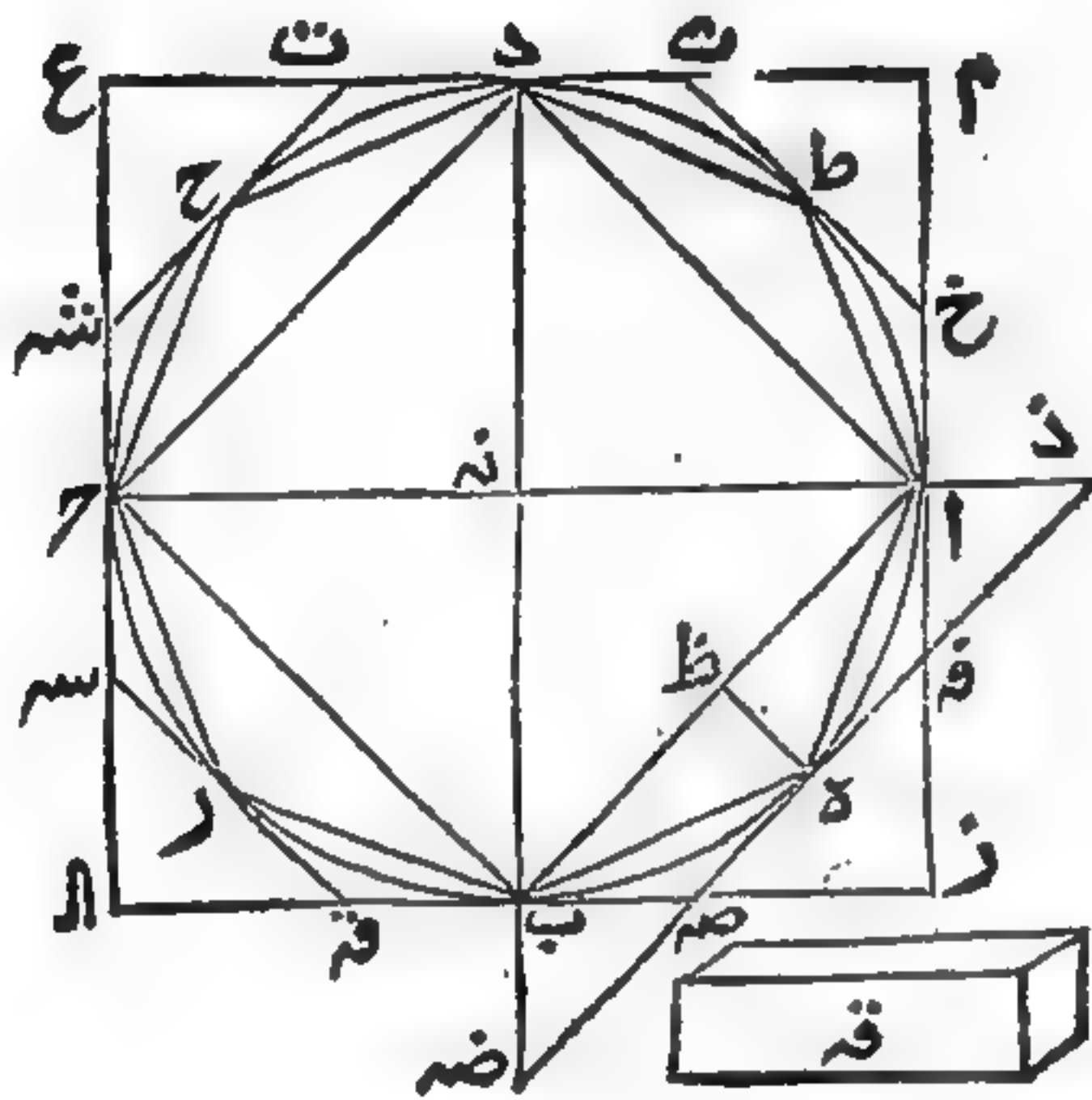
ط

### كل اسطوانة مستديرة فان محروطها المستدير

ثلثه

لتكن احدي قاعدتي الاسطوانة المستديرة دائرة ا ب ح د وهي قاعدة محروطها المستدير وارتفاعه كارتفاعها فتكون النقطة التي بين راس المحروط متحدة بمركز الدائرة التي هي لقاعدة الاخرى للاسطوانة فاقول ان المحروط المستدير كثلثها برهانه فلانه لو يكن كثلثها لكان اصغر من ثلثها او اعظم وليكن اولا اصغر فالاسطوانة تكون اعظم من ثلثة اما ان المحروط المستدير فضلها عليه مجسم ق فثلثه امثال المحروط

المحروط مع مجسم ق كالاسطوانة فليمر سطح مستوي يسمي الاسطوانة فبفصلها بقسمين وليكن الفصل المشترك بين السطح القاطع وقاعدتي الاسطوانة وسطها خطوط مستقيمة بالشكل الثالث من الحادية عشر فالمشترك بينهما وبين القاعدتين قطرها علي كل منهما وهي متوازيان لتوازي القاعدتين فالمشترك بينهما وبين الاسطوانة خطان مستقيمان بين نهائي



القطرين ونرسم في قاعدتي ا ب د بالشكل الحادي من الرابعة وليكن القطر القاطع قطر ا ح علي زوايا قائمة قطر ب د وليربع التقاطع علي نقطة نة ولنخرج من نقط ا ب ح د في القاعدتين اعمدة ا ز ب ا ح د ح علي اقطار ا ب د

بالشكل الحادي عشر من الاولي فتقع الاعمدة خارجة عن القاعدتين مما منه لهما بالشكل الخامس عشر من الثالثة فبنتهي كل منهما الى عمودين منها فلينته ا ز الي ب ا د علي نقطتي ز ح و ح علي ب ا د علي نقطتي ا ح لان كل واحدة من الزوايا التي يحيط بها احد الاعمدة مع احد الاضلاع ا ب ح د اقل من قائمة فتكون الاضلاع المتقابلة من سطحي ا ح المحيطين بالقاعدتين متوازيين بالشكل الثامن والعشرين من الاولي فتكون متساوية بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي ونصل بين كل واحدة من النقط الكائنة علي اضلاع احد سطحي ا ح وبين النقط الكائنة علي اضلاع السطح الاخر منهما المتقاطر بخط مستقيم فتكون الخطوط الواصلة متوازية بالشكل الثالث والثلاثين من الاولي فيحدث مجسم علي قاعدة ا ح متوازية السطوح المحبطة به لتوازي اضلاعها محبطين بالاسطوانة وعلي ارتفاعه واربعة مجسمات متوازية السطوح بارتفاع الاسطوانة وهي الكائنة علي قواعد ز نة ا ح د ح نة وكل من المجسمات الاربعة منصف بالسطح المار ا ب ب ح د ا د الي منشوري بالشكل الثامن والعشرين من الحادية عشر فكل من منشورات ا ب نة ا د نة ح نة اعظم من نصف قطعة الاسطوانة التي ذك المنشور فيها



بالسجل الثاني عشر من الاولي وخرج خط  $\text{د هـ ص}$  في جهته مع كل واحد  
من وتري  $\text{ا ح ب د}$  فبنته هي  $\text{الوجه ا}$  لان كل واحد من الزاويتين اللتين  
يحيط بواحدة منها وتراد  $\text{ا هـ ا}$  بالاخري وترا  $\text{ب ج ب هـ}$  وكل منهما اقل  
من قامة فلبنته  $\text{ا}$  في نقطتي  $\text{د هـ}$  ونصل بين كل واحدة من نقطتي  $\text{د هـ}$   
ونقطتي  $\text{ص}$  بخط مستقيم فيحدث مجسم  $\text{اض}$  بارتفاع الاسطوانة  
مشتملا على مجسمي  $\text{د ظ ص}$  وكل منهما منصف للسطح المار على وتري  
 $\text{ا هـ ب هـ}$  الى منشورين متساويين بالشكل الثامن والعشرين من الحادية  
عشر ولان مجسم  $\text{د ظ}$  اعظم من قطعة الاسطوانة الكائنة على قطعة  $\text{ا هـ ظ}$   
من قاعدتها فالمنشور الكائن على مثلث  $\text{ب هـ ظ}$  اعظم من نصف قطعة  
الاسطوانة الكائنة على قاعدة  $\text{ب هـ ظ}$  من قاعدتها فالمنشور الكائن على  
مثلث  $\text{ا ب هـ}$  اعظم من نصف قطعة الاسطوانة الكائنة على قطعة  $\text{ا ب هـ}$  من  
قاعدتها وبمثله تبين ان المنشورات الكائنة على مثلثات  $\text{ب ر ح د ا ط هـ}$   
اعظم من انصاف قطع الاسطوانة الكائنة على قطع  $\text{ب ر ح د ا ط هـ}$  من  
قاعدتها فلو سلطنا هذه الطريقة فانه سيبقى من الاسطوانة المستديرة  
بقايا في اقل من مجسم  $\text{ق}$  بالشكل الاول من العاشرة وليكن الباقي من  
الاسطوانة في القطع الكائنة على قطع  $\text{ا ب هـ ب ر ح د ا ط هـ}$  من  
قاعدتها فالمنشور الكائن على قاعدة  $\text{ا ب ر ح د ا ط هـ}$  بارتفاع الاسطوانة  
اعظم



كلا من سطوح النه النه عنه منه متوازي الاضلاع فثلث اب ا  
 كمثلث ابنه ومثلث امد كمثلث ادن ومثلث بل كمثلث بحنه  
 ومثلث حعد كمثلث حند بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي



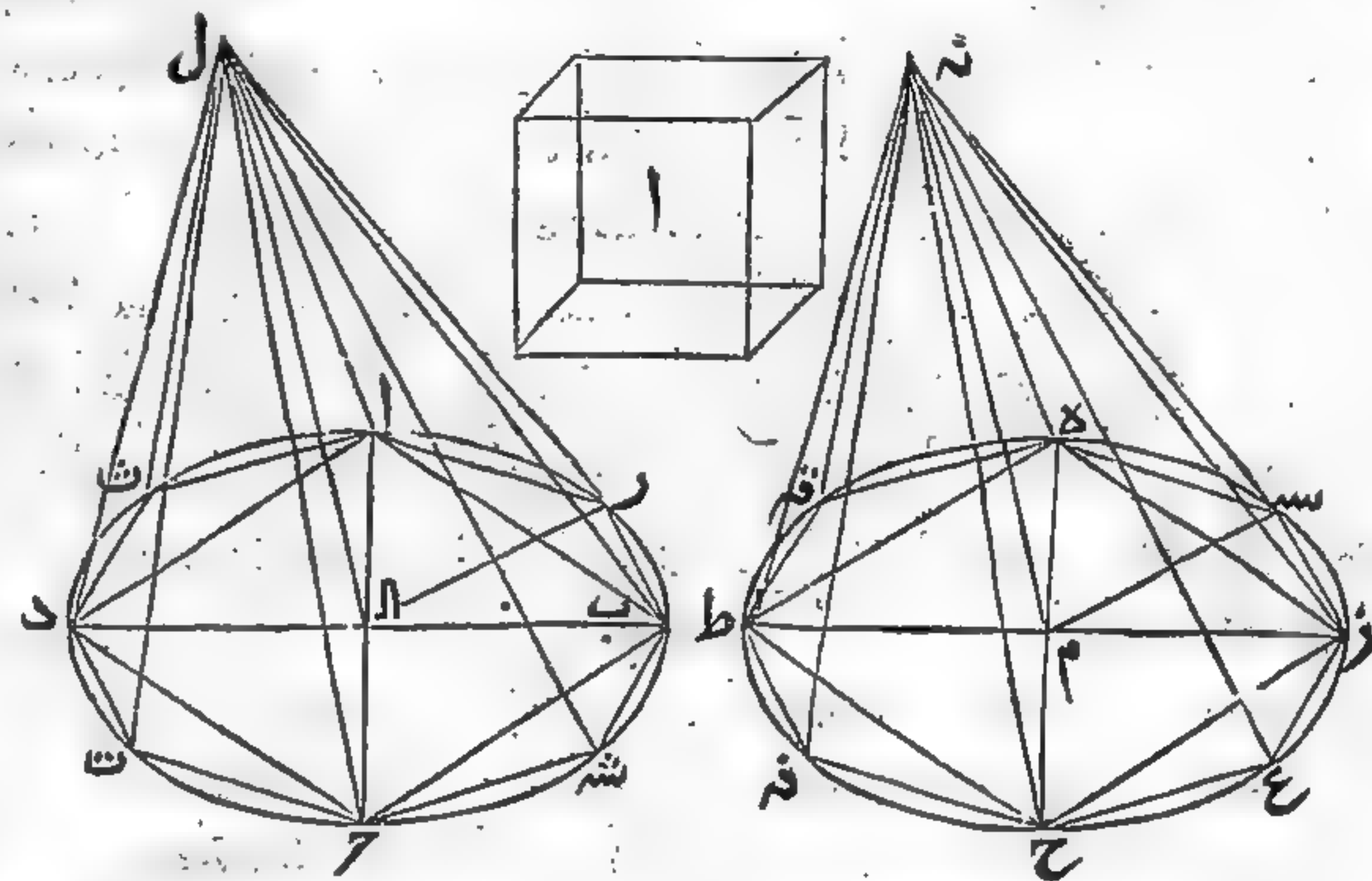








قاعدة هرم مخروطية كنسبة  $ب د$  الى  $م ر ط$  مثلثة بالتكرير وكانت  
نسبة مخروط  $أ ب$  جدال المستدير الى  $م ج$  كنسبة  $ب د$  الى  $م ر ط$  مثلثة  
بالتكرير فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة المخروط المصنع  
الكائن على قاعدة  $أ م ر$  ح  $د ت$  الى المخروط المصنع الكائن على قاعدة

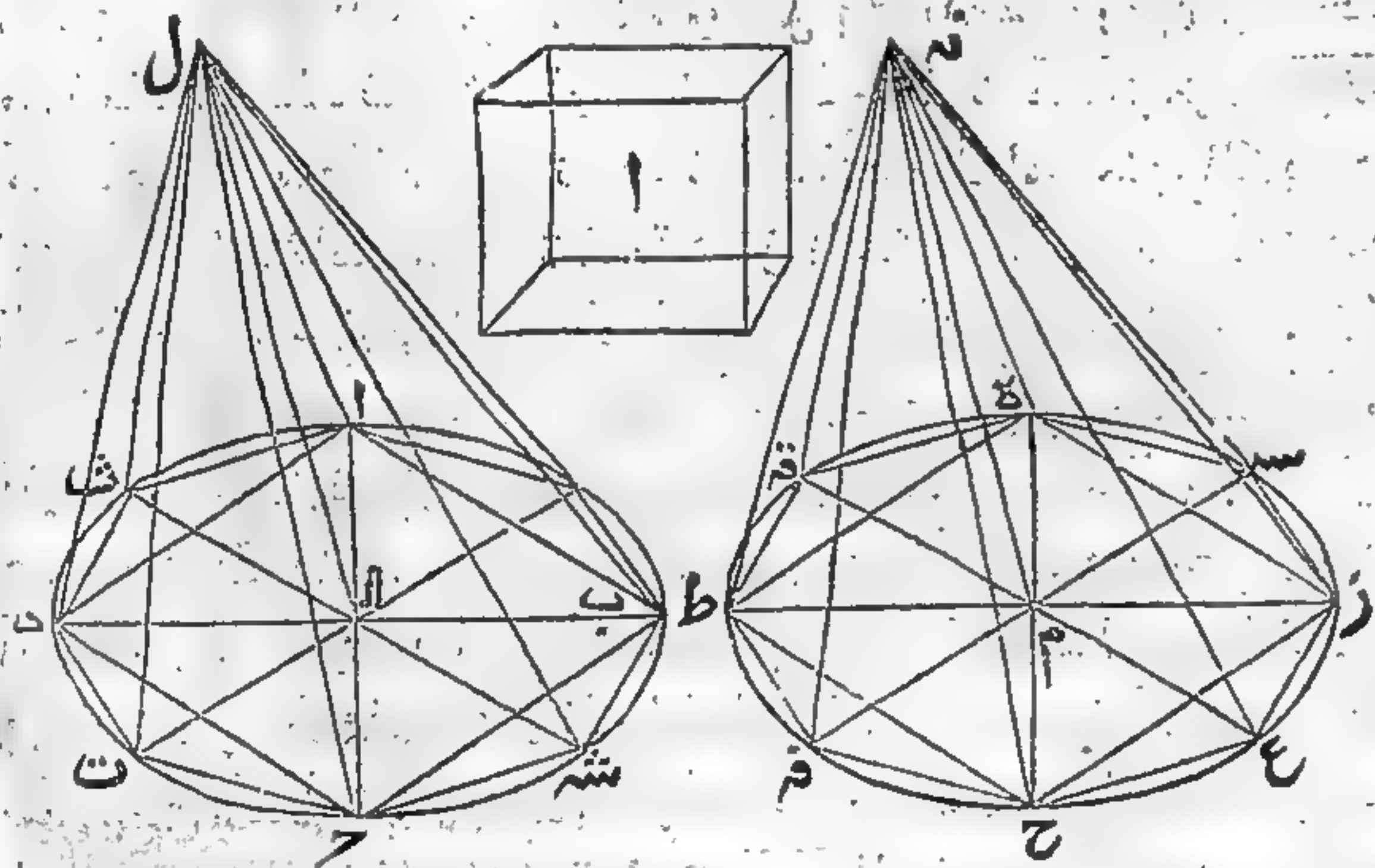


هرم مخروطية كنسبة المخروط  $أ ب$  جدال المستدير الى  $م ج$  كنسبة  $ب د$  الى  $م ر ط$  مثلثة بالتكرير وكانت  
المخروط الكائن على قاعدة  $أ م ر$  ح  $د ت$  اصغر من مخروط  $أ ب$  جدال  
المستدير فالمخروط المصنع الكائن على قاعدة  $أ م ر$  ح  $د ت$  اصغر من  
مجم  $أ$  بالشكل الرابع عشر من الخامسة وكان أعظم منه هذا خلف  
فلبست نسبة قطر  $ب د$  الى قطر  $م ر ط$  مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط  
 $أ ب$  جدال الى  $م ج$  اصغر من مخروط  $أ م ر$  ح  $د ت$  . ولا الى  $م ج$  اعظم  
منه والا لكانت نسبة  $ب د$  الى  $م ر ط$  مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط  
 $أ ب$  جدال الى  $م ج$  اعظم من مخروط  $أ م ر$  ح  $د ت$  ولبيكن هو  $م ج$   
فبالخلاف والتقديم نسبة  $م ج$  الى  $م ر ط$  كنسبة  $ب د$  الى  $م ر ط$   
الى  $ب د$  مثلثة بالتكرير ولتكن نسبة مخروط  $أ م ر$  ح  $د ت$  الى  $م ج$  ما  
كنسبة  $م ر ط$  الى  $ب د$  مثلثة بالتكرير فبالشكل الحادي عشر من الخامسة  
نسبة  $م ج$  الى  $م ر ط$  كنسبة  $ب د$  الى  $م ر ط$  كنسبة  $ب د$  الى  $م ر ط$  كنسبة  
ما لكن  $م ج$  اعظم من مخروط  $أ م ر$  ح  $د ت$  فمخروط  $أ ب$  جدال اعظم من  
ذلك المجم بالشكل الرابع عشر من الخامسة فندير مثل ما دبرنا وتبين  
الخلف مثل ما بينا فلبست نسبة قطر  $ب د$  الى قطر  $م ر ط$  مثلثة بالتكرير  
كنسبة مخروط  $أ ب$  جدال الى  $م ج$  اصغر او اعظم من مخروط  $أ م ر$  ح  $د ت$   
فهو كنسبة مخروط  $أ ب$  جدال الى  $م ج$  يساوي مخروط  $أ م ر$  ح  $د ت$   
ونسبة مخروط  $أ ب$  جدال الى  $م ر ط$  كنسبة  $ب د$  الى  $م ر ط$  كنسبة  
مخروط  $أ م ر$  ح  $د ت$  بالشكل الرابع من الخامسة مثلثة بالتكرير كنسبة  
مخروط

مخروط  $أ ب$  جدال الى مخروط  $أ م ر$  ح  $د ت$  كنسبة  $ب د$  الى  $م ر ط$  كنسبة  
الا انا تفصل الاسطوانة الى المنشور ان او نقول ان نسبة الاجزاء كنسبة  
الاضعاف ونعم البيان بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان تبين

نسبة مخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دائرة  
واحدة وسهمهما واحد الى مخروط واسطوانة  
مستديرة قاعدتهما دائرة واحدة وسهمهما واحد كل  
الى نظيره وارتفاع الشكل واحد كنسبة قاعدة  
الاولين الى قاعدة الاخرين

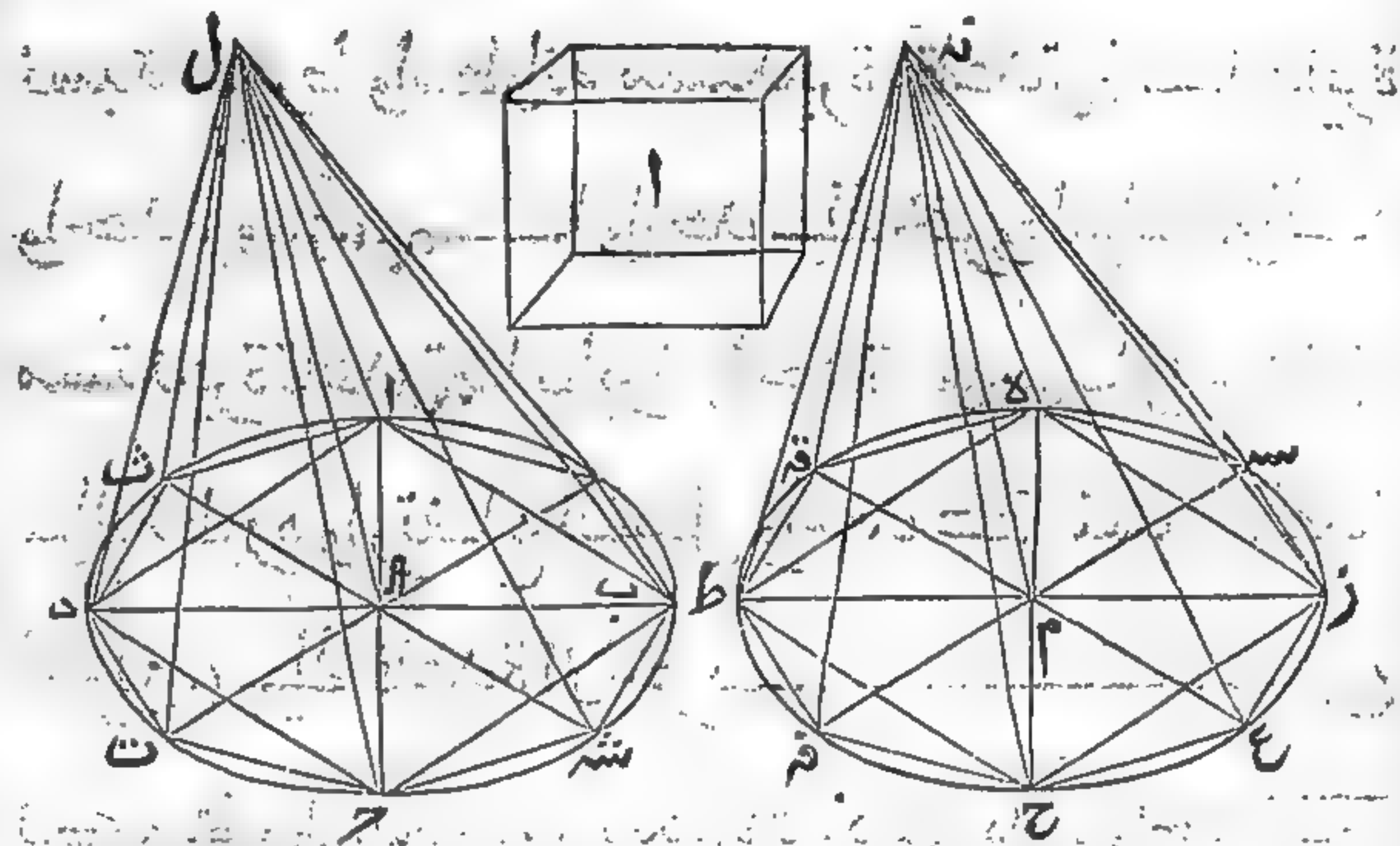
ليكن مخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دائرة واحدة  $أ ب$  جد  
وسهمهما  $أ ل$  ومخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دائرة واحدة  $أ م ر$  ح  
وسهمهما  $أ ن$  وارتفاع كل واحد منهما بقدر واحد فاقول ان نسبة  
مخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دائرة واحدة  $أ ب$  جد الى مخروط



واسطوانة مستديرة قاعدتهما دائرة واحدة  $أ م ر$  ح كنسبة دائرة  $أ ب$  جد الى  
دائرة  $أ م ر$  ح كل لنظيره برهانه فان لم يكن النسبة كذلك لكانت  
نسبة دائرة  $أ ب$  جد الى دائرة  $أ م ر$  ح كنسبة مخروط  $أ ب$  جد الى  $م ج$   
اصغر من مخروط  $أ م ر$  ح او اعظم وليكن اولا الى  $م ج$  اصغر وليكن  
مجم



جسم آ فترسم في دائرة مخرج ط مربع مخرج ط بالشكل السادس من  
الرابعة وتصل بين نقطة ن وبين كل واحدة من نقط مخرج ط بخط  
مستقيم فيحدث مخروطان مصلعان على قاعدتي مخرج ط وبارتفاع  
المخروط المستديرهما اعظم من نصف قطعة مخروط مخرج ط من الكائنة



علي مربع مخرج ط ما بيننا في الشكل التاسع وننصف القسي التي اوتارها  
اضلاع مربع مخرج ط علي نقط س ع ف ف بالشكل التاسع والعشرين من  
الثالثة ونصل اوتار هـ س س م م ع ع ح ح ف ف ط ط ق ق ف فهي تقع داخل  
الدائرة بالشكل الثاني من الثالثة ونصل بين نقطة ن وبين كل واحدة  
من النقط الحادثة فيحدث اربعة مخاريط مثلثات هـ س م م ع ع ح ح ف ف ط  
ط ق ق هـ كل منها اعظم من نصف قطعة المخروط المستدير الكائنة علي  
قاعدة من المثلثات المذكورة لما تقدم في الشكل التاسع فلو ساكننا هذه  
الطريقة فانه سبقي من المخروط المستدير بقايا هي اقل من جسم آ بالشكل  
الاول من العاشرة ولتكن هي قطع هـ س س م م ع ع ح ح ف ف ط ط ق ق هـ من  
دائرة مخرج ط ونصل بين نقطة م وكل واحدة من نقط الزوايا الكائنة  
علي محيط دائرة مخرج ط ونرسم في دائرة ا ب ح د كثير الاضلاع  
ارب شه ح ت د وعلبه مخروطا مصلعا بارتفاع مخروط ا ب ح د ل كما عملنا  
في دائرة مخرج ط عليها ولان الزوايا المتناظرة من قاعدتي ارب شه ح ت د  
هـ س م م ع ع ح ح ف ف ط ط ق ق هـ متساوية فاضلاعها المتناظرة متناسبة بالشكل الرابع من  
السادسة فهي متشابهة فنسبة دائرة ا ب ح د الي دائرة مخرج ط كنسبة مربع  
قطر ب د الي مربع قطر ز ط بالشكل الثاني ونسبة قاعدة ارب شه ح ت د  
الي قاعدة هـ س م م ع ع ح ح ف ف ط ط ق ق هـ كنسبة مربع قطر ب د الي مربع قطر ز ط  
بالشكل الاول في الشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دائرة ا ب ح د الي  
دائرة مخرج ط كنسبة قاعدة ارب شه ح ت د الي قاعدة هـ س م م ع ع ح ح ف ف ط ط ق ق هـ  
كنسبة

كنسبة مربع قطر ب د الي مربع قطر ز ط بالشكل الاول في الشكل الحادي  
عشر من الخامسة نسبة دائرة ا ب ح د الي دائرة مخرج ط كنسبة  
قاعدة ارب شه ح ت د الي قاعدة هـ س م م ع ع ح ح ف ف ط ط ق ق هـ ونسبة مخروط  
ارب شه ح ت د الي مخروط هـ س م م ع ع ح ح ف ف ط ط ق ق هـ كنسبة قاعدة  
ارب شه ح ت د الي قاعدة هـ س م م ع ع ح ح ف ف ط ط ق ق هـ كنسبة مخروط  
ارب شه ح ت د الي مخروط هـ س م م ع ع ح ح ف ف ط ط ق ق هـ وكانت نسبة مخروط  
الي ح د الي الجسم آ كنسبة دائرة ا ب ح د الي دائرة مخرج ط في الشكل  
الحادي عشر من الخامسة نسبة مخروط ارب شه ح ت د الي مخروط  
هـ س م م ع ع ح ح ف ف ط ط ق ق هـ كنسبة مخروط ا ب ح د الي الجسم آ وبالابدال  
نسبة مخروط ارب شه ح ت د الي مخروط ا ب ح د الي مخروط ا ب ح د كنسبة  
مخروط هـ س م م ع ع ح ح ف ف ط ط ق ق هـ الي الجسم آ بالشكل الحادي عشر من  
الخامسة لكن مخروط ارب شه ح ت د الي لما بيننا في التاسع بمخروط  
هـ س م م ع ع ح ح ف ف ط ط ق ق هـ اصغر من جسم آ وكان اعظم منه هذا خلف فليست  
نسبة دائرة ا ب ح د الي دائرة مخرج ط كنسبة مخروط ا ب ح د الي الجسم  
اصغر من مخروط مخرج ط ولا الي الجسم اعظم منه والا لكانت نسبة  
دائرة ا ب ح د الي دائرة مخرج ط كنسبة مخروط ا ب ح د الي الجسم  
اعظم من مخروط مخرج ط م ولبكن هو جسم آ في الخلاف والتقديم  
نسبة الجسم آ الي مخروط ا ب ح د كنسبة دائرة مخرج ط الي دائرة  
ا ب ح د ولبكن هو نسبة مخروط مخرج ط م الي الجسم آ كنسبة  
دائرة مخرج ط الي دائرة ا ب ح د في الشكل الحادي عشر من الخامسة  
نسبة الجسم آ الي مخروط ا ب ح د كنسبة مخروط مخرج ط م الي  
الي الجسم آ لكن الجسم آ اعظم من مخروط مخرج ط م فمخروط ا ب ح د ل  
اعظم من ذلك الجسم بالشكل الرابع عشر من الخامسة فندبر مثل ما  
دبرنا ونبين الخلف بمثل ما بيننا فليست دائرة ا ب ح د الي دائرة مخرج ط  
كنسبة مخروط ا ب ح د الي الجسم اصغر او اعظم من مخروط مخرج ط م  
لكن الي الجسم مساو لمخروط مخرج ط م ونسبة مخروط ا ب ح د الي مخروط  
مخرج ط م كنسبة الي الجسم مساو لمخروط مخرج ط م بالشكل السابع من  
الخامسة في الشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دائرة ا ب ح د الي  
دائرة مخرج ط كنسبة مخروط ا ب ح د الي مخروط مخرج ط م وبمثله  
الحكم في الاسطوانة . او نقول نسبة الاجزاء كنسبة الاضلاع وذلك  
ما اردنا ان نبين

مقدمة

كل مخروطين مستديرين علي دائرة واحدة في

جهة







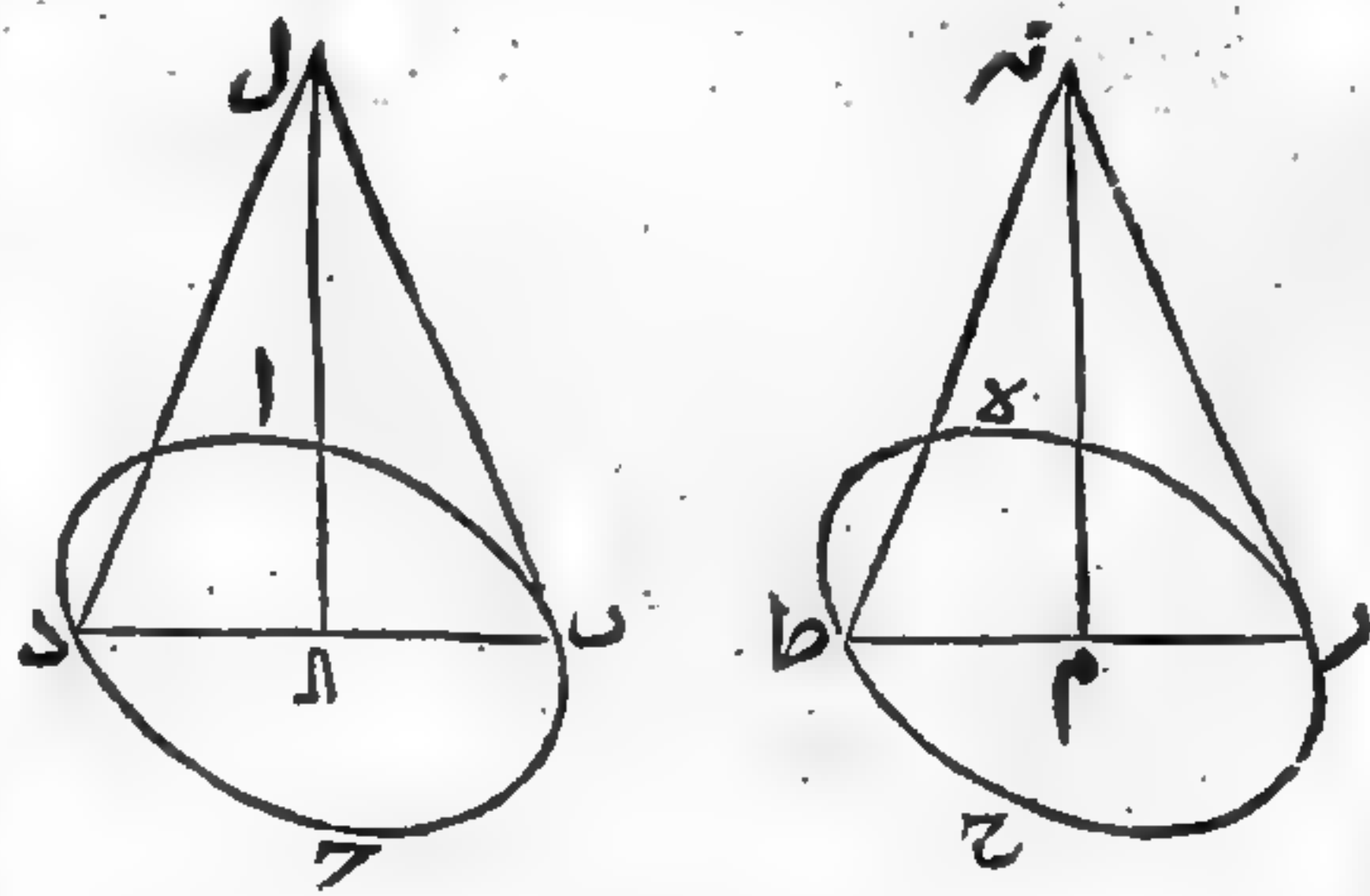
الي مخروط  $هـ$   $م$   $س$  المستدير ومثله تبين اذا كان يدل المخروطين اسطوانتان مستديرتان الا انا نبذل المخاريط بالناشر او تبين بالشكل الخامس عشر من الخامسة فان نسبة الاجزاء كنسبة الاضلاع المتساوية العدة وذلك ما اردنا ان نبين

يب

كل مخروطين مستديرين واسطوانتين مستديرتين فان كانا متساويتين كانت قاعدتهما مكافيتين لارتفاعهما وان كانت قاعدتهما مكافيتين لارتفاعهما كانا متساويتين

لتكن قاعدة احد المخروطين او الاسطوانتين دائرة  $ا ب ح د$  وسهمه  $ا ل$  وقاعدة الاخر دائرة  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  وسهمه  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  فاقول ان مخروط  $ا ب ح د$   $ا ل$  او اسطوانته ان كانا مساويا لمخروط  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  او اسطوانته كل نظره كانت نسبة قاعدة  $ا ب ح د$  الى قاعدة  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  كنسبة ارتفاع  $م$   $ن$  الى ارتفاع  $ا ل$  وبالعكس برهانه فلان مخروط  $ا ب ح د$   $ا ل$  ان كان مساويا لمخروط  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$   $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  فلا يخلو اما ان يكون ارتفاع  $ا ل$  مساويا لارتفاع  $م$   $ن$  او لمكان كانا الارتفاعان متساويتين فنسبة المخروط الى المخروط حينئذ تكون لنسبة

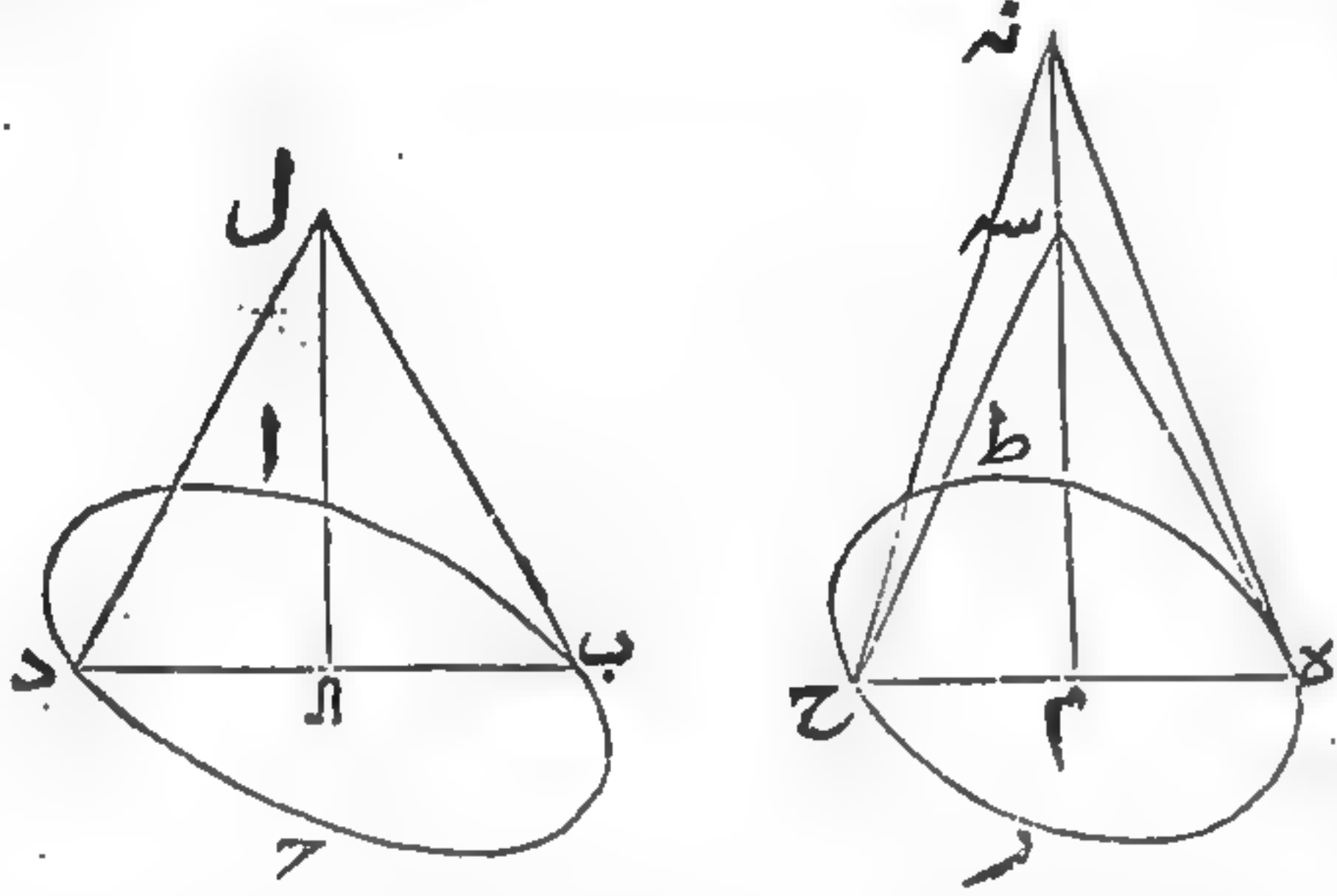
القاعدة الى القاعدة النظير من النظير بالشكل المتقدم والمخروطان متساويان بالغرض فالقاعدتان متساويتان



والارتفاعان متساويان بالغرض فنسبة قاعدة  $ا ب ح د$  الى قاعدة  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  كنسبة ارتفاع  $م$   $ن$  الى ارتفاع  $ا ل$  ومثله تبين في الاسطوانتين ان كان ارتفاعهما متساويين وان لم يكن ارتفاع  $ا ل$  كارتفاع  $م$   $ن$  وليكن ارتفاع  $م$   $ن$  اعظم من ارتفاع  $ا ل$  فنصل من  $م$   $ل$   $م$   $س$  مساويا لارتفاع  $ا ل$

ال بالشكل الثالث من الاول ونصل بين نقطة  $هـ$  مثلا وبين كل واحدة من نقطتي  $م$   $س$  بخط مستقيم فيحدث مثلث  $هـ$   $م$   $س$  زاوية  $هـ$   $م$   $س$  منه قائمة منثبت ضلع  $م$   $س$  وندير المثلث الى ان يعود الى وضعه الاول فيحدث مخروط  $هـ$   $م$   $س$  المستدير مساويا لارتفاعه لارتفاع مخروط

ا ب ح د  $ا ل$  فنسبة قاعدة ا ب ح د الى قاعدة  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  كنسبة مخروط  $ا ب ح د$  الى مخروط  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  بالشكل المتقدم لان ارتفاعهما

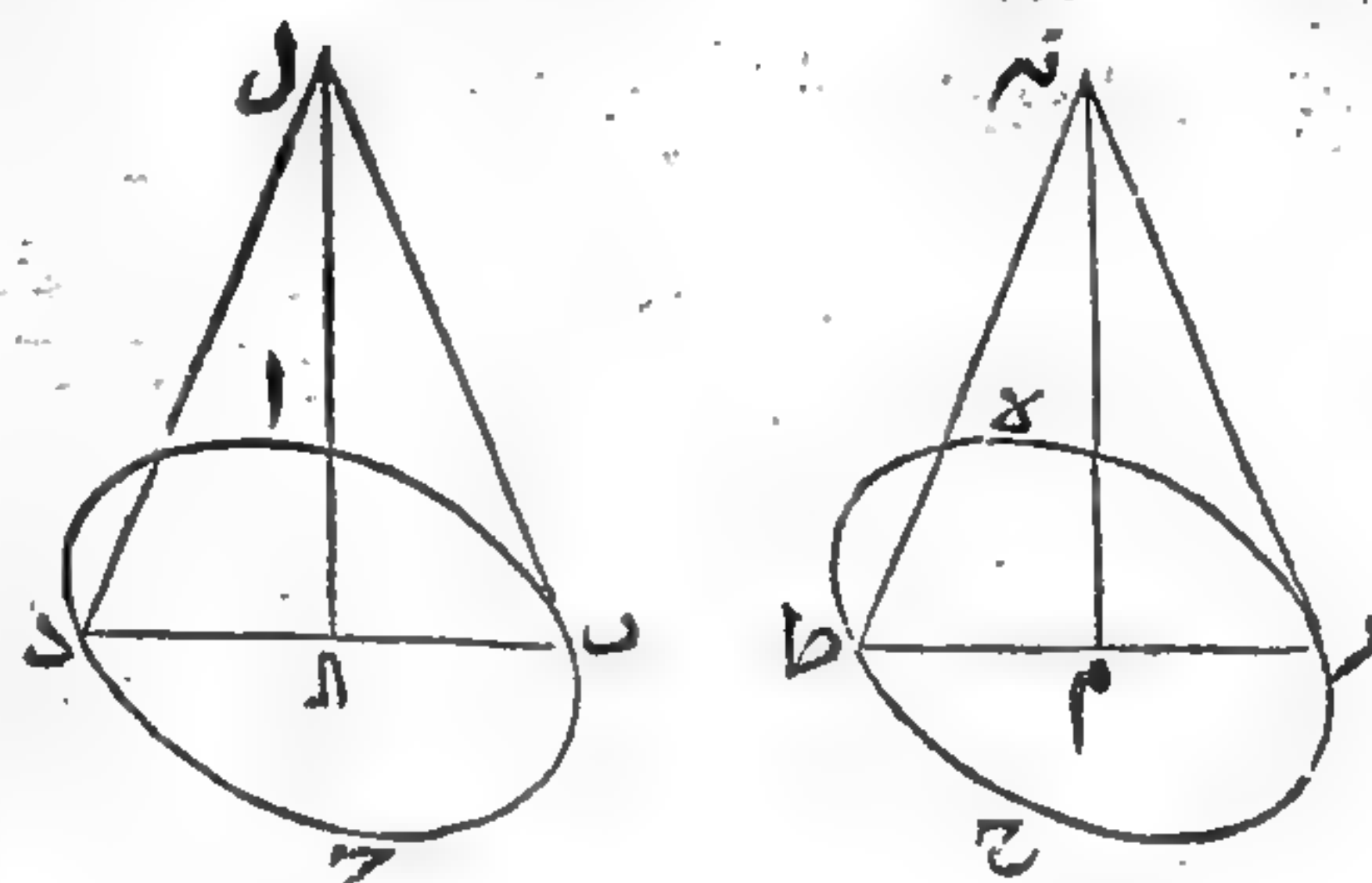


متساويان ونسبة مخروط  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  الى مخروط  $هـ$   $م$   $س$  كنسبة مخروط  $ا ب ح د$  الى مخروط  $هـ$   $م$   $س$  بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قاعدة  $ا ب ح د$  الى قاعدة  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  كنسبة مخروط  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  الى مخروط  $هـ$   $م$   $س$  ونسبة  $م$   $ن$  الى  $م$   $س$  كنسبة مخروط  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  الى مخروط  $هـ$   $م$   $س$  بالمقدمة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قاعدة  $ا ب ح د$  الى قاعدة  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  كنسبة  $م$   $ن$  الى  $م$   $س$  ونسبة  $م$   $ن$  الى  $ا ل$  كنسبته الى  $م$   $س$  بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قاعدة  $ا ب ح د$  الى قاعدة  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  كنسبة  $م$   $ن$  الى  $ا ل$  وبالعكس وهو ان يكون نسبة قاعدة  $ا ب ح د$  الى قاعدة  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  كنسبة ارتفاع  $م$   $ن$  الى ارتفاع  $ا ل$  فان كان الارتفاعان متساويين تكونا القاعدتان متساويتين ونسبة مخروط  $ا ب ح د$  الى مخروط  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  كنسبة قاعدة  $ا ب ح د$  الى قاعدة  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  المتساويتين بالشكل المتقدم فالمخروطان متساويان وان لم تكن الارتفاعان متساويين وليكن  $م$   $ن$  اعظمهما فنصل منه  $م$   $س$  مساويا لارتفاع  $ا ل$  بالشكل الثالث من الاول ونصل بين كل واحدة من نقطتي  $م$   $س$  وبين نقطة  $هـ$  بخط مستقيم فيحدث مثلث  $هـ$   $م$   $س$  منثبت ضلع  $م$   $س$  وندير المثلث الى ان يعود الى وضعه الاول فيحدث مخروط  $هـ$   $م$   $س$  المستدير فنسبة مخروط  $ا ب ح د$  الى مخروط  $هـ$   $م$   $س$  كنسبة قاعدة  $ا ب ح د$  الى قاعدة  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  ونسبة  $م$   $ن$  الى  $ا ل$  كنسبة قاعدة  $ا ب ح د$  الى قاعدة  $هـ$   $م$   $ن$   $ط$  فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مخروط  $ا ب ح د$  الى مخروط  $هـ$   $م$   $س$  كنسبة  $م$   $ن$  الى  $ا ل$  ونسبة  $م$   $ن$  الى  $م$   $س$  كنسبته الى  $ا ل$  بالشكل السابع



السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مخروط  
احال الى مخروط ه ح م م م كنسبة م م م الى م م م ونسبة مخروط ه ح م م م

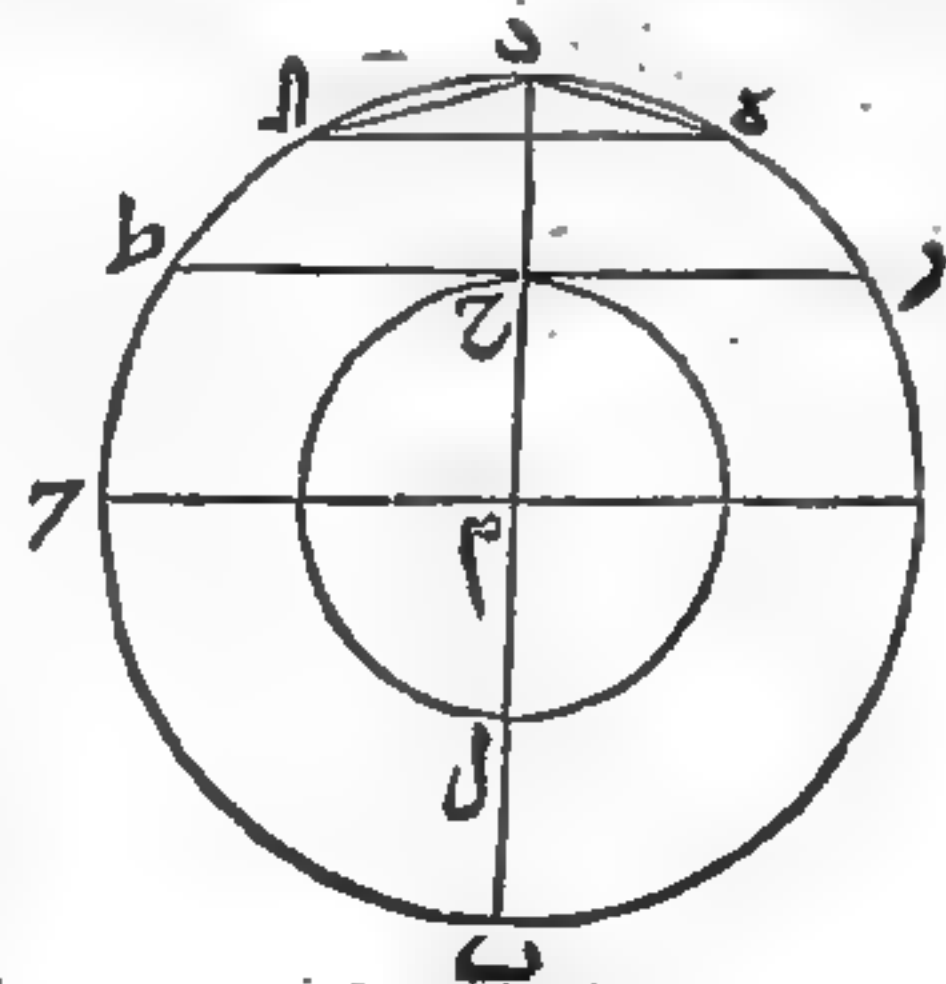
الى مخروط  
ه ح م م م كنسبة  
م م م الى م م م  
بالمقدمة  
فبالشكل  
الحادي عشر  
من الخامسة  
نسبة مخروط  
اب ح الى  
مخروط ه ح م م م



كنسبة مخروط ه ح م م م الى مخروط ه ح م م م فمخروط ا ح ل يساو مخروط  
ه ح م م م بالشكل التاسع من الخامسة ويمثل ما بيننا في الاسطوانتين  
مستديرتين ونبدل المخاريط بالناشير او نبين بان نسبة الاجزاء كنسبة  
الاضلاع بالشكل الخامس عشر من الخامسة وذلك ما اردنا ان نبين

كل دائرتين على مركز واحد احديهما اعظم من  
الآخر فان لنا ان نرسم في اعظمهما شكلا كثير  
الاضلاع لا يماس الدائرة الصغرى ولا يفصلها  
الى قطعتين

ليكن دايرتا ا ب ح ح ل على مركز م ودائرة ا ب ح ح م اعظمها فاقول  
لنا ان نرسم فيها شكلا كثيرا الاضلاع  
لا يماس دايرة ح ل برهانه نصل بين  
نقطتي ا م بخط مستقيم ونخرجه على  
استقامته في جهة م الى ان ينتهي الى  
محيط ا ب ح ح م ولينته الى نقطة ح ونخرج  
من نقطة م الى ا عمودا بالشكل  
الحادي عشر من الاول ونخرجه في  
جهته على استقامته الى ان ينتهي الى  
محيط الدايرة العظمى ولينته الى نقطتي ب د وليقطع محيط الدايرة  
الصغرى



الصغرى على نقطتي ح ل ونخرج من نقطة ح على قطر ح ل عمود م ح  
بالشكل الحادي عشر من الاول فهو يماس دايرة ح ل على نقطة ح باستبانة  
الشكل الخامس عشر من الثالثة ونخرجه في جهته الى ان ينتهي الى  
محيط العظمى على نقطتي ر ط وننصف قوسي ا د وننصف ا ح د نصفه  
وهكذا دايم بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة الى ان يبقى قوس  
اقل من قوسي ر د بالشكل الاول من العاشرة وليكن ه قوس ه د ونخرج  
من نقطة ه خطا موازيا لخط ر ط بالشكل الواحد والثلاثين من الاول  
وليقطع محيط دايرة ا ب ح ح ل على نقطة ا فهو لا يماس دايرة ح ل ونصل د ه  
خط مستقيم فهو يقع داخل دايرة ا ب ح ح ل بالشكل الثاني من الثالثة فخط  
د ه لا يماس دايرة ح ل بالطريق الاول ولان قوس د ه تقدر محيط ا د فهي  
بقدر محيط دايرة ا ب ح ح ل ونفصل محيط دايرة ا ب ح ح ل بامثال قوس د ه  
بان نرسم على نقطة د وببعد د دايرة وعلى نقطة ه وبذلك البعد ايضا  
دايرة اخرى وهكذا الى ان نتعرف جميع المحيط ونفصل اوتار تلك  
القسي فتكون متساوية فقي تلك الاوتار متساوية بالشكل السابع  
والعشرين من الثالثة فيكون قد رسمنا في دايرة ا ب ح ح ل شكلا كثيرا  
الاضلاع لا يماس دايرة ح ل ضلعه من اضلاعه وذلك ما اردنا ان نبين

كل كرتين عظمي وصغرى على مركز واحد في  
الوضع فان لنا ان نرسم في العظمي مجسما كثير  
القواعد لا يماس قواعد محيط الصغرى ولا يفصله  
الى قطعتين

ليكن كرتان على مركز ا وليفصلها سطح ا ب ح ح م المستوي وليمر على نقطة  
ا فبنصف كل واحدة منهما ونصل بين نقطتي ب ا بخط مستقيم وليمر  
على محيط الصغرى على نقطة ن وندير خط ب ن في سطح ا ب ح ح م بحيث  
يلازم نقطة ب محيط العظمى ونقطة ن محيط الصغرى الى ان يعود الى  
وضعه الاول فيحدث من مبر نقطتي ب ن على محيط الكرتين دايرتا ا ب ح ح م  
ح ن ح ط ونخرج ب ا في جهة ا على استقامته الى ان ينتهي الى محيط  
العظمى على نقطة د والى محيط الصغرى على نقطة ط ونخرج من نقطة  
ا على قطر ب د عمودا بالشكل الحادي عشر من الاول ونخرجه في جهة  
ا الى ان ينتهي الى محيط العظمى على نقطة ح وعلى محيط الصغرى على  
نقطة ح ونرسم في دايرة ا ب ح ح م سطحا كثيرا الاضلاع لا يماس دايرة ه ح ط  
ولا



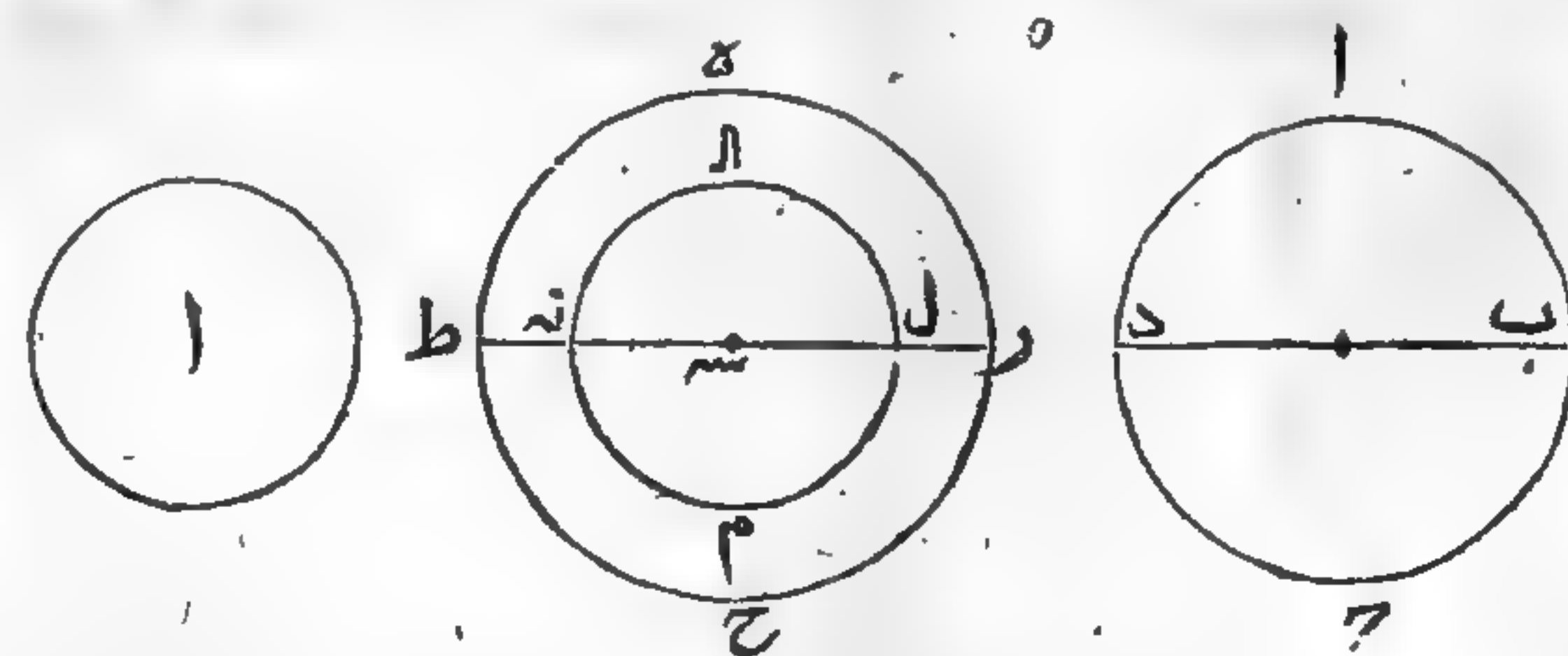




تلك المخاريط . ولان عدد القواعد في الجسمين متساويين ونسبة اضلاع قواعد احد الجسمين من الدوائر الواقعة في كرتيه كنسبة اضلاع قواعد الجسم الآخر النظائر الي الدوائر الواقعة في كرتيه وزوايا السطوح المحيطة بتلك ايضا متساوية لانها تقع علي قسي متشابهة فتكون المخاريط الواقعة في الجسمين متشابهة وقاعدة كل مخروط من تلك المخاريط مثلث ضلعان من كل مثلث من تلك المثلثات نصفا قطر الكرة ونسبة كل مخروط مثلث القاعدة الي مخروط آخر كذلك كنسبة ضلع من اضلاع قاعدته الي نظيره من اضلاع قاعدة الآخر مثلثة بالتكرير بالشكل الثامن فنسبة مخروط احد الجسمين الي مخروط نظيره من الجسم الآخر كنسبة نصف قطر كرتيه الي نصف قطر كرة الجسم الآخر مثلثة بالتكرير ونسبة الاضلاع متساوية العدة كنسبة الاجزاء بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة مخروط من احد الجسمين الي مخروط آخر نظيره من الجسم الآخر كنسبة قطر كرتيه الي كرة الجسم الآخر مثلثة بالتكرير ونسبة مقدم واحد الي تاليه كنسبة جميع المقدمات الي جميع التوالي بالشكل الثالث عشر من الخامسة فنسبة احد الجسمين الي الجسم الآخر كنسبة قطر كرتيه الي قطر كرة الآخر مثلثة بالتكرير . وذلك ما اردنا ان نبين

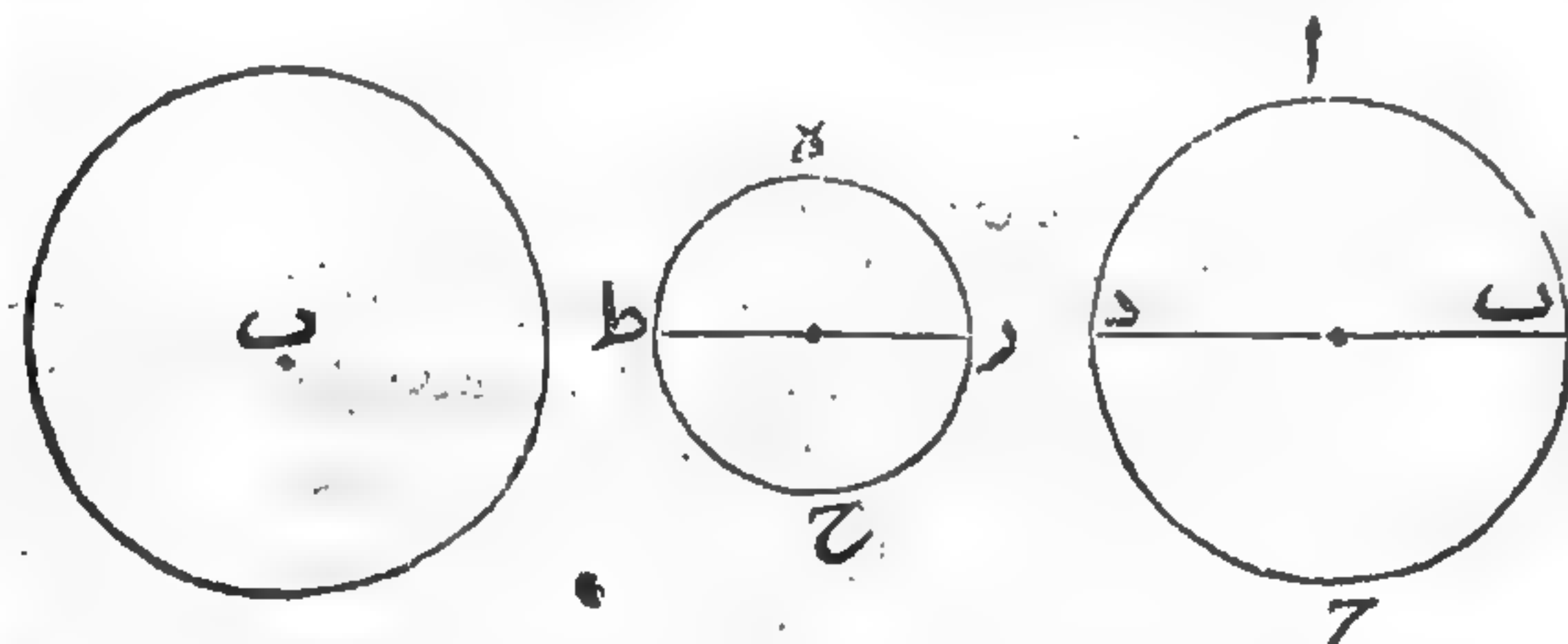
كل كرتين نسبة احديهما الي الاخرى كنسبة قطرها الي قطر الكرة الاخرى مثلثة بالتكرير

ليكن  $AB$  و  $مرح ط$  كرتين قطر احدهما  $ب د$  وقطر الاخرى  $ر ط$  فاقول ان نسبة كرة  $أ ب د$  الي كرة  $مرح ط$  كنسبة قطر  $ب د$  الي قطر  $ر ط$  مثلثة



بالتكرير . برهانه فلانه لو لم تكون نسبة كرة  $أ ب د$  الي كرة  $مرح ط$  كنسبة قطر  $ب د$  الي قطر  $ر ط$  مثلثة بالتكرير لكانت نسبة كرة  $أ ب د$  الي كرة أخرى اصغر من كرة  $مرح ط$  او اعظم منها كنسبة قطر  $ب د$  الي قطر  $ر ط$

رط مثلثة بالتكرير وليكن  $أ ب د$  الي كرة اصغر من كرة  $مرح ط$  وليكن  $ي$  كرة وليكن نقطة  $س$  مركز كرة  $مرح ط$  فنصل  $س ي$  ونسأل سة مساويا لنصف قطر كرة  $أ$  ونجعل نقطة  $س$  مركز وندير عليه لانه نصف دائرة  $ال م ن$  ونديره الي ان يعود الي وضعه الاول فيحدث كرة  $ال م ن$  مساوية لكرة  $أ$  ونرسم في كرة  $مرح ط$  مجسما كثير القواعد بحيث لا تماس كرة  $ال م ن$  ولا يفصلها ونرسم في كرة  $أ ب د$  مجسما آخر كثير القواعد فتكون نسبة الجسم المعول في كرة  $أ ب د$  الي الجسم المعول في كرة  $مرح ط$  كنسبة  $ب د$  الي  $ر ط$  مثلثة بالشكل المتقدم فكانت نسبة كرة  $أ ب د$  الي كرة  $أ$  كنسبة  $ب د$  الي  $ر ط$  مثلثة وبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة كرة  $أ ب د$  الي كرة  $أ$  كنسبة الجسم المعول في كرة  $أ ب د$  الي الجسم المعول في كرة  $مرح ط$  فنسبة كرة  $أ ب د$  الي الجسم المعول في كرة  $أ ب د$  كنسبة كرة  $أ$  الي الجسم المعول في كرة  $مرح ط$  بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن كرة  $أ ب د$  اعظم من الجسم المعول في كرة  $أ ب د$  فكرة  $أ ب د$  اعظم من الجسم المعول في كرة  $مرح ط$  هذا خلف لانه الجسم المعول في كرة  $مرح ط$  اعظم من كرة  $ال م ن$  فهو اعظم من كرة  $أ$  ايضا فليست نسبة  $ب د$  الي  $ر ط$  مثلثة كنسبة كرة  $أ ب د$  الي كرة اصغر من كرة  $مرح ط$  . ولا الي كرة اعظم من كرة  $مرح ط$  والا فليكن كنسبتها الي كرة اعظم من كرة  $مرح ط$  وليكن  $ي$  كرة  $ب$  فبالخلاف نسبة  $مرط$  الي  $ب د$  مثلثة كنسبة كرة  $ب$  الي كرة  $أ ب د$  وليكن

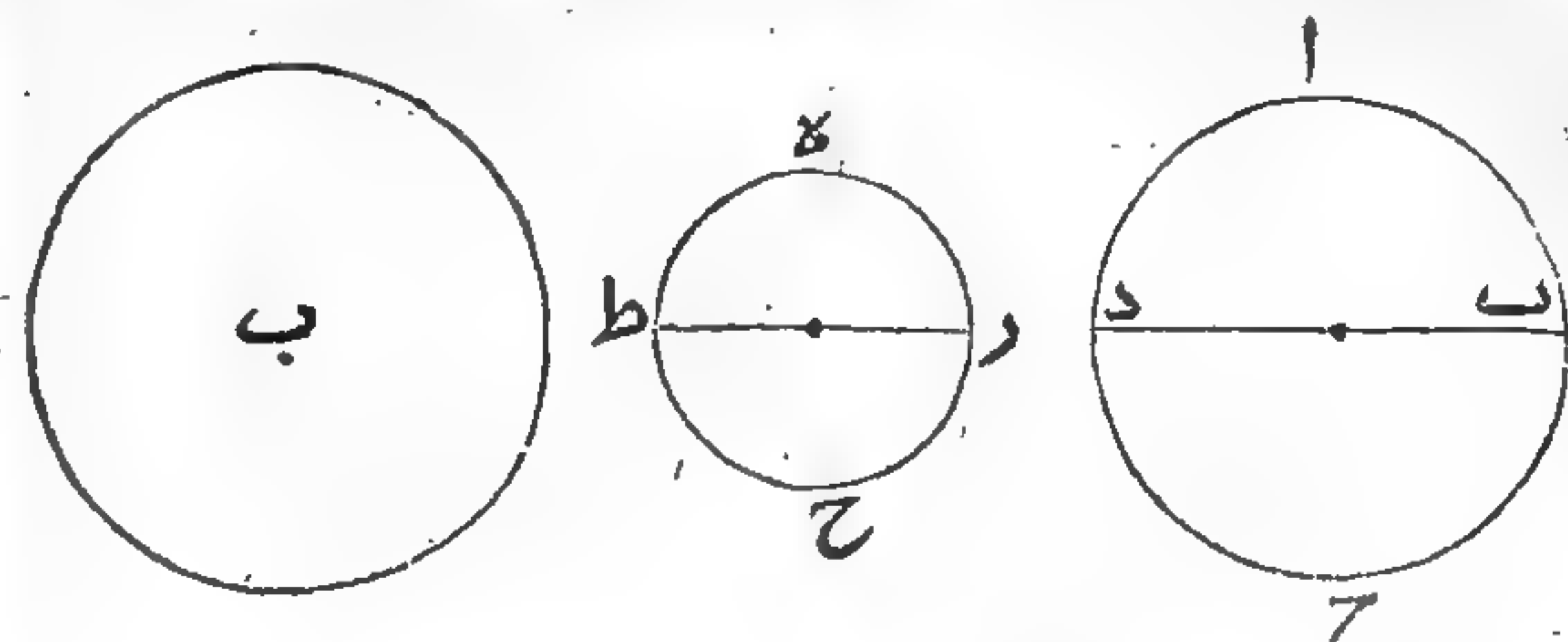


نسبة كرة  $مرح ط$  الي كرة أخرى كنسبة  $ر ط$  الي  $ب د$  فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة كرة  $ب$  الي كرة  $أ ب د$  كنسبة كرة  $مرح ط$  الي كرة  $ب$  لكن كرة  $ب$  اعظم من كرة  $مرح ط$  فكرة  $أ ب د$  اعظم من كرة  $ب$  بالشكل الرابع من الخامسة فندير مثل ما دبرنا وندين الخلف بمثل ما بينا فنسبة كرة  $أ ب د$  الي كرة  $مرح ط$  كنسبة قطر  $ب د$  الي قطر  $ر ط$  مثلثة بالتكرير وذلك ما اردنا ان نبين

وقد اورد علي قوله لو لم تكون نسبة كرة  $مرح ط$  كنسبة قطر  $ب د$  الي قطر  $ر ط$  مثلثة لكانت نسبة كرة  $أ ب د$  الي كرة أخرى اعظم من كرة  $مرح ط$  كنسبة قطر  $ب د$  الي قطر  $ر ط$  مثلثة لكانت نسبة كرة  $أ ب د$  الي كرة أخرى



اخرى اعظم من كرة هـ ر ح ط او اصغر منها ان الملازمة غير بينه بل الملازمة البينه ان يقال لو لم تكن نسبة الكرة الى الكرة كنسبة قطر ب د الى



قطر ر ط مثلثة لكانت نسبة كرة آ ب ح د الى مجسم اصغر او اكبر من كرة هـ ر ح ط كما قال في نظائره لان النسبة من عوارض بالذات دون الاشكال فما لم يبرهن على امكان وجود كرة تساوي اي مجسم يفرض لا تثبت الكم بهذا الوجه والبرهان على امكان وجود ذلك مبني على اصول ابلونيوس المذكور في المخروطات اقول قال اقليدس في صدر المقالة الخامسة النسبة اضافة ما في القدرين مقدرين من جنس واحد وقال المقادير التي يقال ان بين بعضها وبعض النسبة هي التي قد يمكن اذا ضوعفت ان تفصل بعضها على بعض فالنسبة من عوارض المقادير المتناهية من حيث هي متناهية الى المقادير التي احاط بها حد او حدود واسمى بحد او حدود لان عوارض المقادير مطلقا والا لجار ان تفصل بعض المقادير الغير المتناهية على بعضها ان كانت من جنس واحد فبصير غير المتناهي متناهيا هذا خلف فلا وجه لمنع الملازمة ولان اقليدس لم يدع ان الملازمة بينه بل يدعي ان الملازمة صادقة غاية ما في الباب ان صدقها موقوف على بعض مسايل المخروطات من كتاب ابلونيوس ورسايل المخروطات مبني على مسايل كتاب اقليدس من غير دور لان المستعمل من كتاب اقليدس في كتاب المخروطات بين اول الكتاب الى اخر المقالة السادسة وشي يسير من المقالة الحادية عشر

## تمت المقالة الثانية عشر

ولله الحمد وحده على ما وافق وساعد



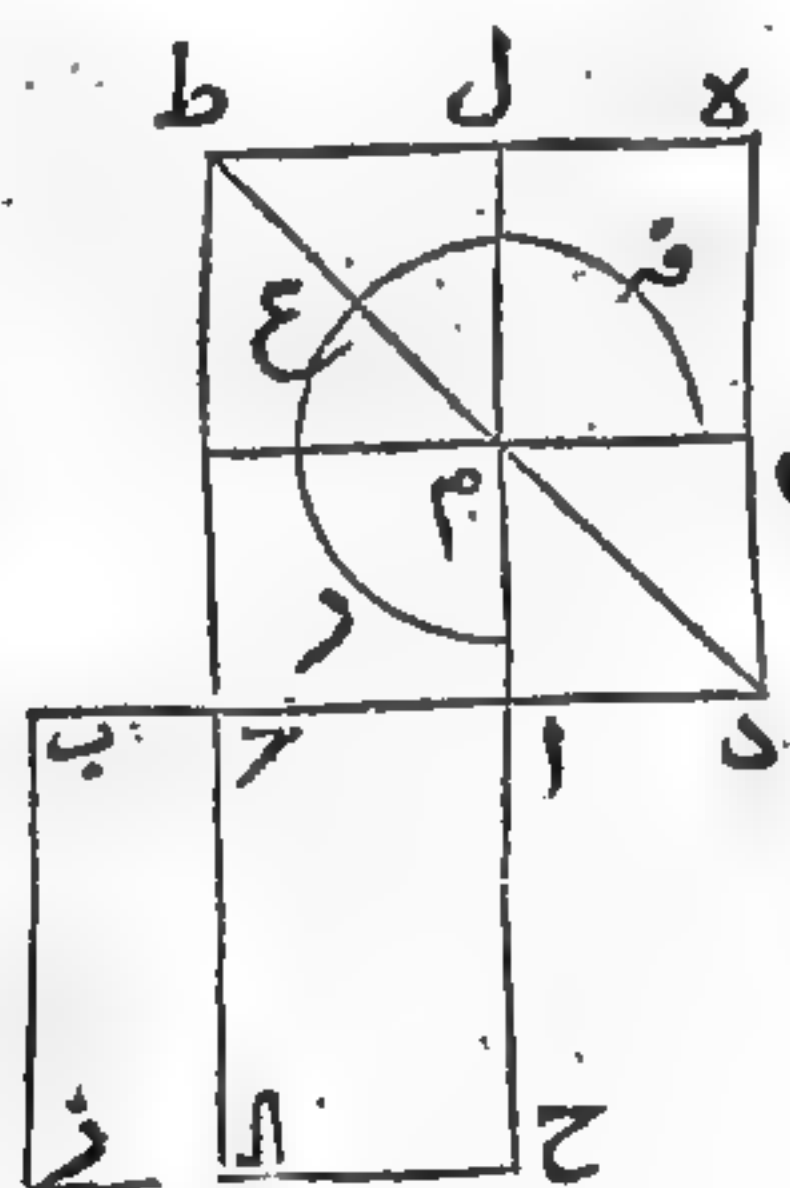
## المقالة الثالثة عشر في مثلثات

١

كل خط مستقيم محدود قسم على نسبة ذات وسط وطرفين وزيد على قسمه الاطول خط يساوي نصف الخط كله على استقامته فان مربع الخط الحادث منها يساوي خمسة امثال مربع نصف

الخط

ليكن الخط آ ب وقسم على ح على نسبة ذات وسط وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة وليكن قسمه الاطول آ ح ونزيد فيه على استقامته خط آ د مساويا لنصف خط آ ب فاقول ان مربع ح د خمسة امثال مربع آ د برهانه نرسم على كل واحد من خطي آ ب ح د مربعا

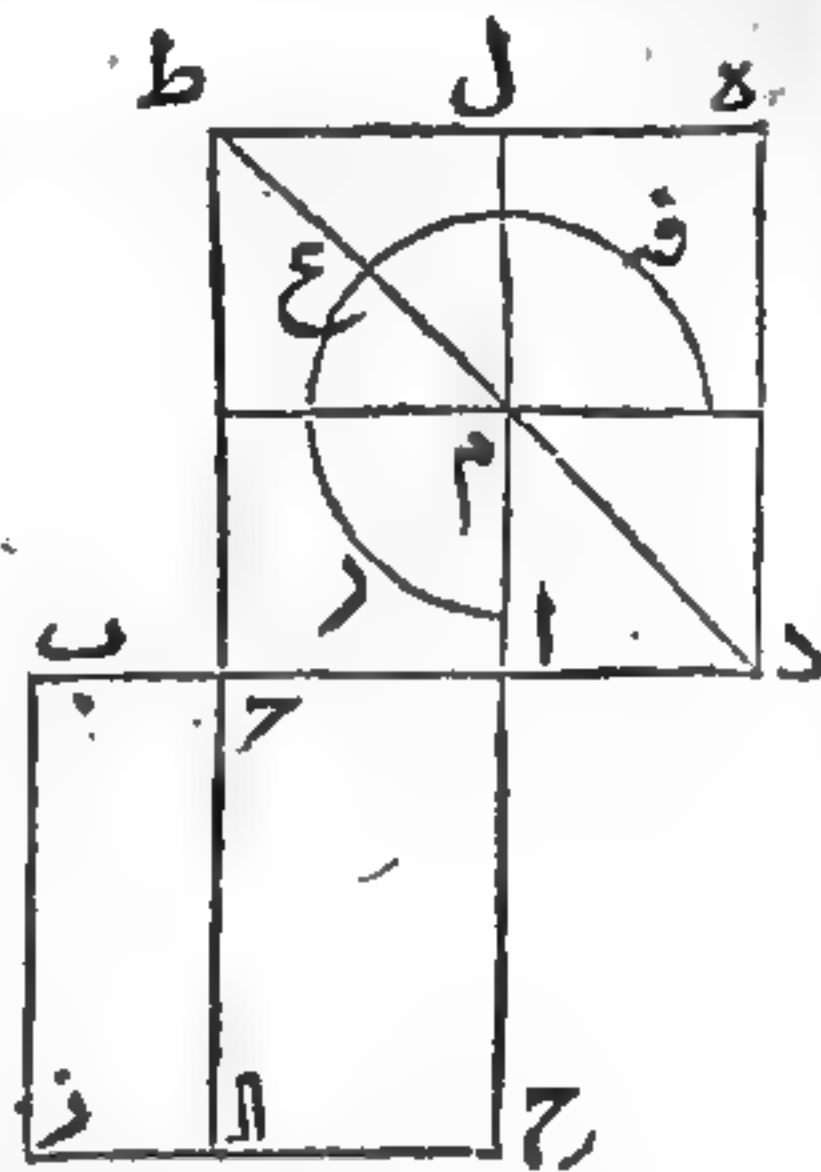


بالشكل التاسع والاربعين من الاولي وهما مربعا آ ز ح د ونخرج كل واحد من خطي آ ح ح ط على استقامته اما آ ح ففي جهة آ واما ح ط ففي جهة ح الى ان ينتهي آ ح الى ضلع ه ط على نقطة ل وح ط الى ضلع ح ز على نقطة ا ونخرج خط د ط فيجتاز على خط آل على نقط م ونخرج خطا موازيا لضع ح د بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي ونخرجه في جهته الى ان ينتهي الى ضلعي د ه ح ط على نقطتي ن س فلان

سطحي انه لسه مربعا باستبانة الشكل الرابع من الثامنة والاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي يكون ن م يساوي آ د وم س يساوي آ ح ولان سطح آخر مربع فخط آ ح يساوي آ ب وآ د يساوي آ م لكن آ ب يساوي ضعف آ د فآ ح يساوي ضعف آ م ونسبة سطح آل الى آ س كنسبة آ ح الى آ م بالشكل



بالشكل الاول من السادسة فسطح  $\overline{آ}$  يساوي ضعف سطح  $\overline{آس}$  فمما  
 هم  $\overline{آم}$  معا المتساويان بالشكل  
 الثالث والاربعين من الاول يساويان  
 سطح  $\overline{آ}$  وسط  $\overline{آز}$  وهو الحاصل من سطح  
 $\overline{ب}$  في  $\overline{آب}$  و  $\overline{آب}$  يساوي  $\overline{ب}$  فسطح  
 $\overline{آز}$  يساوي سطح  $\overline{آب}$  في  $\overline{آب}$  وهو مربع  
 $\overline{آ}$  المساوي لسطح  $\overline{م}$  فعلم  $\overline{آز}$  يساوي  
 مربع  $\overline{آز}$  وهو اربعة امثال مربع  $\overline{آ}$   
 فاذا اضفنا اليه مربع  $\overline{آ}$  حصل سطح  $\overline{آه}$   
 وهو مربع  $\overline{آه}$  خمسة امثال مربع  $\overline{آ}$   
 وذلك ما اردنا ان نبين

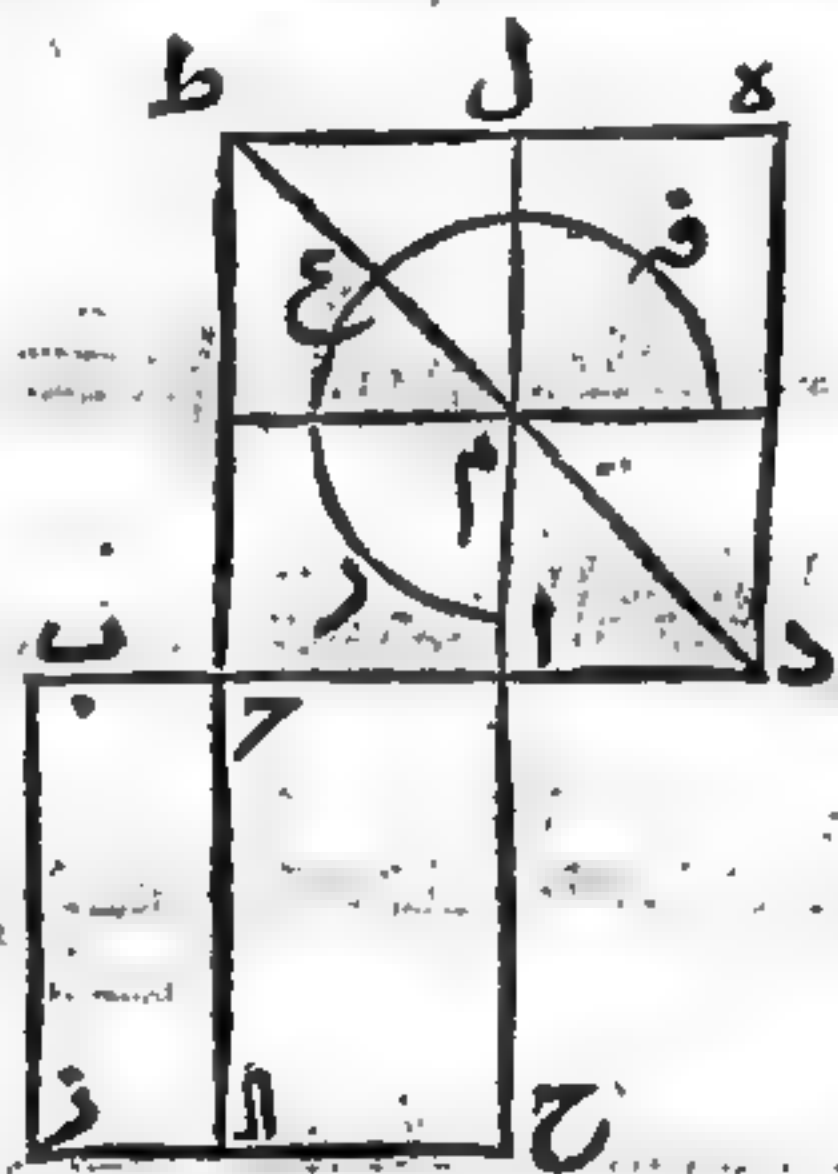


ونبين هذا الدعوي في شكل آخر بوجه آخر برهانه فلان  $\overline{آب}$  قسم علي  
 نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول  $\overline{آ}$  يكون سطح  $\overline{آب}$  في  $\overline{آ}$  مربع  
 $\overline{آ}$  فاجعل  $\overline{آب}$  في  $\overline{آ}$  مشتركا فيكون سطح  $\overline{آب}$  في  $\overline{آ}$  وسط  $\overline{آب}$  في  $\overline{آ}$  معا  
 المساوي لمربع  $\overline{آب}$  بالشكل الثاني من الثانية مساويا لمربع  $\overline{آ}$  وسط  $\overline{آب}$   
 في  $\overline{آ}$  لكن مربع  $\overline{آب}$  يساوي اربعة امثال  
 مربع  $\overline{آ}$  بحكم الشكل الرابع من الثانية لان  
 $\overline{آ}$  نصف  $\overline{آب}$  وسط  $\overline{آب}$  في  $\overline{آ}$  يساوي ضعف  
 سطح  $\overline{آ}$  في  $\overline{آ}$  بالشكل الاول من السادسة فضعف سطح  $\overline{آ}$  في  $\overline{آ}$  مع مربع  
 $\overline{آ}$  يساوي اربعة امثال مربع  $\overline{آ}$  فاجعل مربع  $\overline{آ}$  مشتركا فتكون خمسة  
 امثال مربع  $\overline{آ}$  يساوي مربعي  $\overline{آ}$  و  $\overline{آ}$  وضعف سطح  $\overline{آ}$  في  $\overline{آ}$  لكن مربع  $\overline{آ}$   
 $\overline{آ}$  وضعف سطح  $\overline{آ}$  في  $\overline{آ}$  مربع  $\overline{آ}$  بالشكل الرابع من الثانية فربع  $\overline{آ}$   
 يساوي خمسة امثال مربع  $\overline{آ}$  وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم محدود قسم بقسمين مختلفين  
 وكان مربعه خمسة امثال مربع احد قسميه وزيد  
 في القسم الاخر منه خط مستقيم علي استقامته  
 وكان الخط الحاصل منهما ضعف القسم الاول  
 فالخط الحادث الذي هو ضعف القسم الاول  
 مقسوم

مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول  
 القسم الثاني من الخط المقسوم بمختلفين

ليكن الخط المقسوم بمختلفين علي نقطة  $\overline{آ}$  خط  $\overline{آد}$  ومربعه خمسة  
 امثال مربع  $\overline{آ}$  ونريد في  $\overline{آ}$  علي استقامته خط  $\overline{ب}$  المستقيم فصار  $\overline{آب}$   
 ضعف  $\overline{آد}$  فاقول ان  $\overline{آب}$  مقسوم بنقطة  $\overline{آ}$  علي نسبة ذات وسط وطرفين  
 وقسمه الاول  $\overline{آ}$  برهانه نريه علي خطي  $\overline{آد}$   $\overline{آب}$  مربع  $\overline{آ}$  امثال  $\overline{آد}$  بالشكل



السابع والاربعين من الاول ونخرج  
 خطي  $\overline{آح}$   $\overline{آط}$  علي استقامتهما اما خط  
 $\overline{آح}$  في جهة  $\overline{آ}$  واما خط  $\overline{آط}$  في جهة  $\overline{آ}$   
 فليكن  $\overline{آح}$  الي ضلع  $\overline{آط}$  علي نقطة  $\overline{ل}$  وخط  
 $\overline{آط}$  الي  $\overline{آح}$  علي نقطة  $\overline{آ}$  ونخرج قطر  $\overline{آط}$   
 فيجتاز علي خط  $\overline{آل}$  بنقطة  $\overline{م}$  ونخرج منها  
 خطا يوازي ضلع  $\overline{آد}$  بالشكل الواحد  
 والثلاثين من الاول ونخرجه في جهته الي  
 ضلع  $\overline{آه}$  علي نقطتي  $\overline{آ}$   $\overline{س}$  فكل  
 من سطحي  $\overline{آم}$   $\overline{آس}$  مربع باستبانة الشكل

الرابع من الثانية فاح  $\overline{آب}$  يساوي  $\overline{آ}$  و  $\overline{آ}$  يساوي  $\overline{آ}$  فمربع  $\overline{آح}$  ضعف  $\overline{آم}$   
 ونسبة سطح  $\overline{آ}$  الي سطح  $\overline{آس}$  كنسبة  $\overline{آح}$  الي  $\overline{آم}$  بالشكل الاول من السادسة  
 واج ضعف  $\overline{آم}$  فسطح  $\overline{آ}$  ضعف سطح  $\overline{آس}$  ومنهما  $\overline{آم}$   $\overline{آس}$  المتساويان بالشكل  
 الثالث والاربعين من الاول ضعف سطح  $\overline{آس}$  فسطح  $\overline{آ}$  يساوي  $\overline{آم}$   $\overline{آس}$   
 $\overline{آم}$  وسط  $\overline{آ}$  مربع  $\overline{آ}$  وسط  $\overline{آه}$  مربع  $\overline{آه}$  خمسة امثال مربع  $\overline{آ}$  فعلم  $\overline{آه}$   $\overline{آم}$   
 اربعة امثال مربع  $\overline{آ}$  ومربع  $\overline{آب}$  اربعة امثال مربع  $\overline{آ}$  بحكم الشكل  
 الرابع من الثانية فربع  $\overline{آز}$  يساوي علم  $\overline{آز}$  فسطح  $\overline{آز}$  يساوي مربع  $\overline{آ}$   $\overline{آس}$   
 وضلع  $\overline{آ}$  يساوي  $\overline{آس}$  بالشكل الرابع والثلاثين من الاول فربع  $\overline{آ}$   
 المساوي لمربع  $\overline{آ}$   $\overline{آس}$  يساوي سطح  $\overline{آز}$  فسطح  $\overline{آز}$  الحاصل من سطح  $\overline{آ}$  في  $\overline{آ}$  و  $\overline{آ}$   
 يساوي  $\overline{آز}$  فسطح  $\overline{آز}$  يساوي سطح  $\overline{آب}$  في  $\overline{آ}$  وسط  $\overline{آب}$  في  $\overline{آ}$  يساوي  
 مربع  $\overline{آ}$  وسط  $\overline{آح}$  في  $\overline{آ}$  بالشكل الثالث من الثانية فاح اعظم من  $\overline{آ}$   
 خط  $\overline{آب}$  مقسوم علي نقطة  $\overline{آ}$  علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول  
 $\overline{آ}$  فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

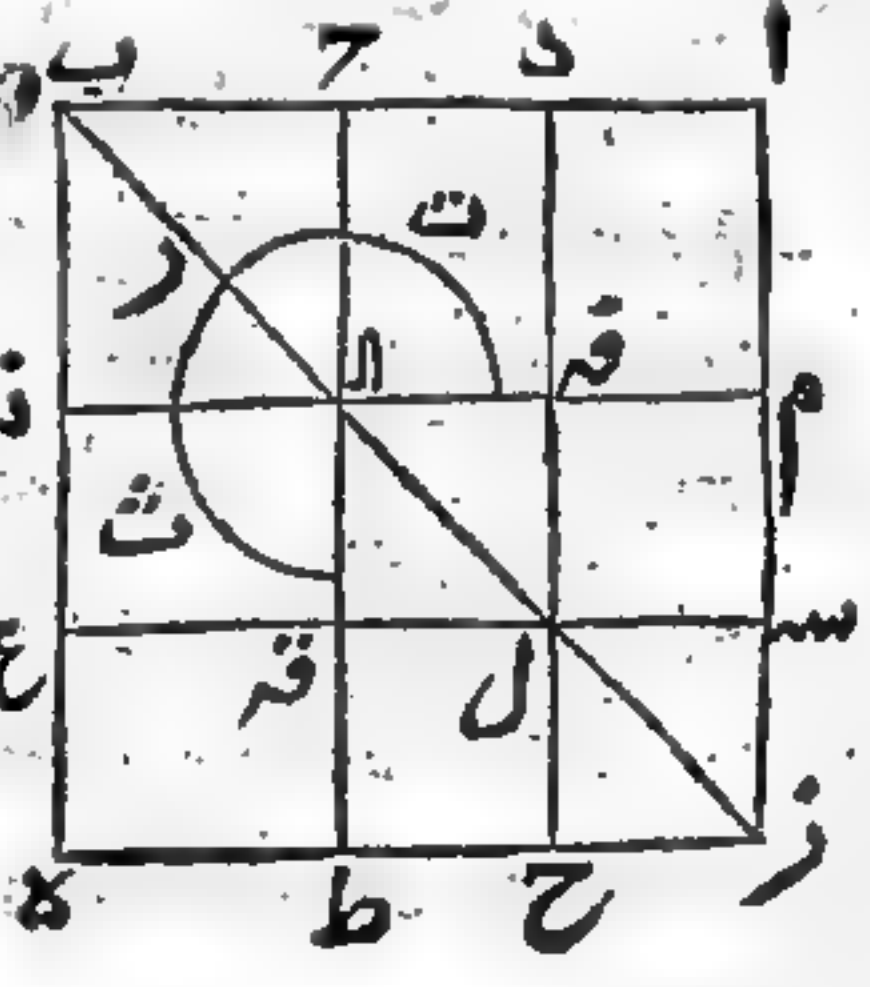
ونبين هذا الدعوي في شكل آخر بوجه آخر برهانه فلان مربع  $\overline{آ}$   
 يساوي مربعي  $\overline{آ}$  و  $\overline{آ}$  وضعف سطح  $\overline{آ}$  في  $\overline{آ}$  بالشكل الرابع من الثانية وهو  
 ايضا يساوي خمسة امثال مربع  $\overline{آ}$  بالفرض فاذا القينا من مربع  $\overline{آ}$  مربع  
 $\overline{آ}$



أدبني ضعف سطح أد في أ مع مربع أ مساويا لأربعة أمثال مربع أد  
ومربع أب أربعة أمثال مربع أد بحكم الشكل الرابع من الثانية وسط  
أب في أ مع سطح أب في ب يساوي مربع أب  
بالشكل الثاني من الثانية فبصير ضعف  
سطح أب في أ مع مربع أ مساويا لسطح أب  
في أ وسطح أب في ب فإذا القينا سطح أب في أ المشترك بيني سطح أب في  
ب مساويا لمربع أ وسطح أب في ب يساوي مربع ب وسطح أ في  
ب بالشكل الثالث من الثانية فربع أ أعظم من مربع ب واحد أعظم  
من ب فالحكم ثابت وذلك ما أردنا أن نبين

كل قسم على نسبة ذات وسط وطرفين وذلك  
نصف قسمه الأطول على قسمه الأصغر على استقامته  
فربع الخط الحادث منهما يساوي خمسة أمثال  
مربع نصف قسمه الأطول

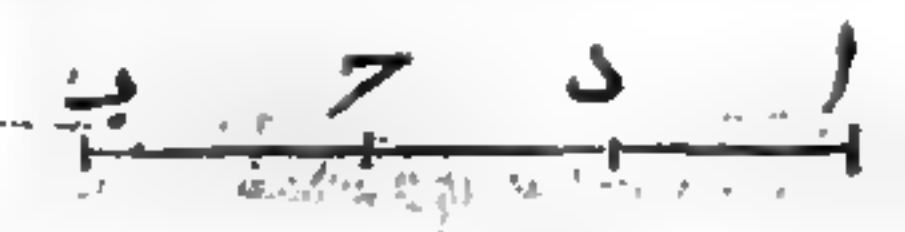
ليكن أب قسم على نسبة ذات وسط وطرفين بنقطة د وقسمه الأطول أ  
وتنصف أ على نقطة د بالشكل العاشر من الأول فقول أن مربع ب د  
يساوي خمسة أمثال مربع د برهانه نرسم على أب مربع أ ه بالشكل  
السادس والاربعين من الأول ونخرج من كل واحد من نقطتي د ح خطا  
يوازي ب ه بالشكل الواحد والثلاثين من  
الأول فيهما متوازيان وموازيان لخط أ ب  
بالشكل الثلاثين من الأول ونخرج منهما على  
استقامتهما إلى أن ينتهيا إلى خط ز ه على  
نقطتي ح ط ونخرج قطري ب ز فيجتاز على  
نقطتي أ ل من خطا ح ط د ح ونخرج منهما  
خطا ل ه موازيين لخط ه ب بالشكل  
الواحد والثلاثين من الأول فيهما  
متوازيان وموازيان لخط أب بالشكل  
الثلاثين من الأول ونخرجهما في جهتهما على استقامتهما إلى أن ينتهيا إلى  
إلى خطي أ ب ه على نقطتي م ن ولع إلى خطي ب ه أ على نقطتي س ع  
فيهر أن على خطي ح ط د ح على نقطتي ق و كل واحد من سطحي د ع م ط  
ق د



ق د سطح م ل ل ط مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ولأن الاضلاع  
المتقابلة من المستطوح المتوازية الاضلاع متساوية بالشكل الرابع  
والثلاثين من الأولي فخط أد يساوي كل واحد من خطي م ق س ل وخط  
د ه يساوي كل واحد من خطي ق ل أ د يساوي د ه واحد يساوي م ل  
فربع أ د يساوي مربع م ط ومربع د ه يساوي مربع ق د واضلاع  
المربعات الكائنة في مربع م ط مساوية فربع م ط أربعة أمثال مربع  
ق د فربع أ د أربعة أمثال مربع د ه وخط ه ع يساوي خط د ع لانها  
يساويان خطي ط ق الممتساويين فسطح ط ع كسطح أ ع بالشكل السادس  
والثلاثين من الأولي ولأن أب يساوي ب ه وسطح د ه حاصل ضرب ب ه في  
ب ه فسطح د ه يساوي سطح أب في ب ه ومربع أ د يساوي سطح أب في ب ه  
فسطح د ه يساوي مربع أ د بل أربعة أمثال مربع د ه وسطح ط ع كسطح  
أ ع وسطح ع ل كسطح أ ل بالشكل الثالث والاربعين من الأولي لانها  
متممان الاشياء المساوية بشي واحد متساوية فعلم ت م ث يساوي سطح  
د ه بل مربع أ د بل أربعة أمثال مربع د ه وسطح ق د المساوي لمربع د ه  
إذا أضفناه إلى علم ت م ث حصل مربع د ع فربع د ع يساوي خمسة  
أمثال مربع د ه فالحكم ثابت وذلك ما أردنا أن نبين

وتبين هذا الدعوى في شكل آخر بوجه آخر برهانه فلان مربع أ د  
المنصف على نقطة د يساوي أربعة أمثال مربع د بحكم الشكل الرابع  
من الثانية وسطح أب في ب ه المساوي لمربع أ د يساوي مربع ب ه وسطح  
أ د في ب بالشكل الثالث من الثانية وسطح أ د في ب يساوي ضعف  
سطح د في ب بالشكل الأول من الثانية  
فضعف سطح د في ب مع مربع ب ه  
يساوي أربعة أمثال مربع د وإذا مررنا  
على ضعف سطح د في ب مع مربع د يصير خمسة أمثال مربع د  
مساويا لمربعي د ه ب وضعف سطح د في ب فليكن مربع ب د يساوي  
مربعي د ه ب وضعف سطح د في ب بالشكل الرابع من الثانية فربع  
ب د يساوي خمسة أمثال مربع د فالحكم ثابت وذلك ما أردنا أن نبين  
واستبان من هذين الشكلين عكسهما فنقول كل خط مربع خمسة أمثال  
مربع أحد قسميه وزيد في ذلك القسم خط مستقيم ساويه على استقامته  
كان الخط الحادث مقسوما على نسبة ذات

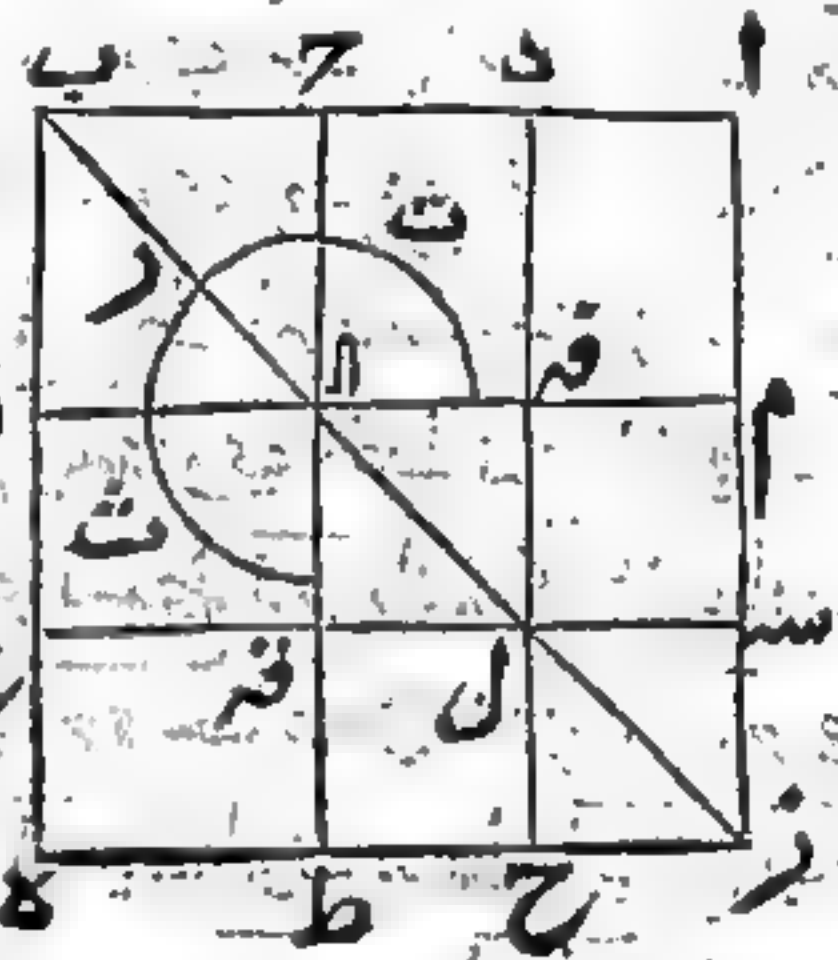
وسط وطرفين وقسمه الأصغر القسم الآخر  
من الخط وليكن مربع ب د خمسة أمثال ربع  
د ه ونريد على استقامته أ د مساويا لخط د ق فاب مقسوم على نسبة ذات  
وسط وطرفين وقسمه الأصغر ب ه



اما



أما على الشكل الأول فلان مربع د ع خمسة امثال مربع ق ف إذا القينا من  
مربع د ع مربع ق ف بقي علم ت م ت مساويا لاربعة امثال ح د وسط ح د  
يساوي العلم وهو حاصل من سطح ب ح  
اعني ان في ب ح فسطح ا ب في ب ح يساوي  
اربعة امثال مربع ح د فبساوي مربع  
م ط المساوي لمربع ا ح فسطح ا ب في ب ح  
يساوي مربع ا ح وب ح اصغر من ا ح  
وأما على الشكل الثاني فلان ب د يساوي  
خمسة امثال مربع ح د فإذا القينا منه  
مربع ح د بقي ضعف سطح ح د في ب ح  
المربع مربع ب ح اربعة امثال مربع ح د  
لكن ضعف سطح ح د في ب ح يساوي سطح  
ا ب في ب ح وهو مربع ب ح يساوي سطح  
ا ب في ب ح فسطح ا ب في ب ح يساوي  
اربعة امثال مربع ح د اعني ا ح فالحكم ثابت



كل خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين وزيد  
عليه مثل قسمه الاطول على استقامته كان الخط  
الحادث مقسوما على نسبة ذات وسط وطرفين  
وقسمه الاطول هو الخط ك

ليكن ا ب قسم بنقطة ح على نسبة ذات وسط وطرفين وزيد فيه ا د على  
استقامته مساويا لخط ا ح الذي هو قسمه الاطول فاقول ان خط ب د  
مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول هو خط ا ب برهانه  
فلان ا ح يساوي ا د تكون نسبة ا ب الى ا د كنسبة ا ب الى ا ح بالشكل السابع  
من الخامسة ونسبة ا ح الى ح ب كنسبة  
ح ب الى ا ح فاقول ان خط ا ب الى ا ح بالشكل الحادي عشر من  
الخامسة نسبة ا ب الى ا ح كنسبة ا ب الى ا ح بالشكل  
السابع عشر من الخامسة نسبة د ب الى ب ا كنسبة ب ا الى ا ح ونسبة ب ا  
الى ا د كنسبة ب ا الى ا ح بالشكل السابع من الخامسة فنسبة ب د الى ب ا  
كنسبة ب ا الى ا ح ونسبة ب ا الى ا د كنسبة ب ا الى ا ح بالشكل السابع من  
الخامسة

الخامسة فنسبة د ب الى ب ا كنسبة ب ا الى ا د بالشكل الحادي عشر من  
الخامسة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  
واستبان منه انه اذا فصل اصغر قسمي خط قسم على نسبة ذات وسط  
وطرفين من اعظم قسميه كان القسم الاعظم مقسوما على نسبة ذات وسط  
وطرفين والمفصول قسمه الاعظم وذلك لانا اذا فصلنا من ا ب ا ح مساويا  
لخط ا د في هذه الصورة كان ا ب مقسوما على نقطة ح على نسبة ذات  
وسط وطرفين وقسمه الاطول ا ح لان نسبة  
د ب الى ب ا كانت كنسبة ا ب الى ا د فتكون  
نسبة د ب الى ب ا كنسبة ب ا الى ا ح لان ا د  
يساوي ا ح فبالفصل تكون نسبة د ا الى ا ب كنسبة ب ح الى ح ا فبالخلاف  
نسبة ب ا الى ا ح المساوي لخط ا د كنسبة ا ح الى د ب

كل خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين فان  
مربع الخط كله مع مربع اصغر قسميه يساويان  
ثلاثة امثال مربع الاعظ

ليكن الخط ا ب قسم على نقطة ح على نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه  
الاصغر ب ح فاقول ان مربعي ا ب ب ح يساويان ثلاثة امثال مربع ا ح  
برهانه فلان مربع ا ب مع مربع ب ح يساوي ضعف سطح ا ب في ب ح  
مع مربع ا ح بالشكل السابع من الثانية وسط  
ا ب في ب ح يساوي مربع ا ح فضعف سطح ا ب  
في ب ح يساوي ثلاثة امثال مربع ا ح فالحكم  
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط منطبق قسم على نسبة ذات وسط  
وطرفين فان كل واحد من قسميه منفصل

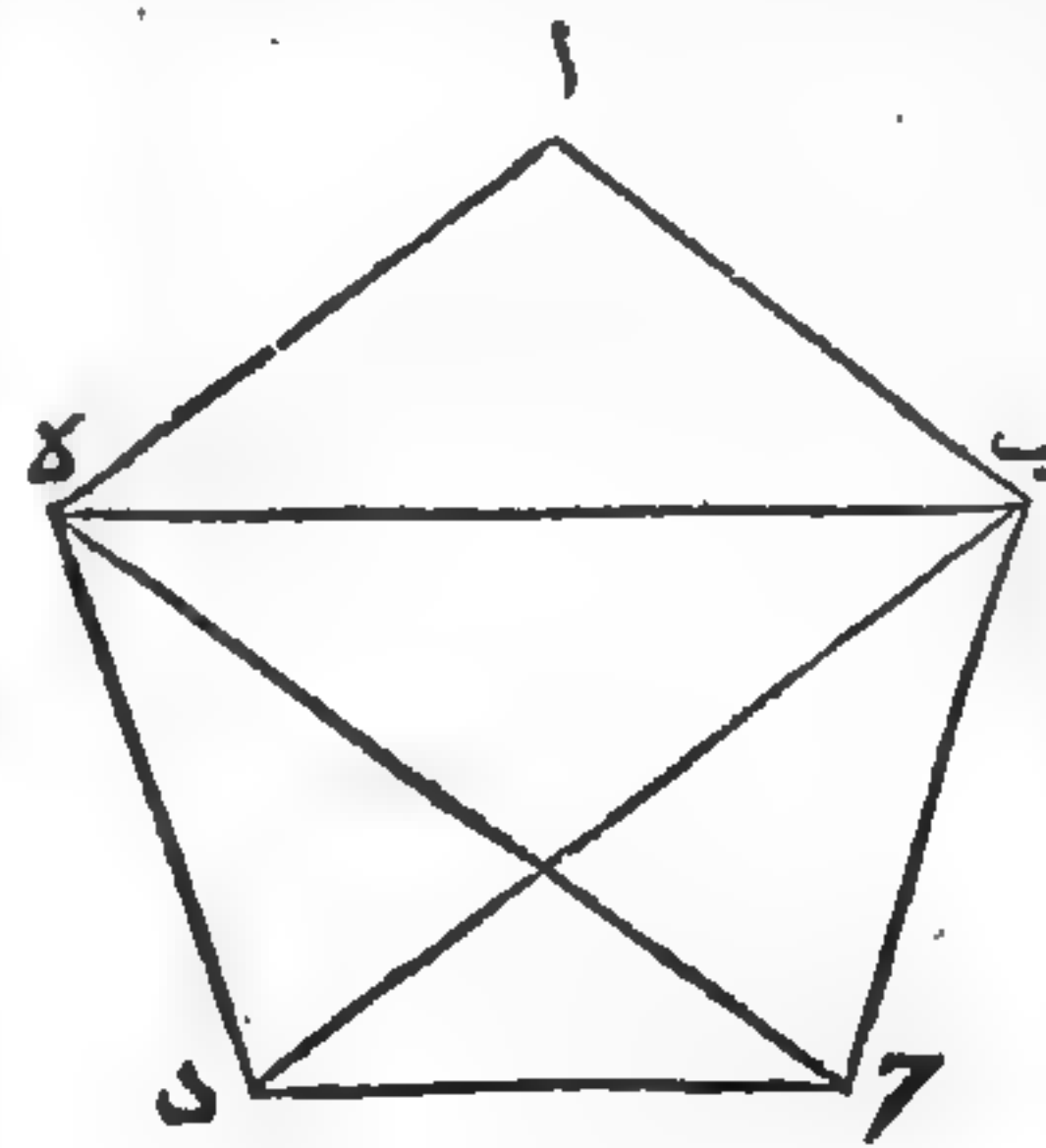
ليكن خطا منطبقا وليقسم على نقطة ح على نسبة ذات وسط وطرفين  
بالشكل التاسع من السادسة وليكن قسمه الاطول ا ح فاقول ان كل واحد  
من ا ح ب منفصل برهانه نزيد في خط ا ح خط ا د المستقيم على  
استقامته



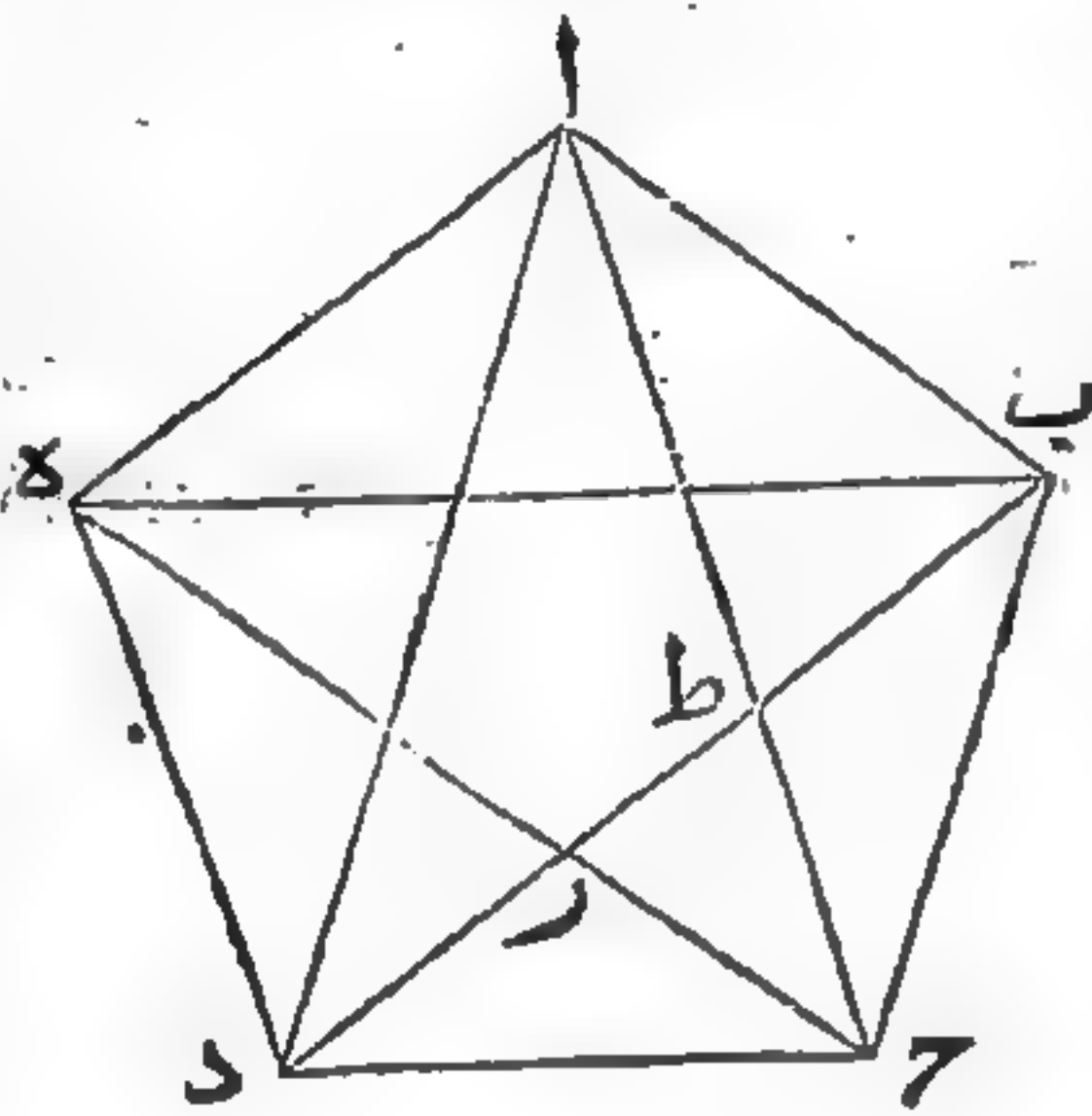
استقامته ونفصل منه  $\overline{AD}$  مثل نصف  $\overline{AB}$  بالشكل الثالث من الاولي  
 فرب  $\overline{D}$  خمسة امثال مربع  $\overline{DA}$   
 بالشكل الاول فتكون نسبة مربع  
 $\overline{D}$  الى مربع  $\overline{AD}$  كنسبة الخمسة من  
 العدد الى الواحد فنسبتهما ان كانت كنسبة عددي ليست عدد من  
 المربعين لان الخمسة ليست بمربع فـ  $\overline{D}$  يباين  $\overline{DA}$  في الطول يشاركه في القوة  
 بالشكل السابع من العاشرة فياقلب نسبة مربع  $\overline{D}$  الى فصل مربعه علي  
 مربع  $\overline{AD}$  كنسبة الخمسة الى المربع وليسا عددين مربعين فـ  $\overline{D}$  يقوي  
 علي  $\overline{AD}$  بمربع خط يباينه في الطول و  $\overline{AD}$  منطقي في الطول  $\overline{D}$  منفصل  
 خامس واذا اضفنا سطحين متوازنين الاضلاع الي خط  $\overline{AB}$  المنطقي  
 مساويان لمربع  $\overline{AD}$  كان الضلع الثاني منه منفصل اول بالشكل الرابع  
 والتسعين من العاشرة وسط  $\overline{AB}$  في  $\overline{B}$  مساويا لمربع  $\overline{AD}$  وهو مضاف الي  
 خط  $\overline{AB}$  والعرض الحادث هو  $\overline{B}$  منفصل بالحكم ثابت وذلك ما اردنا  
 ان نبين

كل مخمس متساوي الاضلاع تساوت ثلث زوايا  
 من زواياه متجاورة او غير متجاورة فجميع زواياه  
 متساوية

ليكن الخمس  $\overline{AB}$  حـ وثلث زوايا من زواياه وهي زوايا  $\overline{BA}$   $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$   
 الغير المتجاورة متساوية فاقول ان جميع زواياه متساوية برهانه نصل  
 بين نقطة  $\overline{B}$  وبين كل واحد من نقطتي  $\overline{D}$  بخط مستقيم فلان ضلعي  $\overline{BA}$   
 $\overline{AD}$  وزاوية  $\overline{BA}$  من مثلث  $\overline{AB}$  يساوي ضلعي  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  وزاوية  $\overline{B}$  حـ  
 وقاعدة  $\overline{B}$   $\overline{D}$  كقاعدة  $\overline{B}$   $\overline{D}$  وزاوية  
 $\overline{AD}$   $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  بالمثلث الرابع من  
 الاولي فزاوية  $\overline{B}$   $\overline{D}$   $\overline{D}$  كزاوية  $\overline{B}$   $\overline{D}$   
 بالشكل الخامس من الاولي فزاوية  
 $\overline{AD}$   $\overline{D}$  كزاوية  $\overline{D}$  وايضا نصل بين  
 نقطتي  $\overline{D}$   $\overline{D}$  بخط مستقيم فلان ضلعي  
 $\overline{D}$   $\overline{D}$   $\overline{D}$  وزاوية  $\overline{D}$   $\overline{D}$  تساوي ضلعي  
 $\overline{B}$   $\overline{AD}$   $\overline{D}$  وزاوية  $\overline{B}$   $\overline{AD}$   $\overline{D}$  كقاعدة  $\overline{D}$   $\overline{D}$   
 كقاعدة  $\overline{B}$   $\overline{D}$  فزاوية  $\overline{D}$   $\overline{D}$  كزاوية  
 $\overline{B}$   $\overline{D}$  بالشكل الخامس من الاولي  
 فزاوية



فزاوية  $\overline{AB}$  كزاوية  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  فزوايا الخمس كلها متساوية . ثم لتكن  
 الزوايا الثلث المتساوية هي زوايا  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$   $\overline{D}$  المتجاورة فاقول ان جميع  
 زواياه متساوية فنصل بين نقطة  $\overline{B}$  وبين كل واحدة من نقطتي  $\overline{D}$   
 بخط مستقيم ونصل بين نقطتي  $\overline{D}$   $\overline{D}$  بخط مستقيم فيقطع ضلع  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$   
 فليقطع ضلع  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  علي نقطة  $\overline{F}$  فلان  
 ضلعي  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  وزاوية  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  من  
 مثلث  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  يساويان ضلعي  $\overline{D}$  حـ  $\overline{D}$   
 وزاوية  $\overline{D}$  حـ  $\overline{D}$  من مثلث  $\overline{D}$  حـ  $\overline{D}$  كقاعدة  
 $\overline{B}$   $\overline{D}$  كقاعدة  $\overline{D}$   $\overline{D}$  وزاوية  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  كزاوية  
 $\overline{D}$   $\overline{D}$  وزاوية  $\overline{D}$   $\overline{D}$  كزاوية  $\overline{D}$   $\overline{D}$  بالشكل  
 الرابع من الاولي فنصل  $\overline{D}$   $\overline{D}$  كضلع  $\overline{D}$  حـ  $\overline{D}$   
 بالشكل السادس من الاولي وكانت  
 قاعدتا  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  متساويتين فضلع  
 $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  متساويان فزاوية  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$



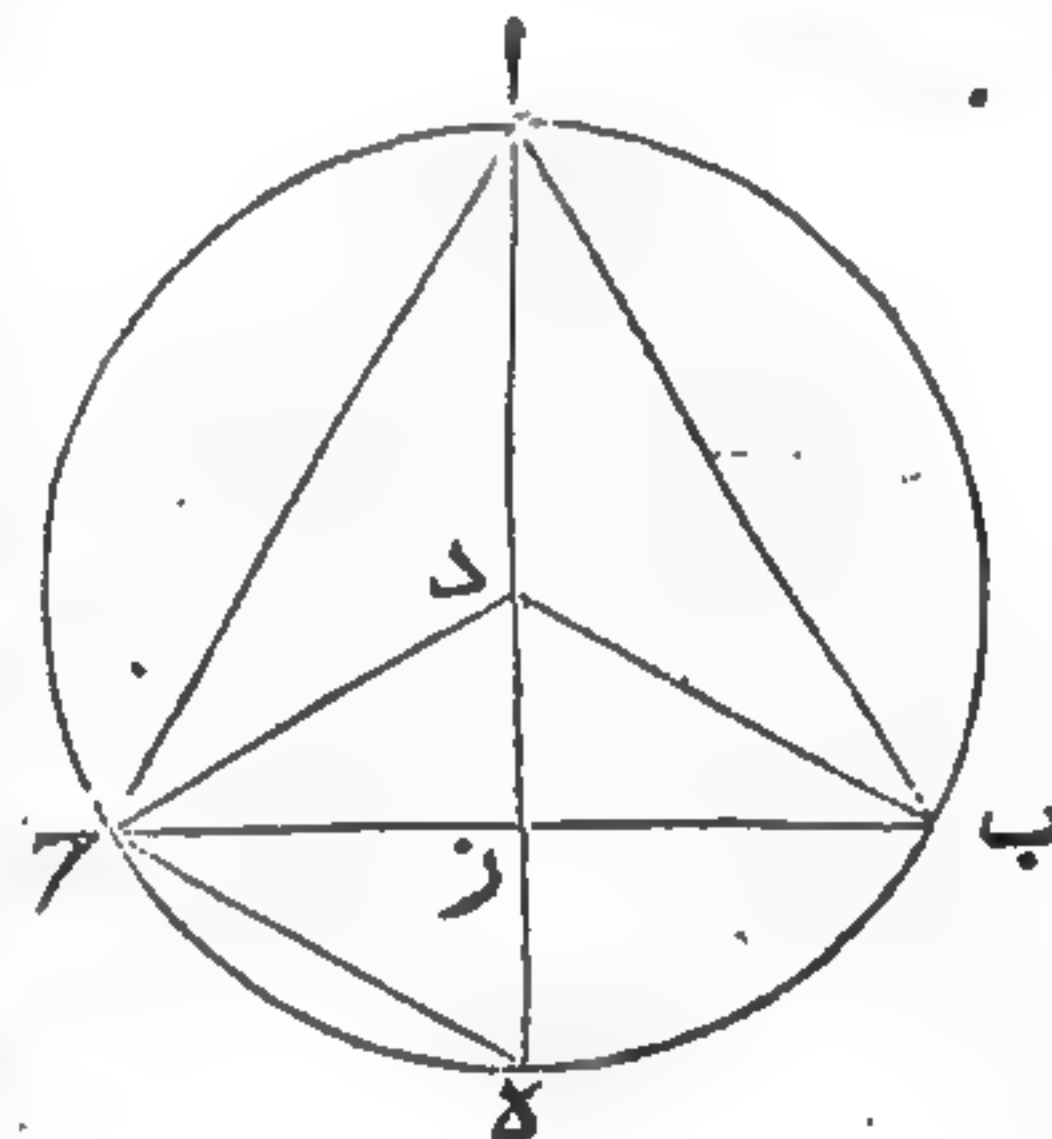
كزاوية  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  بالشكل الخامس من الاولي وزاوية  $\overline{AB}$  كزاوية  $\overline{AB}$  بالشكل  
 الخامس من الاولي فزاوية  $\overline{AB}$  كزاوية  $\overline{AD}$  ونصل بين نقطة  $\overline{A}$  وبين كل  
 واحدة من نقطتي  $\overline{D}$   $\overline{D}$  بخط مستقيم ونصل بين نقطتي  $\overline{D}$   $\overline{D}$  بخط مستقيم  
 فيقطع  $\overline{AD}$  فليقطع علي نقطة  $\overline{F}$  فلان ضلعي  $\overline{AB}$   $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  وزاوية  $\overline{AB}$   $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$   
 يساويان ضلعي  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  وزاوية  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  كقاعدة  $\overline{B}$   $\overline{D}$  كقاعدة  $\overline{D}$   $\overline{D}$  وزاوية  
 $\overline{B}$   $\overline{D}$  كزاوية  $\overline{D}$   $\overline{D}$  كزاوية  $\overline{B}$   $\overline{D}$  بالشكل الرابع من الاولي  
 فنصل  $\overline{B}$   $\overline{D}$  كضلع  $\overline{D}$   $\overline{D}$  وكانت قاعدتا  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  متساويتين فضلع  
 $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  متساويان فزاوية  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$   $\overline{D}$  متساويتان وزواياه  $\overline{AD}$   $\overline{D}$  متساويتان  
 بالشكل الخامس من الاولي فزاوية  $\overline{BA}$  كزاوية  $\overline{B}$  حـ  $\overline{D}$  فالحكم ثابت وذلك  
 ما اردنا ان نبين

كل دائرة نرسم فيها مثلث متساوي الاضلاع  
 فمربع ضلعه يساوي ثلثة امثال مربع نصف  
 قطرها

لتكن دائرة  $\overline{AB}$  ونرسم فيها مثلث  $\overline{AB}$  متساوي الاضلاع باستبانة  
 الشكل السادس عشر من الرابعة ونجد مركزها بالشكل الاول  
 من الثالثة ولتكن نقطة  $\overline{D}$  ونصل بينهما وبين كل واحد من نقطتي  $\overline{A}$   $\overline{B}$



أ ب ح بخط مستقيم ونخرج خط آ د علي استقامته الي أن ينتهي الي المحيط فليكنه علي نقطة ه وليجتاز علي ضلع ب ح علي نقطة ز ونصل بين نقطتي ح ه بخط مستقيم فلان ضلعي آ ب آ د يساويان ضلعا آ د وقاعدة ب د كقاعدة ح د فبالشكل الثامن من الاولي زاوية ب آ د كزاوية ح آ د فقوس ب ه كقوس ح ه بالشكل الخامس والعشرين من الثالثة ولان مثلث آ ب ح متساوي الاضلاع وقسي الاوتار المتساوية متساوية بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة فقوس ب ه ثلث الدائرة فقوس ح ه سدسها فوتر ح ه يساوي نصف قطر آ د باستبانة الشكل الحادي عشر من الرابعة ولان زاوية آ ح ه الواقعة في نصف الدائرة قائمة بالشكل الثلاثين من الثالثة فربع آ ه يساوي مربعي آ ح ه معا بالشكل السابع والاربعين من الاولي لكن مربع آ ه اربعة امثال مربع نصف القطر بحكم الشكل الرابع من الثانية فربع آ ح ه معا يساويان اربعة امثال مربع آ د نصف القطر لكن مربع ح ه كربع آ د فربع آ ح ه ثلثة امثال مربع آ د نصف القطر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين .



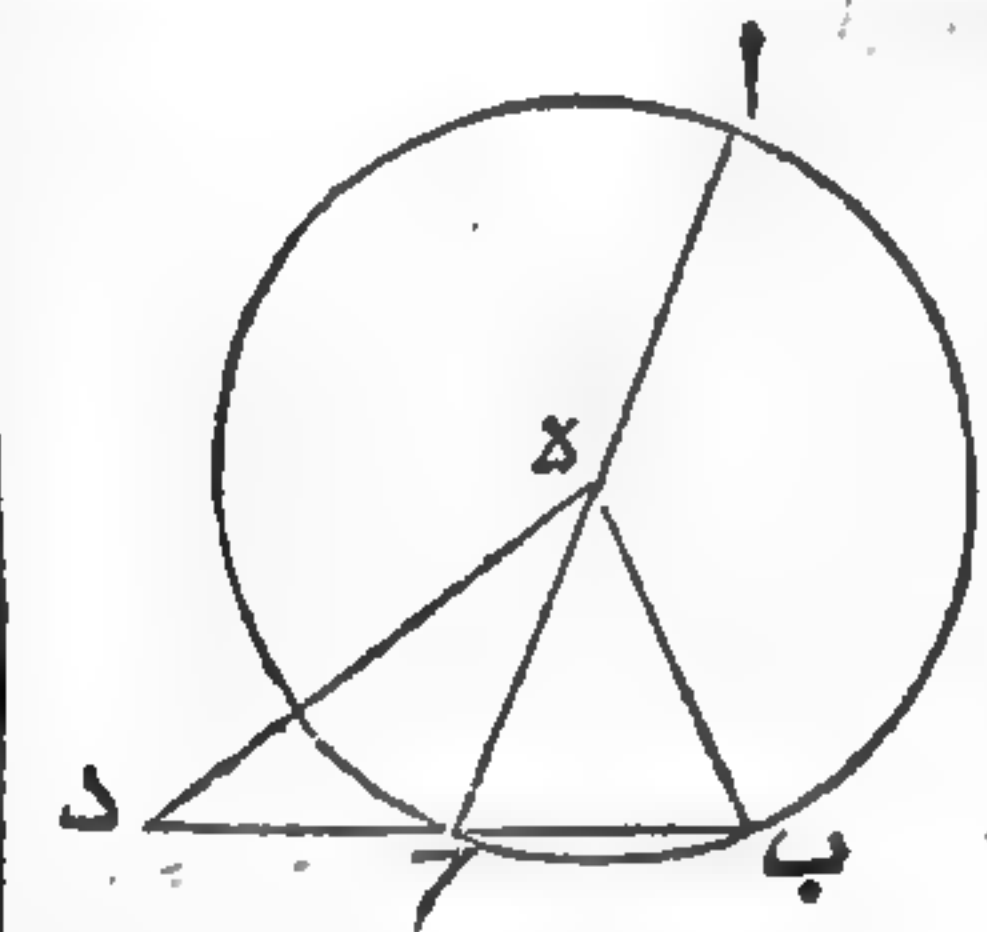
واستبان منه ان خمسة امثال مربع آ ح يساوي خمسة عشر مثالا نصف القطر وان العمود الخارج من احدي زوايا مثلث متساوي الاضلاع الواقع في اي دايرة عمود علي تلك الزاوية وان الواقع من العمود بين المركز وضلع المثلث المتساوي الاضلاع ربع القطر وكذلك تمامه من نصف القطر وذلك لان ضلع آ ب آ ح متساويان وكذلك زويتا ب آ ز ح آ وضلع آ ز مشترك بين مثلثي ب آ ز ح آ فزوايتا آ ب آ ز ح آ متساويتان بالشكل الثامن من الاولي وزاوية د ح ه قائمة فزاوية ح ز ه تمامها من القاميتين قائمة بالشكل الثالث عشر من الاولي فبالشكل السادس من الاولي قاعدة د ح كقاعدة ز ه . واستبان منه ايضا ان مربع اي ضلع من اضلاع مثلث متساوي الاضلاع الواقع في دايرة ثلثة ارباع مربع قطر تلك الدايرة لان مربع القطر اربعة امثال مربع نصف القطر بحكم الشكل الرابع من الثانية ومربع ضلع المثلث المتساوي الاضلاع الواقع في الدايرة ثلثة امثال مربع نصف قطرهما .

ط

كل خط حاصل من اتصال ضلع معشر من دايرة

دايرة وضلع سدسها مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول ضلع المسدس

ليكن ضلع معشر دايرة آ ب ح وتر ب ح ونجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة وهو نقطة ه ونصل بينهما وبين كل واحد من نقطتي ب ح بخط مستقيم ونخرج خط ح ه الي أن ينتهي الي المحيط فليكنه علي نقطة آ ونخرج وتر ب ح علي استقامته في جهة ح الي غير النهاية ونفصل منه ح د مساويا لنصف قطر ح ه بالشكل الثالث من الاولي وهو خط ح د فاقول ان خط ب د مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول ح د برهانه نصل بين نقطتي ه د بخط مستقيم فلان قوس آ ب ح خمسة امثال قوس ب ح فقوس آ ب اربعة امثال قوس ب ح ونسبة قوس آ ب الي قوس ب ح كنسبة زاوية آ ب ه الي زاوية ب ه ح بالشكل الثاني والثلاثين من السادسة فزاوية آ ب ه اربعة امثال زاوية ب ه ح



ولان ضلعي ب ه ح متساويان يكون زاويتا ب ه ح ه ب متساويتين بالشكل الخامس من الاولي فزاويتا ب ه ح ه ب معا ضعف كل واحدة منهما وزاوية آ ب ه تساوي زاويتي ب ه ح ه ب معا بالشكل الثاني والثلاثين من الاولي فزاوية ب ه ح ضعف زاوية ب ه ح ولان ضلعي ه ح د

متساويان فزاويتا ح د ه د ح متساويتان بالشكل الخامس من الاولي فزاوية ب ح د ضعف زاوية ح د ه وهي زاوية ب ه ح ايضا فزاويتا ب ه ح د ه متساويتان وزاوية ه ب ح كزاوية ب د ه وزاوية ب ه ح كزاوية ح د ه وزاوية ب ه ح مشترك بين مثلثي ب ه ح ب د ه فزاويتا ب ه ح د ه المتناظرة متساوية فبالشكل الرابع من السادسة نسبة ب ه آ الي ب ح كنسبة ب د الي ب ه ونسبة ب د الي د ح كنسبة ب ه الي ب ح بالشكل التاسع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب ه الي ب ح كنسبة ب د الي د ح فبالقديم نسبة ب د الي د ح كنسبة ب ه الي ب ح ونسبة د ح الي ح ب كنسبة ب ه الي ح ب فبنسبة ب د الي د ح كنسبة د ح الي ح ب فخط ب د مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين ولان زاوية ه ب ح اعظم من زاوية ب ه ح فضلع ح ه اعظم من ضلع ح ب وح د يساوي ح ه فح د اعظم قسمي خط ب د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين .

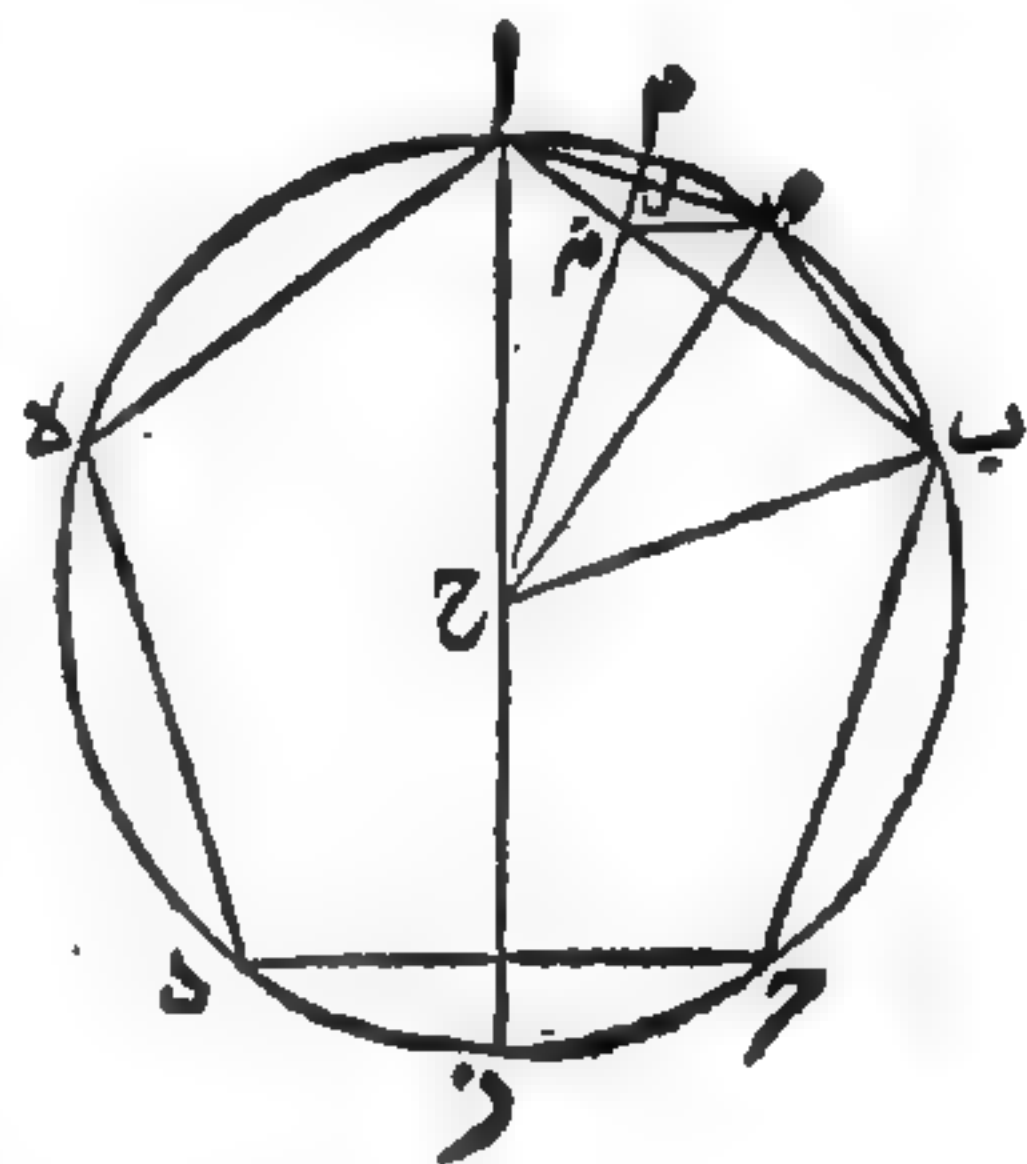
واستبان منه ان وتر المعشر الواقع في اي دايرة اذا فصل من وتر مسدسها كان وتر المسدس مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول





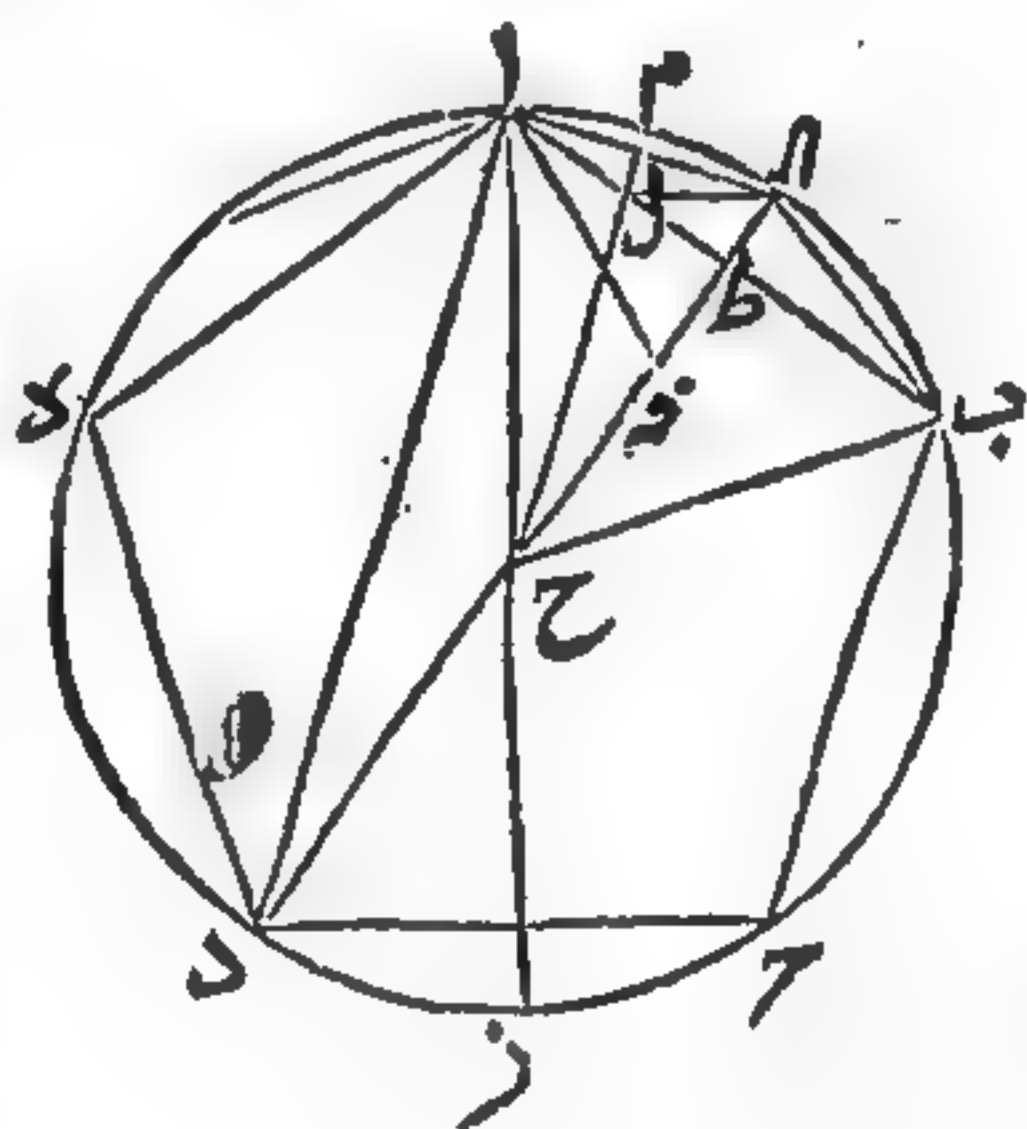


متساويتين وكذا ضلعي الآق بالشكل الرابع من الاولي ولان قوس اءد اربعة امثال قوس الآ فتكون نسبة قوس اءد الي قوس الآ كنسبة زاوية آح د الي زاوية آح ا بالشكل الثاني والثلاثين من السادسة فزاوية آح د اربعة امثال زاوية آح ا وضلعا ح الآ متساويان فزاويتا الآح ا متساويتان بالشكل الخامس من الاولي وزاوية



أح د كزاويتي  $\overline{أح}$   $\overline{أح}$  بالشكل الثاني  
 والثلاثين من الاولي فزاوية  $\overline{أح}$   
 المساوية لزاوية  $\overline{أق}$  ضعف زاوية  
 $\overline{أح}$  فزاوية  $\overline{أق}$  ضعف زاوية  
 $\overline{أح}$  وهي مساوية لزاويتي  $\overline{قأح}$   $\overline{أح}$   
 بالشكل الثاني والثلاثين من الاولي  
 فزاويتا  $\overline{قأح}$   $\overline{أح}$  متساويتان فضع  
 $\overline{أق}$  كضع  $\overline{قأح}$  بالشكل السادس من  
 الاولي فضع  $\overline{قأح}$  كضع  $\overline{أق}$  وضع

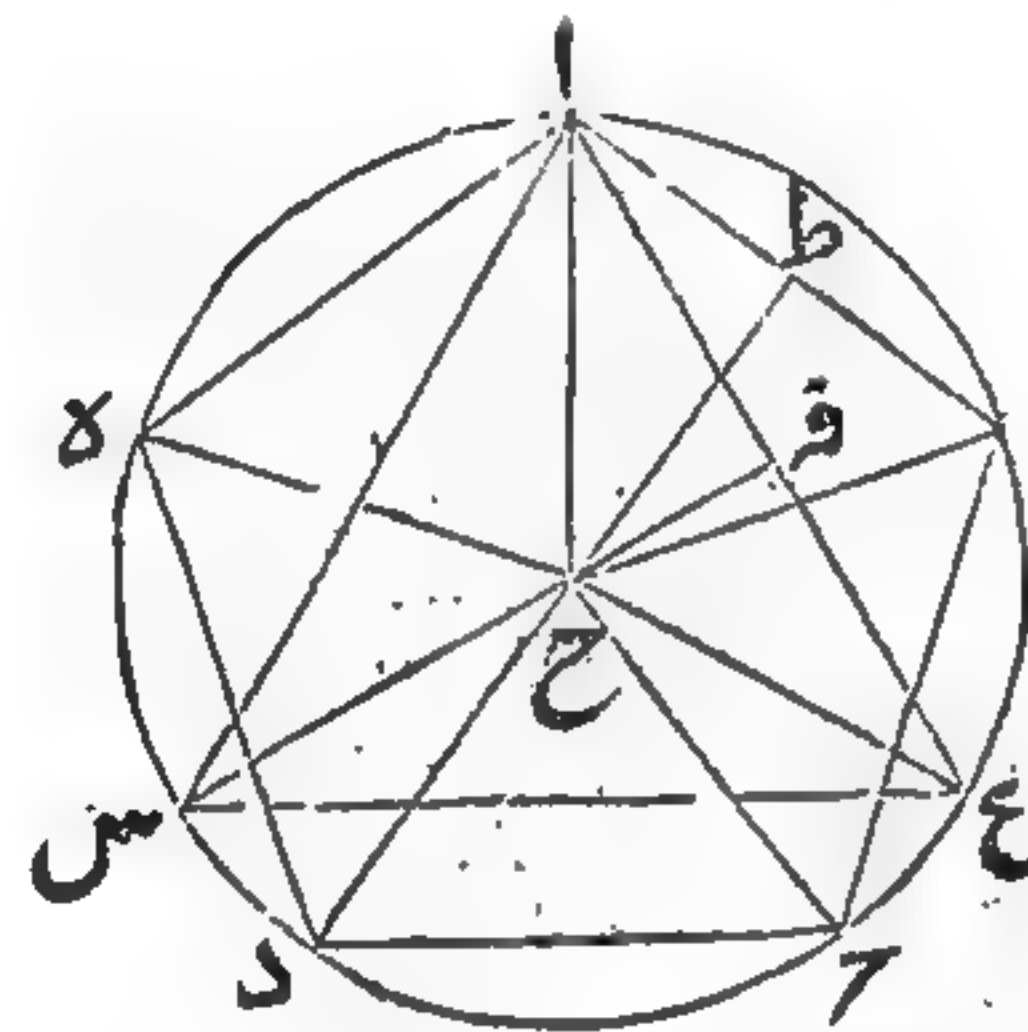
الآ كضلع آق فضلع ح ق كضلع آا وضلع ا ط ط ق متساويان فعمود ح ط  
 المساوي لضلعي آا ا ط يساوي نصف وتر ا المسدس والمعشر  
 واستبانة ثمانية وي ان مربع آد وتر زاوية الخمس الواقع في دائرة مع  
 مربع آب ضلع نجسهما يساوي خمسة امثال مربع نصف قطرها وهذا  
 هو الشكل الثاني من المقالة الرابعة



عشر من الثابت والحجاج وذلك لان  
مربع  $\overline{AD}$  وتر زاوية الخمس مع مربع  
الاضلع المعشريساوي اربعة امثال  
مربع نصف القطر باستبانة الشكل  
الحادي عشر من الرابعة وقد تبين  
في هذا الشكل ان مربع  $\overline{AB}$  وتر  
الخمس يساوي مربع نصف القطر  
مع مربع وتر المعشر فربع وتر  $\overline{AD}$   
مع مربع  $\overline{AB}$  ضلع الخمس يساويان  
اربعة امثال من نصف القطر  $\square$

وَأَسْتَبَانَةُ ثَالِثَةٌ وَهِيَ إِذَا رَسَمْنَا فِي دَائِرَةِ أَبْحَ مِثْلَتَ أَعَسَ مِثْسَاوِي  
الْأَضْلَاعَ بِأَسْتَبَانَةِ الشَّكْلِ الْخَامِسَ عَشَرَ مِنَ الرَّابِعَةِ وَوَصَلَ بَيْنَ نَقْطَةِ  
حَ الْمُرْكَزِ وَبَيْنَ كُلِّ وَاحِدَةٍ مِنْ نَقْطَةِ زَوَايَا الْمِثْلَتِ وَالْخَمْسَ بِخَطِّ مُسْتَقِيمٍ  
يَحْدُثُ فِي الْخَمْسِ خَمْسَةُ مِثْلَتَاتٍ مِثْسَاوِيَّاتٍ بِأَسْتَبَانَةِ الشَّكْلِ الثَّانِي مِنَ  
الرَّابِعَةِ وَفِي الْمِثْلَتِ ثَلَاثَةُ مِثْلَتَاتٍ مِثْسَاوِيَّاتٍ بِالشَّكْلِ الثَّامِنِ وَبِالشَّكْلِ  
الرَّابِعِ مِنَ الْأَوَّلِيِّ لِمِثْسَاوِيَّاتٍ أَضْلَاعُهَا الْمُتَنَاظِرَةُ وَنَخْرُجُ مِنْ نَقْطَةِ حَ إِلَى  
ضَلْعٍ

ضلع  $AC$  عمود  $CD$  بالشكل الثاني عشر من الاولي فسطح عمود  $CD$  في  $AD$  يساوي مثلث  $ABC$  وسطح عمود  $CD$  في  $AD$  يساوي مثلث  $ACD$  باستبانة الشكل الثالث عشر من الثانية فسطح عمود  $CD$  في  $AD$  يساوي ضعف مثلث  $ABC$  وسطح عمود  $CD$  في  $AD$  يساوي ضعف مثلث  $ACD$  فستكون



مثلا لثلاث أ ب ح يساوي اثني عشر  
مثلا لخمس أ ب ح د ه لأن الخمس ينقسم  
إلى خمس مثلثات متساويات فسطح  
عمود ح ط في ضلع أ ب ثلاثون مرة  
يساوي ستين مثلا لثلاث أ ب ح وهي  
تساوي اثني عشر مثلا لخمس أ ب ح د ه  
وستون مثلا لثلاث أ ع ح يساوي  
عشرين مثلا لثلاث أ ع ه منقسم إلى  
ثلاثة أمثال مثلث أ ع ح فسطح عمود  
ح ط في أ ع ثلاثون مرة يساوي ستين

مثلا لمثلث أ ح وفي تساوي عشرين مثلا لمثلث أ ع ومن أول  
الاستبانة الي ههنا هو تقرير الشكل الرابع والخامس من المقالة الرابعة  
عشر من أصلي الثالث والحجج ولان نسبة الاضعاق اذا كانت متساوية  
كنسبة الاجزاء بالشكل الخامس عشر من الخامسة تكون نسبة اثني عشر  
مثلا لخمس أ ب ح د الي عشرين مثلا لمثلث أ ع كنسبة لمثلث أ ب ح  
الي مثلا

واستبانة رابعة وهي انه اذا كان جسمان يحيط باحدهما اثنا عشر مجساً  
متساويات وبالأخر عشرون مثلثات متساويات وكانت الدائرة التي  
تحيط بالمجس مساوية للدائرة التي تحيط بالمثلث فان سطح ذي الاثني  
عشر قاعدة الى سطح ذي العشرين قاعدة كنسبة مثلث من المثلثات التي  
ينقسم اليها المجس ذي الاثني عشر قاعدة الى مثلث من المثلثات التي ينقسم  
اليها مثلث ذي العشرين قاعدة بل تكون كنسبة مثلث دال الى مجس  
هذا على التبع

مقدمة

كل خط مستقيم محدود لنا ان نقسمه

ثلاثة اقسام متساوية

ليكن الخط آ ب فنخرج من نقطتي آ ب عمودي آ ب د علي خط آ ب أحدهما في



في جهة من خط  $آب$  والآخر في جهة أخرى منه بالشكل الحادي عشر

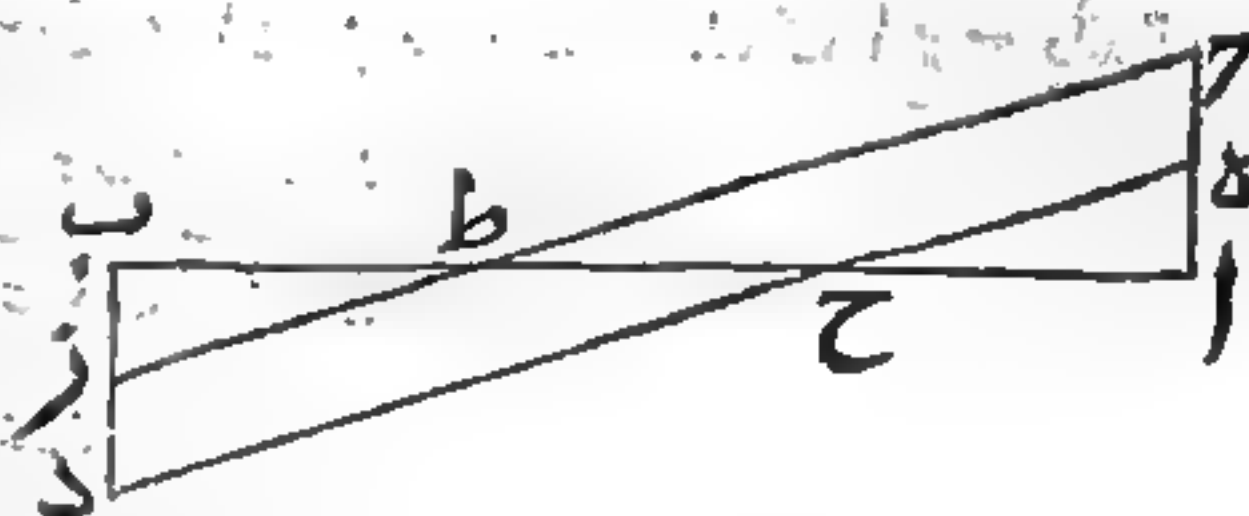
من الأولي وننصف عمود  $آ$  على

نقطة  $هـ$  بالشكل العاشر من

الأولي ونجعل عمود  $بـ$  متساويا

لعمود  $آ$  بالشكل الثالث من

الأولي وننصف عمود  $بـ$  على



نقطة  $ز$  بالشكل العاشر من الأولي ونصل بين كل واحدة من نقطتي  $ز$  و  $ح$

بخط مستقيم فيقسم  $آب$  على نقطتي  $ح$  و  $ط$  بثلاثة أقسام متساوية

برهانه فلان كلا من زاويتي  $آب$  و  $آب$  المتقابلتان قائمتان وعمود  $آ$  و  $بـ$

متساويان ف  $حـ$  يساوي  $دز$  خطا  $دز$  متساويان ومتوازيان بالشكل

الثالث والثلاثين من الأولي ولان قاعدة في  $حـ$  و  $حـ$  متوازيان تكون

نسبة  $آه$  الى  $حـ$  كنسبة  $آح$  الى  $حـ$  بالشكل الثاني من السادسة لكن  $آه$

يساوي  $حـ$  و  $آح$  يساوي  $حـ$  وبمثل  $هـ$  ندين ان خط  $بـ$  و  $ط$  يساوي خط

$ط$  و  $حـ$  خطوط  $آح$  و  $ط$  و  $بـ$  متساوية وان اردنا ان نقسم خط  $آب$  بأربعة

اقسام متساوية فينقسم عمود  $آ$  بثلاثة أقسام متساوية ثم نقسم عمود

$بـ$  بثلاثة أقسام متساوية كما قسمنا  $آ$  ونبين بمثل ما بينا انقسام خط

$آب$  بأربعة أقسام متساوية وان اردنا ان نقسم  $آب$  بخمسة أقسام متساوية

نقسم كل واحد من العمودين بأربعة أقسام متساوية وسواي بعضها

بعضا ثم تبين بمثل ما بينا الانقسام وعلى هذا القياس ان اردنا ان نقسمه

بسته اقسام او أكثر وذلك ما اردنا ان نبين

يا

كل منحس متساوي الاضلاع يقع في دائرة فان

اي وترين من اوتار زواياه يتقاطعان فانهما

يتقاسمان على نسبة ذات وسط وطرفين والقسم

الاطول من كل منهما يساوي ضلع الخمس

فترسم في دائرة  $آب$  حده  $آب$  بالشكل الحادي عشر من الرابعة

ونخرج وتري  $بـ$   $آ$  فيقع كل منهما في دائرة  $آب$  بالشكل الثاني من

الثالثة فيتقاطعا فليبتقاطعا على نقطة  $ز$  فاقول ان كل واحد من وتري  $آ$

$بـ$  مقسوم بنقطة  $ز$  على نسبة ذات وسط وطرفين والقسم الاطول من

كل منهما يساوي ضلع منحس  $آب$  حده برهانه فلان قوس  $آب$  لقوس  $بـ$

زاوية

فزاوية  $بـ$   $آز$  زاوية  $آب$  بالشكل الحادي والعشرين من السادسة وضع

$آب$  كضلع  $آه$  وزاوية  $آه$  كزاوية  $آب$  بالشكل الخامس من الأولي

فزاويتا  $آب$  و  $بـ$   $آز$  متساويتان فهما

ضعف زاوية  $بـ$   $آز$  وزاوية  $آه$  كزاويتي

$آب$  و  $بـ$   $آز$  بالشكل الثاني والثلاثين من

الأولي فزاوية  $آه$  ضعف زاوية  $بـ$   $آز$

وقوس حده ضعف قوس  $بـ$   $آز$  فزاوية

$آه$  ضعف زاوية  $بـ$   $آز$  لان نسبة

القوس الى القوس كنسبة الزاوية الى

الزاوية بالشكل الثاني والثلاثين من

السادسة فزاويتا  $آه$  و  $آه$  متساويتان

فضلع  $ز$  كضلع  $آه$  بالشكل السادس من الأولي ولان زوايا كل مثلث

كقائمتين بالشكل الثاني والثلاثين من الأولي فزاوية  $بـ$   $آه$  من مثلث  $آب$

كزاوية  $آز$  من مثلث  $آب$  فزوايا مثلثي  $آب$  و  $آب$  النظائير متساوية

ولان ضلع  $ز$  كضلع  $آه$  فاضلاع  $آه$  و  $ز$  متساوية فنسبة  $بـ$  الى  $ز$

كنسبة  $بـ$  الى  $بـ$  بالشكل التاسع من الخامسة وبالشكل الرابع من السادسة

نسبة  $آب$  الى  $بـ$  كنسبة  $بـ$  الى  $بـ$  فبالشكل الحادي عشر من الخامسة

نسبة  $بـ$  الى  $ز$  كنسبة  $آب$  الى  $بـ$  ونسبة  $ز$  الى  $بـ$  كنسبة  $آب$  الى  $بـ$

بالشكل التاسع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة

$بـ$  الى  $ز$  كنسبة  $ز$  الى  $بـ$  فوتر  $بـ$  انقسم بنقطة  $ز$  على نسبة ذات وسط

وطرفين وقسمه الاطول  $ز$  متساويا لضلع  $بـ$  ضلع الخمس فالحكم ثابت

وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان نسبة وتر زاوية الخمس المتساوي الاضلاع الواقع

في اي دائرة الى ضلع المثلث المتساوي الاضلاع الواقع في تلك

الدائرة او في دائرة تساويها كنسبة

اثني عشر مثالا لسطح الخمس الى عشرين

مثالا لسطح المثلث وهذا هو الشكل

السادس من المقالة الرابعة عشر من

اصلي الثابت والحجج وانما يتم هذا

ابعد ما نذكر في استبانة الشكل

العشرين ان منحس ذي الاثني عشر

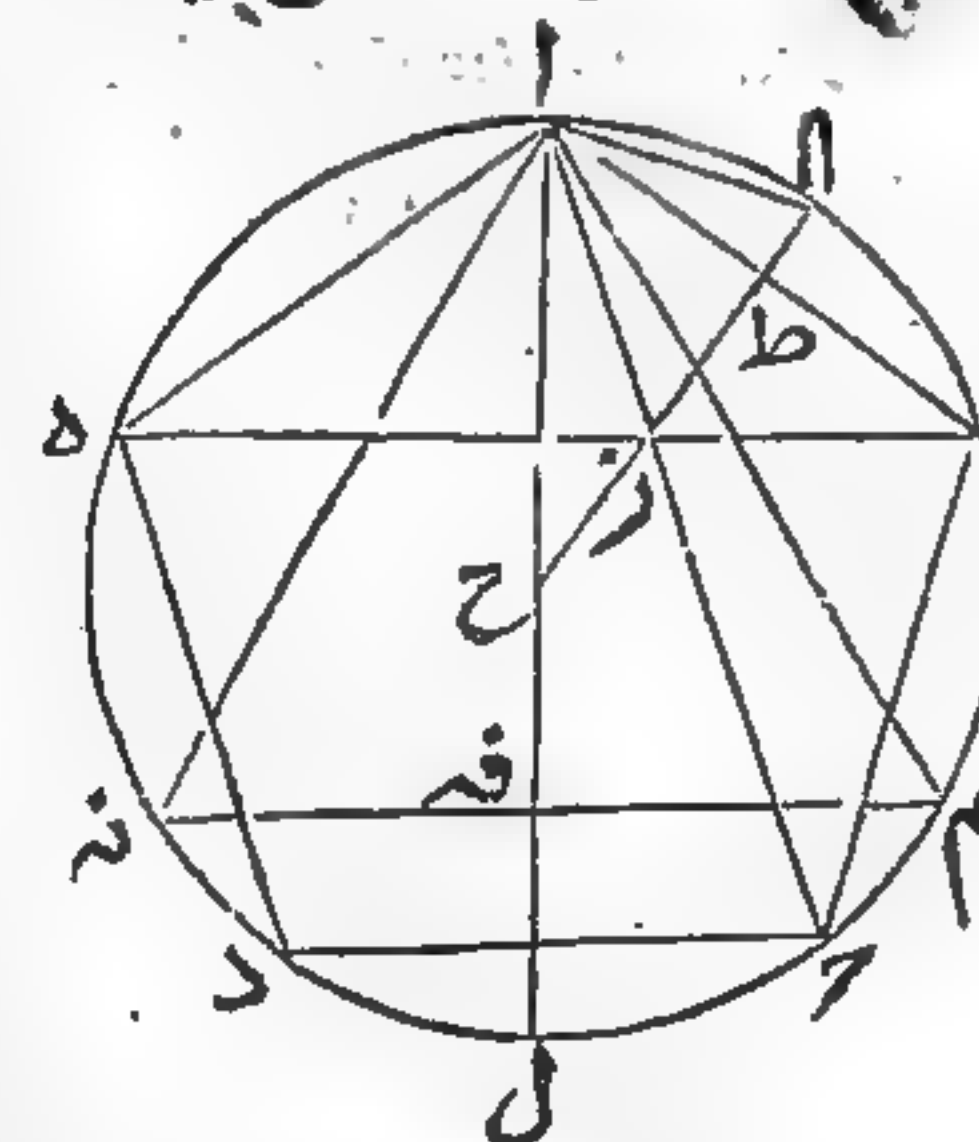
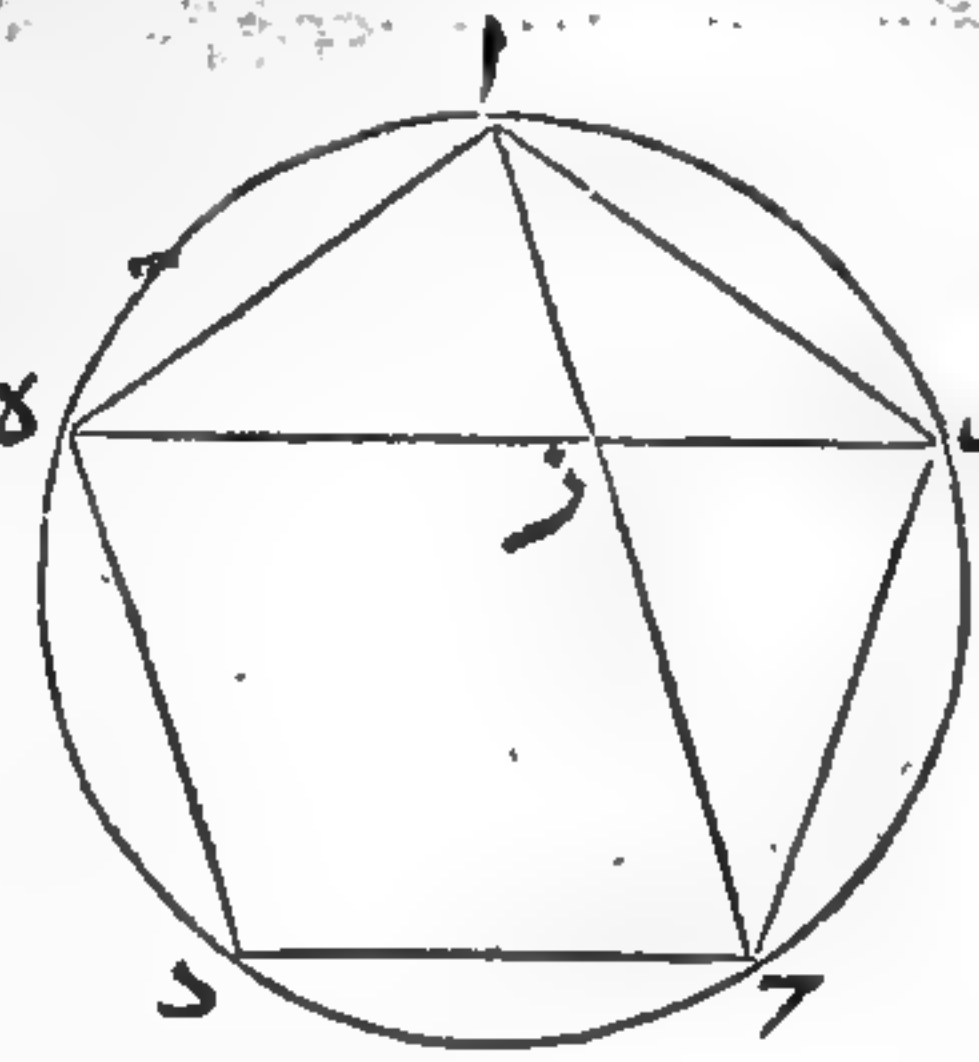
ومثلث ذي العشرين الذين

يقعان في كرة يحيط بهما دائرتان

متساويتان لانه قد بين في هذا الشكل ان وتر زاوية الخمس المتساوي

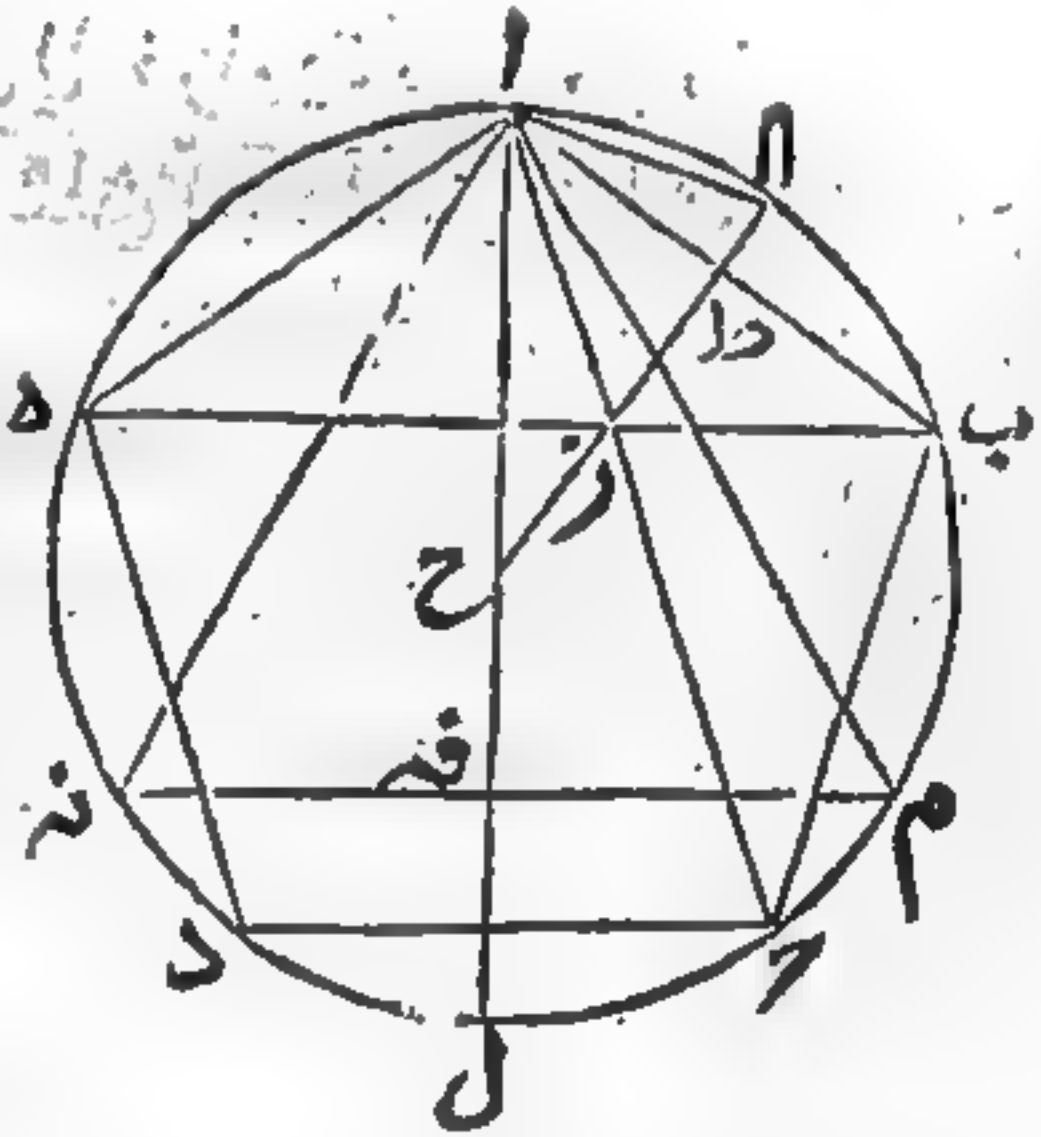
الاضلاع الواقع في اي دائرة اذا قسم على نسبة ذات وسط وطرفين كان

قسمه

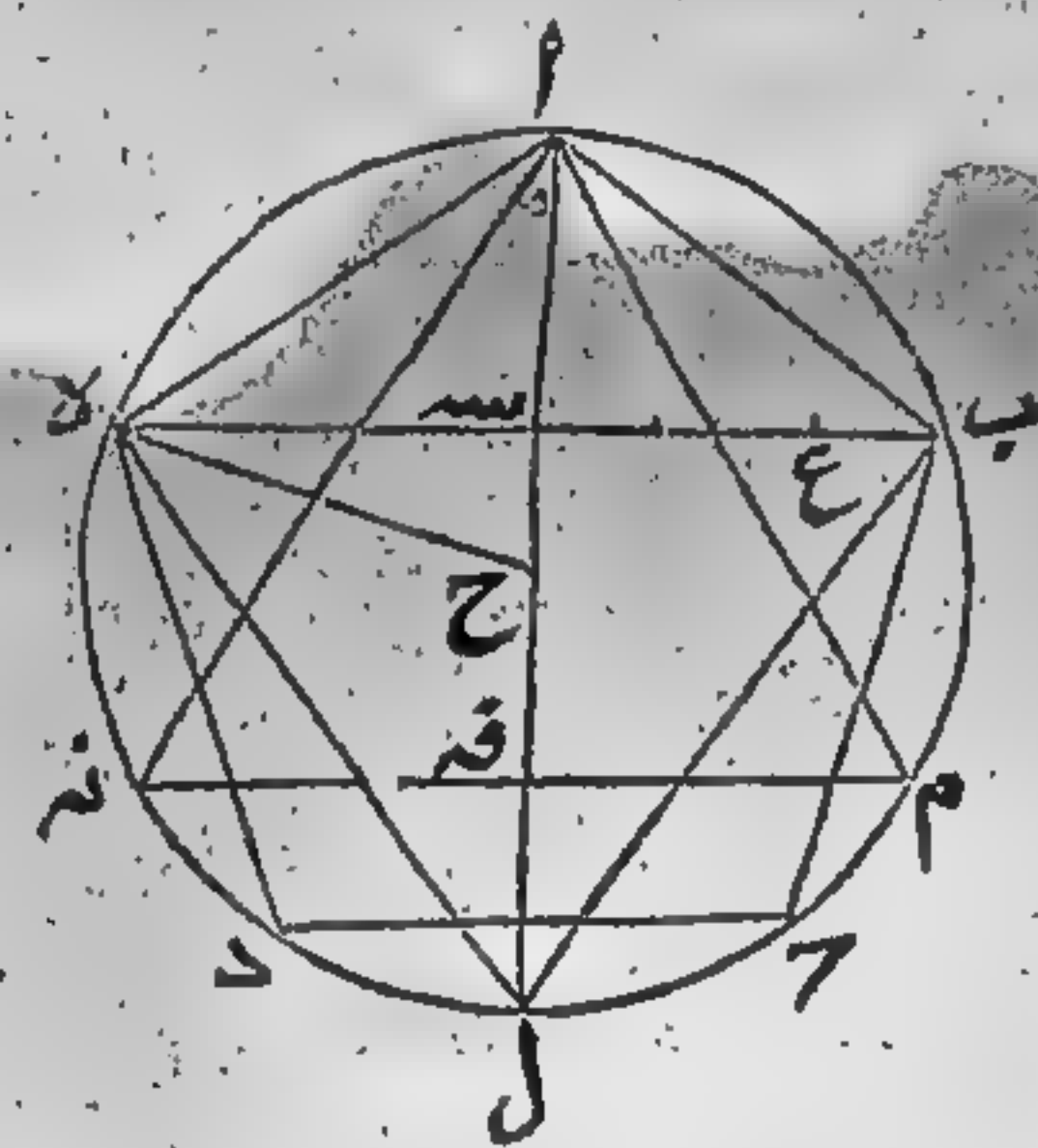




قسمه الاطول مساويا لصلع الخمس وتبين في الشكل السابع ان ضلعي  
المسدس والمعشر اذا انصل احدهما على استقامة الآخر كان الخط  
الحاصل منهما مقسوما على نسبة ذات وسط وطرفين ويكون قسمه الاطول  
وتر المسدس فتجد مركز دايرة ا ب ج بالشكل الاول من الثالثة وليكن  
نقطة ح ونصل بينها وبين نقطة ا بخط مستقيم ونخرجه على استقامته  
الى المحيط على نقطة ل ونرسم قبهها مثلث ا م ن المتساوي الاضلاع  
باستبانة الشكل السادس عشر من الرابعة فصلع م ن يقطع القطر على  
نقطة ف فيكون ا ف عمودا على م ن باستبانة الشكل الثامن ونخرج من نقطة  
ح عمود ح ط على ضلع ا ب بالشكل الثاني عشر من الاول ونخرجه الى  
المحيط على نقطة ا ونصل ا ب بخط مستقيم فيقع في الدايرة بالشكل  
الثاني من الثالثة فعمود ح ط ينصف وتر ا ب بالشكل الثالث من الثالثة  
وقوس ا ب بالشكل التاسع والعشرين  
من الثالثة على نقطة ا ف الاضلاع المعشر  
وقد بين في استبانة الشكل التاسع  
والعشرين من السادسة ان جميع  
الخطوط المقسومة على نسبة ذات  
وسط وطرفين المعشر مقسومة على  
نسبة واحدة فتكون نسبة الخط الى  
الخط كنسبة قسمه للاطول وللصغر  
الى الاصغر على الولاء فاذا قسم عمود  
ح ط على نسبة ذات وسط وطرفين  
بالشكل التاسع والعشرين من السادسة كانت نسبة ا ل ح اذا كان خطا  
واحدا الى عمود ح ط كنسبة ح ا الى القسم الاطول من عمود ح ط لكن ا ل ح  
اذا كان خطا واحدا كان ضعف عمود ح ط باستبانة الشكل المتقدم  
فيكون ا ل ح ضعف القسم الاطول من عمود ح ط فيكون القسم الاطول منه  
ربع القطر فيكون مساويا لعمود ح ط فتكون نسبة ب ه وتر زاوية الخمس  
الى ا ب ضلعه كنسبة عمود ح ط الى عمود ح ط باستبانة الشكل التاسع  
والعشرين من السادسة فسطح عمود ح ط في ضلع ا ب كسطح عمود ح ط في  
ب ه بالشكل الثامن عشر من السادسة وقد تبين في استبانة الشكل  
المتقدم ان ثلثين مثلا لسطح عمود ح ط في ضلع الخمس يساوي اثني عشر  
مثلا لخمس ا ب ح د فيكون ثلثين مثلا لسطح عمود ح ط في ب ه يساوي اثني  
عشر مثلا لخمس ا ب ح د وقد تبين في الشكل المتقدم ايضا ان ثلثين  
مثلا لسطح عمود ح ط في م ن يساوي عشرين مثلا لسطح مثلث ا م ن وكل  
خط ضرب في خطين فنسبة الخطين كنسبة السطحين الخارجين من ضرب  
ذلك الخط في الخطين باستبانة الشكل الاول من السادسة فتكون نسبة  
خط



خط ب ه وتر زاوية الخمس الى خط م ن ضلع المثلث المتساوي الاضلاع  
كنسبة سطح عمود ح ط في ب ه الى سطح عمود ح ط في م ن ونسبة الاضلاع اذا  
كانت متساوية العدة كنسبة الاجزاء بالشكل الثامن عشر من الخامسة  
فتكون نسبة ثلثين مثلا لسطح عمود ح ط في ب ه المساوية لاثني عشر  
مثلا لسطح خمس ا ب ح د الى مثلا لسطح عمود ح ط في ضلع م ن المتساوية  
لعشرين مثلا لمثلث ا م ن كنسبة ب ه الى م ن ه  
واستبانة ثابته ان النسبة سواء كان المثلث المتساوي الاضلاع واقعا في  
دايرة مخمس او في دايرة تساويها واقول في بيان هذا المطلوب بوجه  
اخر وهو الوجه هو الشكل التاسع والثامن من المقالة الرابعة عشر من  
اصلي الثابت والحاج فلان وتري ب ل ه ل متساويان تكون زاويتا



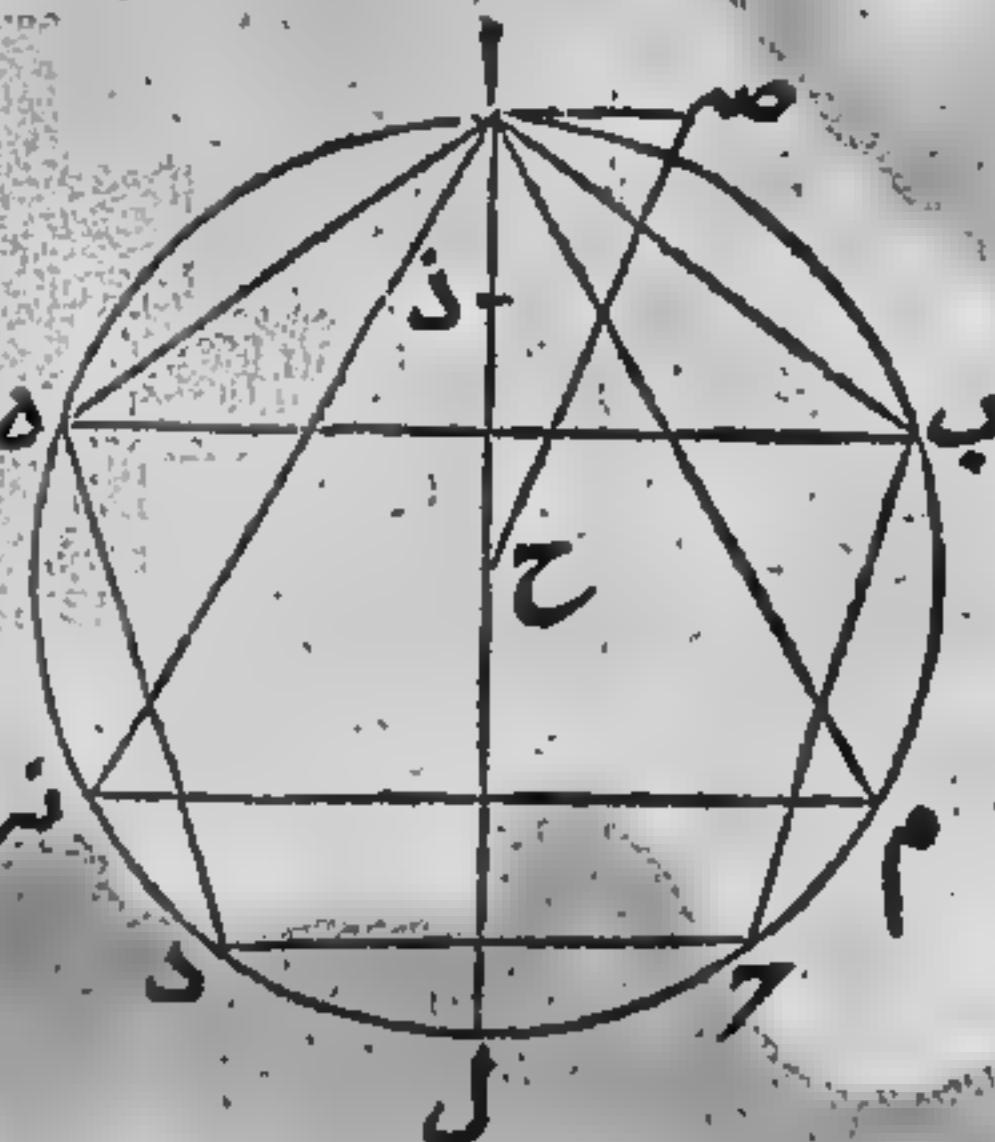
ب ا س ه ا س ه متساويتين بالشكل  
السادس والعشرين من الثالثة فسلعا  
ا ب ا س ه وزاوية ب ا س ه تساوي ضلعي  
ا ه ا س ه وزاوية ا س ه قبال الشكل الرابع  
من الاول قاعدة ب س ه كقاعدة س ه ه  
ونقسم ب س ه بثلاثة اقسام متساوية  
بالمقدمة المذكورة قبل هذا الشكل  
وليكن احد اقسامه ب ع فيكون  
خط ع ه خمسة اسداس ب ه فيكون  
ه س ه مثل ونصف س ه ه ولان ح ط

مربع القطر فيكون ا ف مثل ونصف ا ح فنسبة ا ف الى ا ح كنسبة ه س ه  
الى س ه ه فبالشكل الخامس عشر من السادسة سطح ا ف في س ه ه كسطح ه س ه  
ا ح يساوي ضعف مثلث ا ه ح و ح ط مثل نصف ا ح فسطح ه س ه في ح ط  
يساوي مثلث ا ه ح فاذا اضفنا الى سطح ه س ه في ا ح يصير المجموع مساويا  
لثلاثة امثال مثلث ا ه ح فاذا اضفنا اليه س ه ه في س ه ه المساوي لسطح  
ه س ه في ا ح يكون المجموع مساويا لسطح خمس ا ب ح د اذ كل مخمس متساوي  
الاضلاع ينقسم الى خمس مثلثات متساويات وسط ا ف ه س ه س ه ه يساوي  
سطح ا ف في ه ه بالشكل الاول من الثابته فثلثة ارباع قطر ا ل في خمسة  
اسداس ب ه وتر زاوية الخمس يساوي خمس ا ب ح د فسطح ا ب في اثني  
عشر مثلا لخط ه ه يساوي اثني عشر مثلا لخمس ا ب ح د وسطح ا ف في اثني  
عشر مثلا لخط ه ه يساوي سطح ا ف في عشرة امثال سطح ا ف في ب ه يساوي  
اثني عشر مثلا لخمس ا ب ح د وسطح ا ف في م ن ضعف مثلث ا م ن فسطح  
ا ف في عشرة امثال م ن يساوي مثلا لمثلث ا م ن فنسبة ب ه الى م ن كنسبة  
اثني عشر مثلا لسطح خمس ا ب ح د الى عشرين مثلا لمثلث ا م ن ه

واستبانة



واستبانة الثالثة وهي ان نسبة كل وتر زاوية الخمس المتساوي الاضلاع الواقع في اي دايرة الي ضلع اي مثلث متساوي الاضلاع الواقع في تلك الدايرة وفي اي دايرة تساويها كنسبة الخط القوي على الخط المقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين وعلى قسمه الاعظم الي الخط القوي على المقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين وعلى قسمه الاصغر فنقسم نصف قطر آح على نسبة ذات وسط



وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة وليكن قسمه الاعظم ح د والاصغر آد ولان آح ضلع المسدس باستبانة الشكل الحادي عشر من الرابعة فيكون ح د ضلع المعشر باستبانة الشكل السابع فاقول ان نسبة ب هـ وتر زاوية الخمس الي آم ضلع المثلث المتساوي الاضلاع كنسبة الخط القوي على آح ح د معا الي الخط القوي آح آد

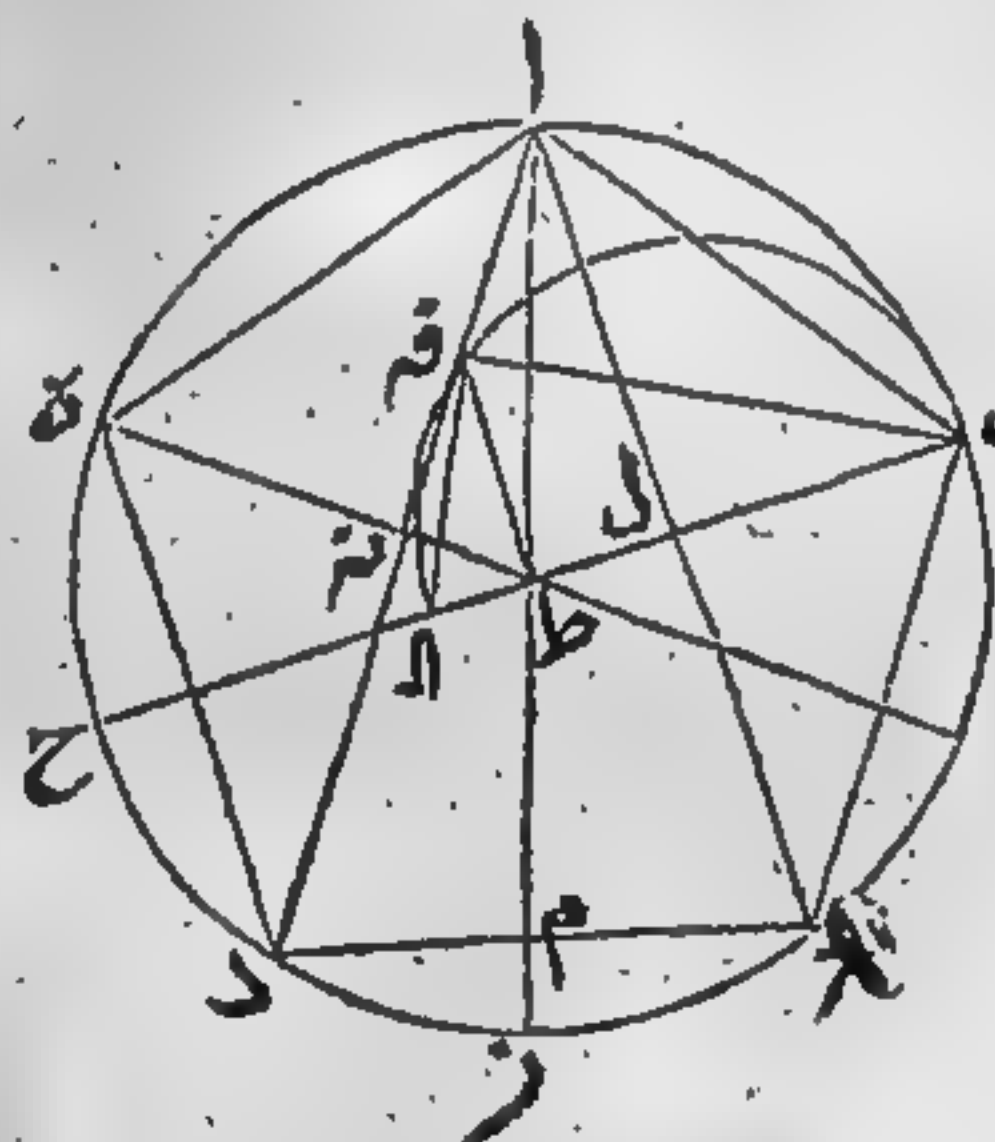
معا فنخرج من نقطة آ على خط آح عمود آص بالشكل الحادي عشر من الاول فيقع خارج دايرة آ ب ج بالشكل الخامس عشر من الثالثة ونفصل منه آص مساويا خط آد بالشكل الثالث من الاول ونصل بين نقطتي ص ح بخط مستقيم فلان مربع آم ثلاثة امثال آح بالشكل الثامن ومربع ح ص يساوي مربعي آح آص بالشكل السابع والاربعين من الاول وآص يساوي آد فربع ح ص يساوي مربعي آح آد معا وهما يساويان ثلاثة امثال مربع ح د فربع ح ص يساوي ثلاثة امثال مربع ح د ولان نسبة آم الي ح ص مثناة كنسبة مربع آم الي مربع ح ص بالشكل الثامن عشر من السادسة ونسبه الاضغاف اذا كانت متساوية كنسبة الاجزاء بالشكل الخامس عشر من الخامسة مربع آم ثلاثة امثال مربع آح ومربع ح ص ثلاثة امثال مربع ح د فبالتبديل نسبة مربع آح الي ح د كنسبة مربع آم الي مربع ح ص فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آم الي ح ص مثناة كنسبة آح الي ح د مثناة كنسبة مربع آح الي مربع ح د ونسبة آح الي ح د مثناة كنسبة مربع آح الي مربع ح د بالشكل الثامن عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آم الي ح ص مثناة كنسبة آح الي ح د مثناة فنسبة آم الي ح ص كنسبة آح الي ح د ولان وتر زاوية الخمس اذا قسم على نسبة ذات وسط وطرفين كان قسمه الاطول ضلع الخمس فنسبة ب هـ الي ب آ كنسبة آح الي ح د باستبانة الشكل التاسع والعشرين من السادسة فنسبة ب هـ الي ب آ كنسبة آح الي ح ص فبالتبديل بالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب هـ الي آم كنسبة ب آ الي ح ص لكن ب آ يقوي على آح ضلع المسدس وعلى

وعلى ح د ضلع المعشر معا بالشكل المتقدم وح ص يقوي على آح آد معا فنسبة ب هـ وتر زاوية الخمس المتساوي الاضلاع الواقع في تلك الدايرة كنسبة الخط القوي على الخط المقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين وعلى قسمه الاعظم الي الخط القوي على ذلك الخط المقسوم وعلى قسمه الاصغر معا ولو كان المثلث المتساوي الاضلاع الذي هو مثلث آم نه واقعا في دايرة تساوي دايرة آ ب ج لكانت النسبة بحالها فالمطلوب اصل

يب

ضلع كل مخمس متساوي الاضلاع نرسم في اي دايرة قطرها منطوق فانه اصغر

نرسم مخمس آ ب ج د هـ في دايرة آ ب ج د هـ التي قطرها منطوق فاقول ان كل واحد من اضلاع مخمس آ ب ج د هـ اصغر برهانه نجد مركز الدايرة بالشكل الاول من الثالثة وليكن نقطة ط ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي آ ب بخط مستقيم ونخرجهما على استقامتهما الي المحيط فليبتدئ

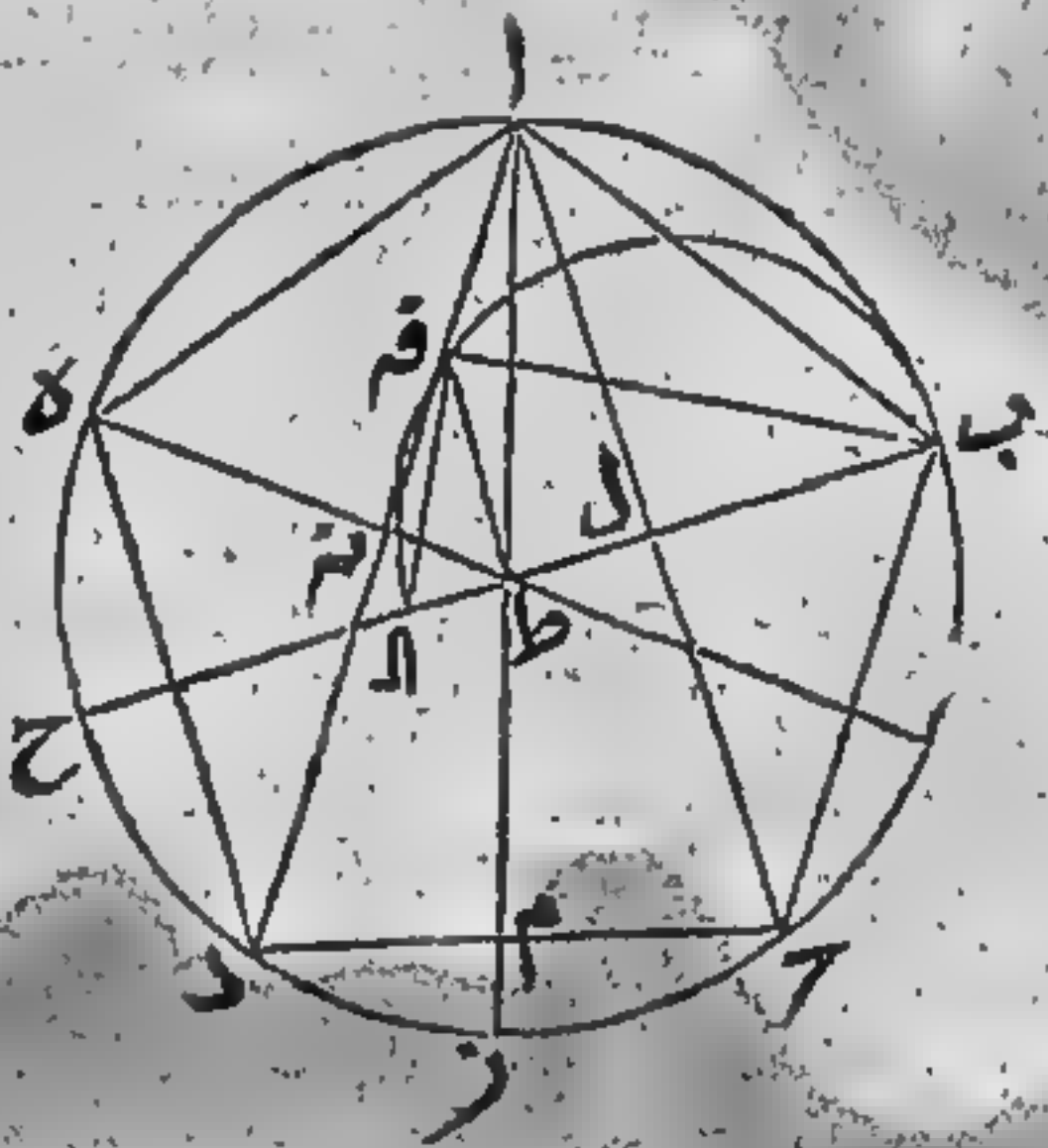


أط الي ز وبط الي ح ونصل بين نقطتي آ ح بخط مستقيم فيقع في دايرة آ ب ج د هـ بالشكل الثاني من الثالثة فيقع قطر ب ح على نقطة ل ولان قوسي آ ب ج ك قوسي آ د هـ فيكون قوسا ج د ز متساويين لان كل واحدة من قوسي آ ب ج ز آ د هـ نصف دايرة وبمثلها تبين ان قوسي هـ ج د ح متساويان فزاويتي ج ب ل آ ب ل متساويتان بالشكل السادس

والعشرين من الثالثة فضلعا آ ب ل والزاوية التي بينهما تساوي ضلعي ب ج ل والزاوية التي بينهما بالشكل الرابع من الاول زاوية ب ل ج ك زاوية آ ل ب فكل منهما قائمة وكذلك كل من زاويتي آل ط حل ط بالشكل الثالث عشر من الاول واذا وصلنا بين نقطة آ د بخط مستقيم تبين بمثل ما بينا ان كل واحدة من الروايا التي عند نقطة ن قائمة وننصف نصف قطر ط ح وننصف نصف بالشكل العاشر من الاول وليكن هو ط آل وط آل ربع ط ح فهو يساوي ربع آل ط فلان زاويتي آل ط آم ج من مثلثي آل ط آم ج قائمتان وزاوية آل ط مشتركة بينهما وزوايا كل مثلث كقائمتين



كقائمتين بالشكل الثاني والثالثين من الاول فزوايا مثلثي الـ ط ا م ح  
المتناظرة متساوية فبالشكل الرابع من السادسة نسبة ح م الى ل ط كنسبة  
ا ح الى ا ط ولان نسبة الاجزاء كنسبة الاضلاع المتساوية العدة بالشكل  
الخامس عشر من الخامسة تكون نسبة ربع ا ح الى ربع ا ط كنسبة ا ح  
الى ا ط فبالشكل الحادي عشر من  
الخامسة نسبة ح م الى ل ط كنسبة  
ربع ا ح الى ربع ا ط ونسبة ربع ا ح الى  
ط ا كنسبته الى ربع ا ط بالشكل  
التاسع من الخامسة فبالشكل  
الحادي عشر من الخامسة نسبة ح م  
الى ل ط كنسبة ربع ا ح الى ط ا  
فبالابدال بالشكل السادس عشر من  
الخامسة نسبة ح م الى ربع ا ح كنسبة  
ل ط الى ط ا فنسبة ح م ضعف ح م  
الى ح ل نصف ا ح كنسبة ح م الى ربع ا ح بالشكل الخامس عشر من  
وكانت نسبة ل ط الى ط ا كنسبة ح م الى ربع ا ح فبالشكل الحادي من  
الخامسة نسبة ح م الى ح ل كنسبة ل ط الى ط ا فبالتركيب بالشكل السابع  
عشر من الخامسة نسبة ح م الى ح ل اذا كان مستقيما الى ح ل كنسبة ل ا الى ا ط  
واذا قسم ا ح علي نسبة ذات وسط وطرفين كان قسمه الاعظم يساوي ح د  
ضلع الخمس بالشكل المتقدم وقد تبين في الشكل الاول ان قسم الاعظم  
من قسمي الخطين المقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين اذا اضيف الي  
نصف ذلك القطر كله كان مربع المجموع خمسة امثال مربع نصف الخط  
فربع ح ل خمسة امثال مربع ح ل ونسبة ح م ربع ح ل الى مربع ح ل كنسبة  
ح ل الى ح ل مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة ونسبة ل ا الى ا ط  
مثناة كنسبة ح ل الى ح ل مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة  
نسبة مربع ح ل الى مربع ح ل كنسبة ل ا الى ا ط مثناة ونسبة ل ا الى ا ط  
مثناة كنسبة مربع ل ا الى مربع ا ط فنسبة مربع ح ل الى مربع ح ل  
كنسبة مربع ل ا الى مربع ا ط فبالشكل الحادي عشر من الخامسة كن  
مربع ح ل خمسة امثال مربع ح ل فربع ل ا خمسة امثال مربع ا ط واط  
اربعة امثال ط ا وبط يساوي ا ط فبط اربعة امثال ط ا فب ل  
خمس امثال ط ا فنسبة ب ل الى ا ط كنسبة مربع ب ل الى مربع ا ط مثناة  
كنسبة مربع ل ا الى مربع ا ط فنسبة ب ل الى ا ط مثناة بالشكل الحادي  
عشر من الخامسة فاذا حصلنا وسطا في النسبة بين خطي ب ل ا ط  
بالشكل التاسع من السادسة كانت نسبة ذلك الوسط الى ا ط مثناة  
كنسبة ب ل الى ا ط مثناة كنسبة ب ل الى ا ط فنسبة الوسط الى ا ط مثناة  
كنسبة



كنسبة ل ا الى ا ط مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة فنسبة الوسط  
الى ا ط كنسبة ل ا الى ا ط فب ل يساوي الوسط بالشكل التاسع من الخامسة  
فخط ل ا وسط في النسبة بين خطي ب ل ا ط ونسبة مربع ب ل الى مربع  
ل ا مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة ونسبة ل ا الى ا ط مثناة كنسبة  
ب ل الى ل ا مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ب ل  
الى مربع ل ا كنسبة ل ا الى ط ا بالشكل الحادي عشر من الخامسة كن  
مربع ل ا خمسة امثال مربع ا ط فربع ب ل خمسة امثال مربع ل ا فنسبة  
مربع ب ل الى مربع ل ا كنسبة خمسة الى الواحد فنسبة مربع ب ل الى  
مربع ل ا كنسبة غير مربعين فبالشكل التاسع من العاشرة خط ب ل  
يشارك ل ا في القوة ويباينه في الطول وب ل منطف لانه يشاركه قطر  
ب ح المنطف باستبانة الشكل العاشر من العاشرة فل ا اصم فنصف ب ل  
بالشكل العاشر من الاول ونرسم عليه نصف دائرة ب ن ا ونخرج من  
نقطة ط عمود ط م علي ب ل بالشكل الحادي عشر من الاول ونخرجه  
علي استقامته الي ان ينتهي الي المحيط علي نقطة ق ونصل بينها وبين كل  
من نقطتي ب ل بخط مستقيم فباستبانة الشكل الثامن من السادسة نسبة  
مربع ب ل الى مربع ا ط كنسبة ب ل الى ا ط ولان ل ا وسط في النسبة بين  
ب ل ا ط تكون نسبة مربع ب ل الى مربع ل ا كنسبة ب ل الى ا ط فبكون  
مربع ل ا كمربع ا ط بالشكل السابع من الخامسة فبكون ا ط يساوي ل ا  
فب ل يقوي علي ل ا اعني ا ط بمربع خط ب ل بالشكل السابع والاربعين  
من الاول وكانت نسبة ب ل الى ا ط كنسبة الخمسة الى الواحد فبالقلب  
نسبة ب ل الى ب ط كنسبة الخمسة الى الاربعة وهما عددان غير مربعين  
ونسبة مربع ب ل الى مربع ب ل كنسبة ب ل الى ب ط فب ل يشارك ب ل  
في القوة ويباينه في الطول بالشكل التاسع من العاشرة فب ل يقوي علي  
ل ا بمربع خط يباينه فب ل المنفصل الرابع بمربع ا ب يساوي سطح ب ح  
المنطف في ب ل المنفصل الرابع فبكون ا ب ضلع الخمس المتساوي الاضلاع  
الواقع في دائرة ا ب ح اصغر بالشكل الواحد والعشرين من العاشرة  
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

•

كل كرة مفروضة لنا ان نرسم فيها شكلا مجسما  
به اربع مثلثات متساويات الاضلاع علي ان  
مربع قطر تلك الكرة متدل مربع ضلع من اضلاع  
المثلثات







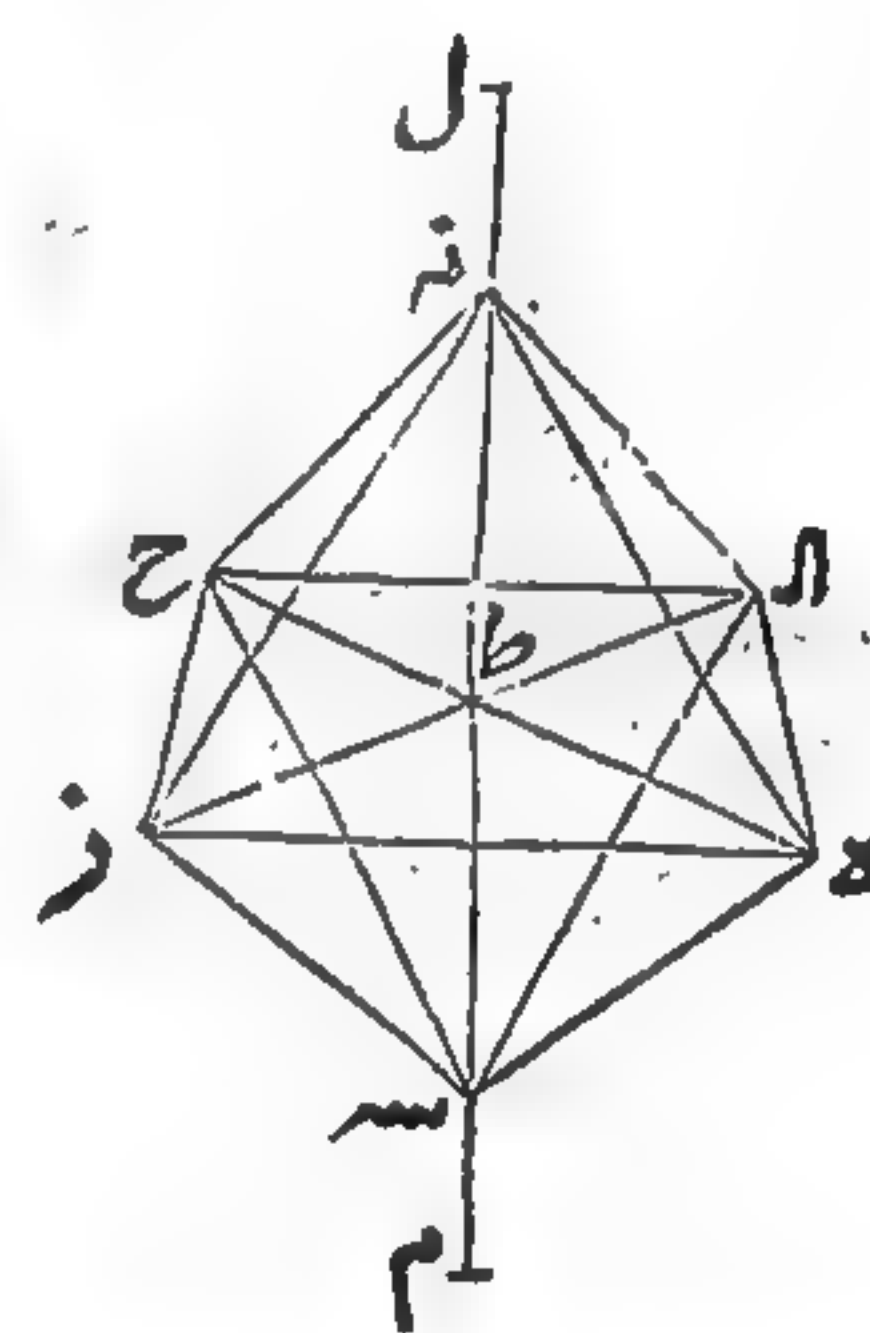
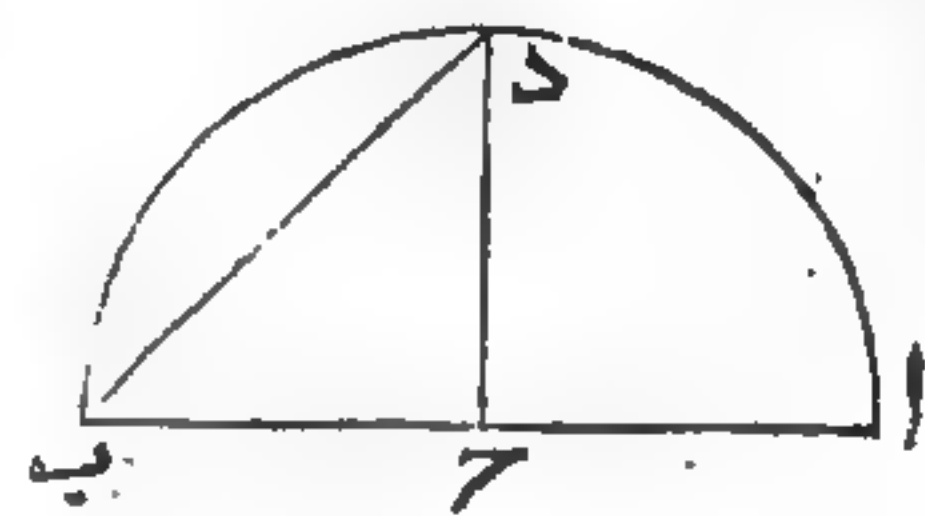




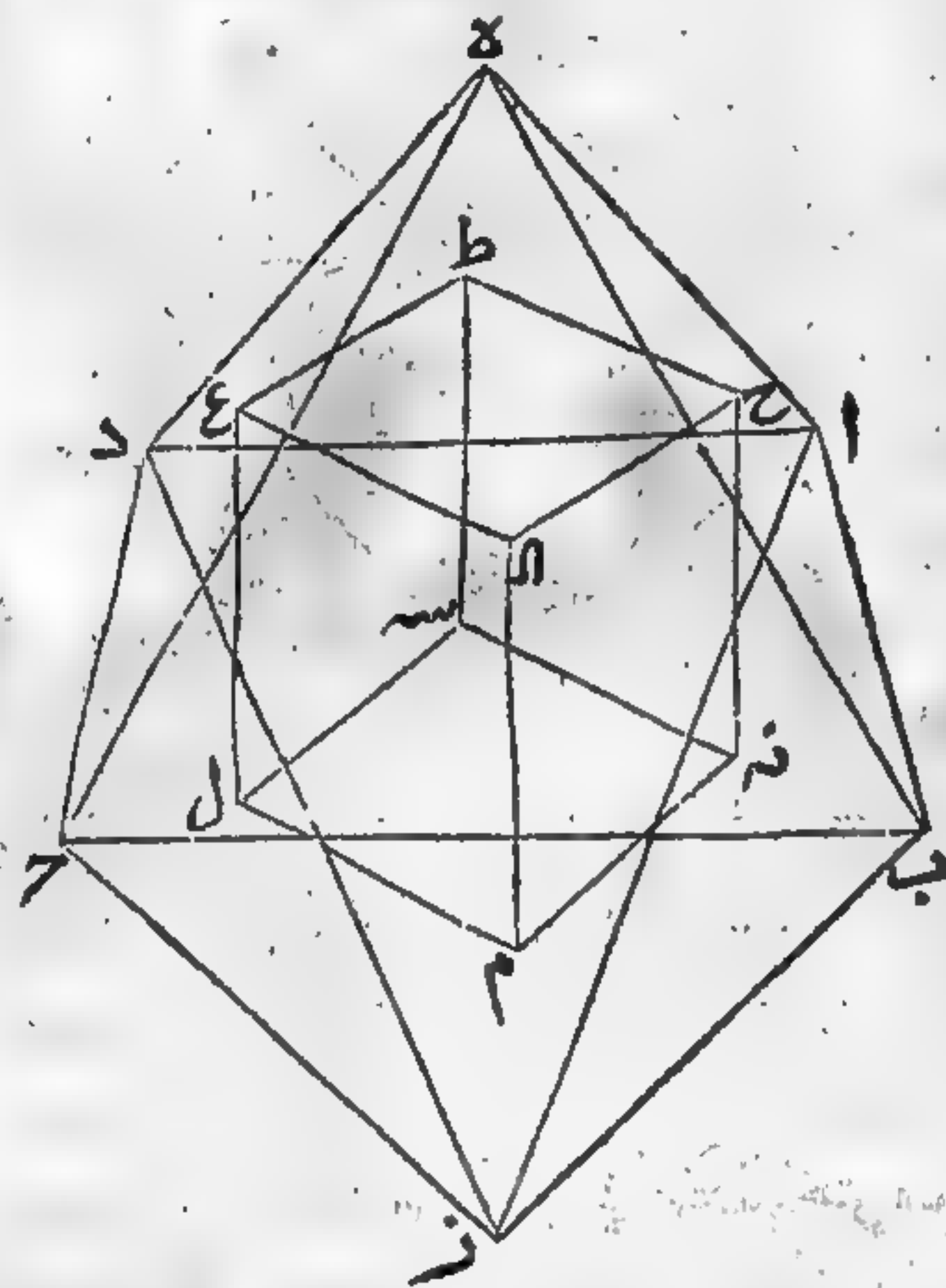




سـ وبين كل واحدة من نقطة مـ حـ الـ بخط مستقيم فيحدث شكل مجسم يحيط به ثماني مثلثات فاقول انها متساويات الاضلاع فلان كلا من ضلعي طـ نـ طـ سـ يساوي احد خطوط طـ طـ طـ زـ طـ حـ طـ الـ يساوي ضعف مربع احد خطوط طـ طـ طـ زـ طـ حـ طـ الـ ومربع هـ زـ يساوي مربعي طـ زـ طـ هـ بالشكل التاسع والاربعين من الاول ومربع وـ نـ يساوي مربعي طـ نـ طـ هـ بالشكل التاسع والاربعين من الاول وكل من مربعي طـ نـ طـ هـ يساوي ضعف مربع طـ هـ فربعا هـ مـ نـهـ متساويان فهما متساويان وبمثله تبين ان كل واحد من اضلاع نهـ الـ نـزـ نحـ سـ الـ سهـ سـ زـ سـ حـ يساوي احد اضلاع مربع هـ مـ حـ الـ فاضلاع المثلثات الثمان القواعد متساوية فتكون تلك المثلثات متساوية بالشكل الثامن من الاول ولان ضلعي طـ هـ طـ نـ متساويان فزاويتان طـ هـ نـ طـ نـ هـ متساويتان وزاوية هـ طـ نـ قائمة وزوايا كل مثلث كقائمتين بالشكل الثاني والثالثين من الاول فزاوية طـ هـ نـ نصف قائمة وبمثله تبين ان كل واحدة من زوايا طـ هـ سـ طـ زـ هـ طـ زـ سـ طـ حـ سـ طـ الـ هـ نصف قائمة وكل من زوايا نهـ سـ نهـ الـ سهـ نهـ زـ سهـ نهـ حـ سهـ قائمة فاذا رسمنا علي خط نهـ سـ نصف دائرة واثبتنا خط نهـ سـ وادرنا نصف الدائرة المرشومة الي ان يعود الي وضعه الاول فان محيط يمر بنقطة هـ الـ حـ لان الزاوية الواقعة في مركز الدائرة قائمة بالشكل الثالثين من الثالثة وحدثت كرة قطرها نهـ سـ فلان مربع هـ زـ المساوي لبـ حـ مساوي لمربعي طـ هـ طـ زـ والمتساويين ومربع بـ دـ يساوي مربعي حـ دـ حـ بـ المتساويين يكون بـ حـ مساويا لـ طـ هـ وطـ نـ هـ يساوي طـ هـ وطـ نـ هـ يساوي بـ حـ فنهـ سـ يساوي ا بـ ومربع نهـ هـ يساوي مربعي طـ الـ طـ هـ فربع نهـ هـ يساوي مربع بـ دـ فهو يساوي نهـ هـ فنسبة مربع نهـ سـ الي مربع نهـ هـ كنسبة نهـ سـ الي نهـ طـ باستبانة الشكل الثامن من السادسة ليكون نهـ سـ ضعف طـ نـ فربع نهـ سـ الذي قطر الكرة المفروضة ضعف مربع نهـ هـ الذي ضلع احد المثلثات المتساويات الاضلاع المحبطة بذوي ثماني قواعد فالحكم ثابت .  
واما ان لنا ان نرسم في اي ذي ثماني قواعد مثلثات متساويات متساويات الاضلاع مكعبا فليكن مجسم اب ح د هـ مـ ذـ ثماني قواعد



قواعد مثلثات متساويات الاضلاع ولتجد مراكز المثلثات المحيطة  
بالجسم باستبانة الشكل الرابع من الرابعة وفي مثلثات  $أ ب أ د د ح$   
 $ح ب ج ز د ز ا$   $ب ز ح$  ومراكزها  $ن ق ط ح ط ع ا ل م$   $ن س$  ونصل  
 $خطوط ح ط ط ع ا ل ح ل م م ن س س ل ط س ع ل م ح ن$  المستقيمة  
فأقول اننا رسمنا ذي ثماني قواعد  $أ ب ج د ز م ك ع ب م ط$  برهانه فلان  
المثلثات المحيطة بذي ثماني قواعد مثلثات متساويات الاضلاع تكون



الأعمدة الخارجة من نقط  
زواياها إلى أوتارها  
متساوية بالشكل السادس  
والأربعين من الأولي وإقطار  
الواصلة بين كل واحدة من  
نقطتي  $Z$  و  $A$  ب  $D$  متساوية  
فتكون الزوايا التي بها  
سطوح تلك المثلثات  
متساوية فإذا أخرجنا من  
مراكز الزوايا أعمدة على  
أضلاعها تكون متساوية  
بإستقامة الشكل الرابع من  
الرابعة والزوايا المحاذية  
عند التواء الأعمدة الخارجة  
من المراكز متساوية فالخطوط

المستقيمة الواصلة بين المراكز متساوية بالشكل الرابع من الاول فيكون  
اضلاع مجسم ح ط ع اسد م نه متساوية ولان الخطوط المستقيمة الواصلة  
بين نقطة و بين مراكز ح ط ع ا و بين نقطة ز و بين مراكز ل م نه سه  
متساوية والزوايا التي تحيط بها تلك الخطوط عند نقطتي ه و ا ايضا  
متساوية فتكون اقطار المربعات متساوية بالشكل الرابع فبالشكل  
الثامن من الاول تكون الزوايا المثلثات التي تحيط بها اضلاع المربعات  
واقطارها متساوية على التناظر فتكون الاضلاع المتقابلة من المربعات  
متوازية فتكون زوايا تلك المربعات قوائم فجسم ح ط ع ا س د م نه  
مكعب وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان مربع قطر الكرة يساوي ستة امثال مربع نصف قطر  
دايرة تحيط باي مثلث من المثلثات بذوي ثماني قواعد لانه قد تبين  
ان مربع قطر الكرة يساوي ضعف مربع اي ضلع من اضلاع المثلثات  
المحيطه بذوي الثماني قواعد وقد تبين في الشكل الحادي عشر ان مربع  
ضلع اي مثلث متساوي الاضلاع يساوي ثلاثة امثال مربع نصف  
قطر





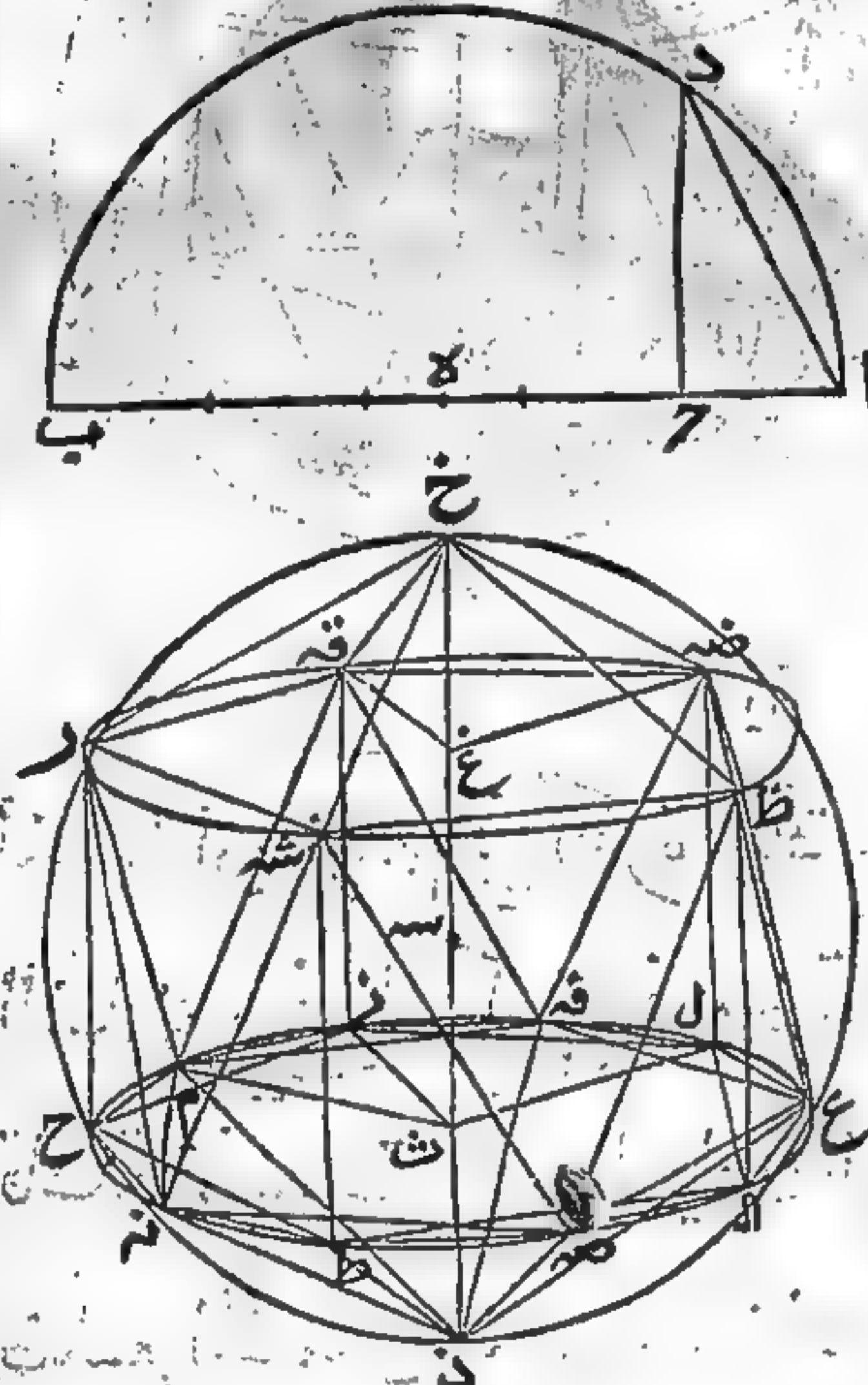






لضلع الخمس مثلثات قرضه ضه ط خ ط ش ه ح ر ق خ متساوية  
الاضلاع كل ضلع منها يساوي ضلع الخمس الواقع في دائرة مزح ط ال  
ولان خط ت م ر ضلع المسدس وت د ضلع المعشور زاوية م ت د قائمة فخط  
م د يساوي ضلع الخمس الواقع في دائرة مزح ط ال ويمثله تبين ان ضلع  
ت د يساوي ضلع الخمس وم ت د ضلع الخمس مثلث م ت د متساوي الاضلاع  
كل ضلع من اضلاعه يساوي ضلع الخمس الواقع في دائرة مزح ط ال  
ويمثله تبين ان كل من مثلثات ت د ص د ص د ع د ع د ف د ف د م د متساويات  
الاضلاع وان كل ضلع من اضلاعها يساوي ضلع الخمس الواقع في دائرة  
مزح ط ال فالمثلثات المذكورة تساوي بعضها لبعض فالمثلثات متساوية  
فقد رسمنا مجسما ذا عشرين قاعدة مثلثات متساويات متساويات  
الاضلاع كل ضلع من اضلاعها يساوي ضلع الخمس الواقع في دائرة  
مزح ط ال فاقول انه يحيط به كرة قطرها يساوي اب وذلك لان ت غ  
يساوي ضلع المسدس الواقع في دائرة مزح ط ال لانه يساوي نصف  
قطر ز ت و غ ح ضلع المعشور خط ت ح مقسوم على نسبة ذات وسط  
وطرفين وقسمه الاكظم ت غ فسطح ت ح في غ غ يساوي مربع ت غ  
باستبانة الشكل السادس عشر من السادسة لكن ت غ يساوي ت م و غ ح  
يساوي ت د فسطح ح ت في ت د يساوي مربع ت م فاذا رسمنا على مركز  
س ه وتبعد س د نصف دائرة واد فامع ثبات خط خ د الي ان يعود الي  
وضعه الاول فان محيط يمر بنقطة م ويساير نقط ت د ه ح ف د ر ش ه ط  
فه بقوة الشكل التاسع من السادسة وحدت كرة فقد احاط بمجسم  
ذي عشرين قاعدة مثلثات متساويات متساويات الاضلاع كرة  
قطرها خط خ د فاقول انه يساوي اب قطر الكرة المفروضة وذلك لان  
نسبة مربع اب الي مربع اد كنسبة اب الي ا ح باستبانة الشكل الثامن  
من السادسة لكن اب خمسة امثال ا ح فربع اب خمسة امثال مربع اد ولان  
ت ح قسم على نقطة غ بنسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول ت غ  
ونصف ت غ س ه فكون مربع س ه خمسة امثال مربع س غ بالشكل  
الثالث فنسبة مربع س ه الي مربع س غ كنسبة س ه الي س غ مثناة  
بالشكل الثامن عشر من السادسة وس د يساوي س ه وس د يساوي  
س ه فح د ضعف س د وت غ ضعف ت س بنسبة الاضلاع كنسبة  
الاجزاء اذا كانت الاضلاع متساوية العدة بالشكل الخامس من  
الخامسة فنسبة خ د الي ت غ كنسبة س ه الي س غ فنسبة خ د الي ت غ  
مثناة كنسبة س ه الي س غ مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة  
نسبة مربع س ه الي مربع س غ كنسبة خ د الي ت غ مثناة ونسبة مربع  
خ د الي مربع ت غ كنسبة خ د الي ت غ مثناة بالشكل الثامن عشر من  
السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع س ه الي مربع  
س ه

س ه كنسبة مربع خ د الي مربع ت غ لكن مربع س ه خمسة امثال مربع  
س ه فربع خ د خمسة امثال مربع ت غ لكن ت غ يساوي اد فربع خ د  
يساوي مربع اب فخط خ د يساوي خط اب فالكرة المحيطة بذي عشرين  
قاعدة مثلثات متساويات متساويات الاضلاع هي مساوية للكرة  
المفروضة بل هي الكرة المفروضة ولان نسبة مربع خ د الي مربع قطر  
دائرة مزح ط ال كنسبة الخمسة الي الواحد وهي كنسبة عددين غير  
مربعين فح د يشارك قطر دائرة مزح ط ال في القوة فقط بالشكل السابع  
من العاشرة فاقول ان كل واحد من اضلاع المثلثات المحيطة بذي  
عشرين قاعدة اصغر اذا كان قطر الكرة المحيطة به منطوقا اعني خ د او اب  
ولكن منطوقا فترسم في الكرة المحيطة التي قطرها خ د دائرة عظيمة كما مر



في الشكل الرابع عشر من  
الثانية عشرة وليكن قطرها  
خ د وترسم فيها مجسما  
متساوي الاضلاع والزوايا  
بالشكل الحادي عشر من  
الرابعة فنسبة خ د الي قطر  
دائرة مزح ط ال مثناة كنسبة  
مربع خ د الي مربع قطر  
دائرة مزح ط ال بالشكل  
الثامن عشر من السادسة  
ونسبة الخمس المعول في  
العظيمة التي قطرها خ د الي  
مخمس مزح ط ال كنسبة مربع  
خ د الي مربع قطر دائرة  
مزح ط ال بالشكل الاول من  
الثانية عشر فبالشكل  
الحادي عشر من الخامسة  
نسبة قطر خ د الي قطر دائرة  
مزح ط ال مثناة كنسبة الخمس المعول في العظيمة الي مخمس مزح ط ال  
ونسبة ضلع الخمس المعول في العظيمة الي ضلع الخمس مزح ط ال مثناة  
كنسبة الخمس الي الخمس بالشكل الثامن عشر من السادسة فبالشكل  
الحادي عشر من الخامسة نسبة قطر خ د الي قطر دائرة مزح ط ال مثناة  
كنسبة ضلع الخمس المعول في العظيمة الي ضلع مخمس مزح ط ال مثناة  
فنسبة قطر خ د الي قطر دائرة مزح ط ال كنسبة ضلع الخمس المعول في  
العظيمة الي ضلع مخمس مزح ط ال لكن خ د يشارك لقطر دائرة مزح ط ال في  
القوة



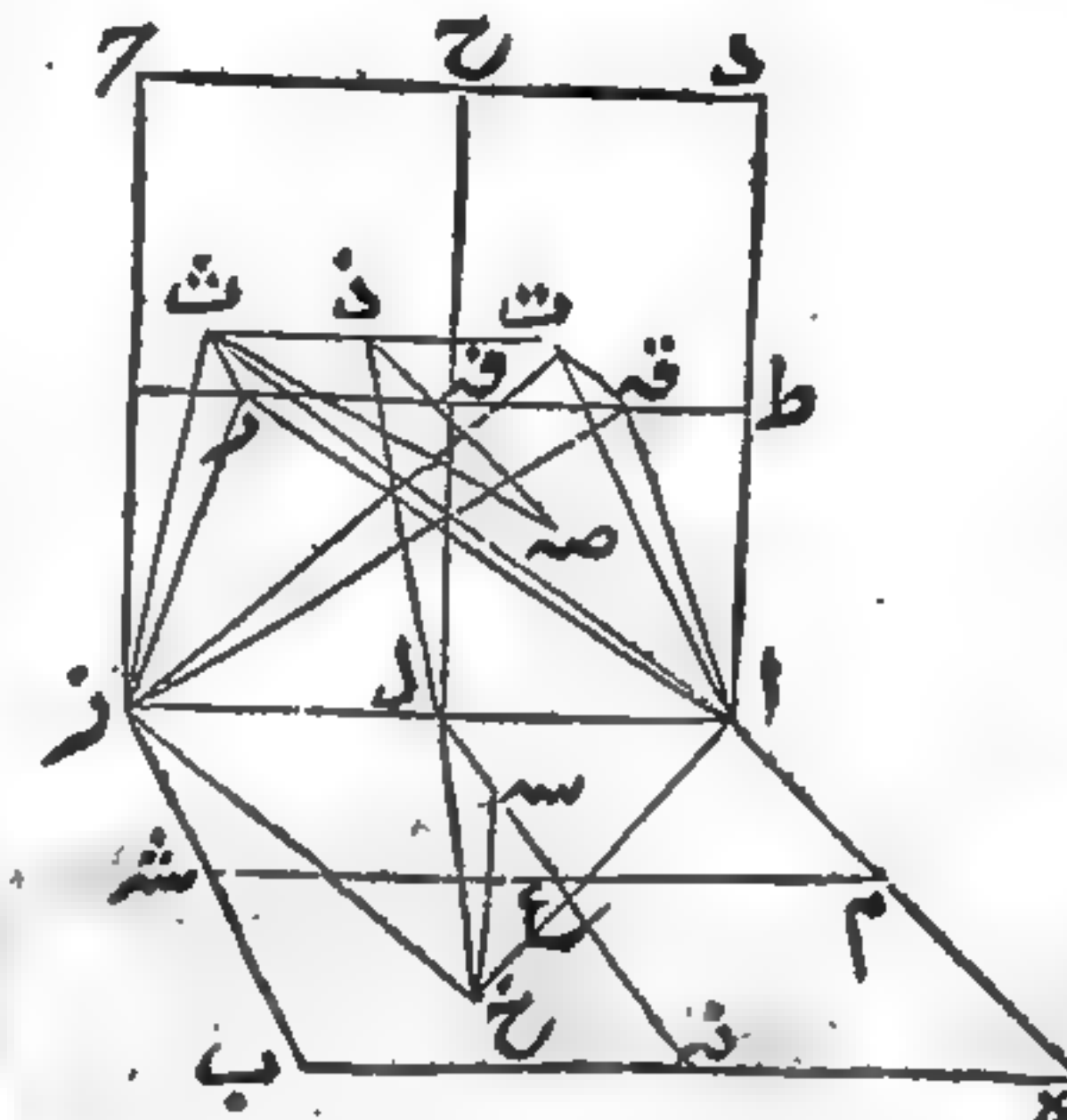








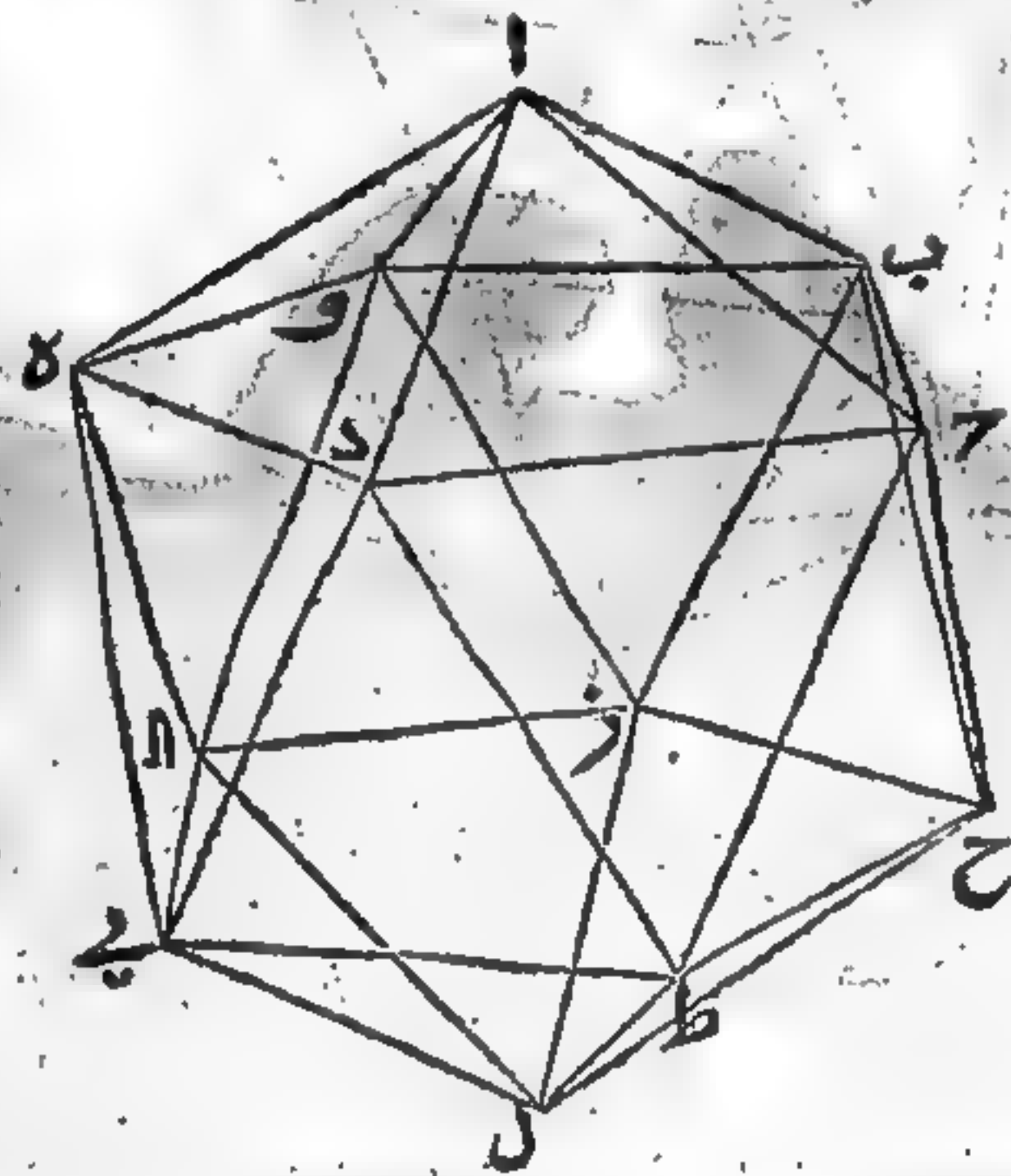
مربع ثلثه يساوي مربعي ثلثه بالشكل التاسع والاربعين من الاول  
وكان مربعاً صمد ذق معاً مساوياً ثلاثة امثال مربع نصف ضلع المكعب  
ومربع قطر الكرة الذي هو قطر المكعب يساوي ثلاثة امثال مربع  
ضلع المكعب بالشكل الرابع عشر ونسبة الاضعاف كنسبة الاجزاء  
بالشكل الخامس عشر من الخامسة



اذا كانت متساوية فمربع نصف  
قطر الكرة ثلاثة امثال مربع نصف  
ضلع المكعب وكان مربع ثلثه  
ثلاثة امثال مربع نصف ضلع  
المكعب فخط ثلثه يساوي  
نصف قطر الكرة وبمثله تبين ان  
الخطوط المستقيمة الواصلة بين  
نقطة ص وبين النقط التي على  
زوايا الخمس كل منها يساوي  
نصف قطر الكرة فاذا عملنا على

قطر الكرة نصف دائرة واثنينا وادنا نصف الدائرة الى ان يعود الى  
وضعه الاول فحيط نصف الدائرة يلزم سطح الكرة ويخرج على نقط زوايا  
المجسمات المحيطة بالمجسم المعول فتكون الكرة محيطة بذوي اثني عشر  
قاعدة المجسمات فاقول ان ضلع الخمس منفصل وذلك لان مربع قطر  
الكرة ثلاثة امثال مربع ضلع المكعب فنسبة مربع قطر الكرة الى مربع  
ضلع المكعب كنسبة ثلاثة الى الواحد وهي كنسبة عددين مربعين وان  
كانت كنسبة عدد الى عدد فبالشكل السابع من العاشرة ضلع المكعب  
يشارك في القوة قطر الكرة المنطق وبماينه في الطول واذا كل واحد من  
قطر الكرة وضلع المكعب وليكن هو ضلع آز على نسبة ذات وسط  
وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة كانت نسبة القطر الى  
ضلع المكعب كنسبة قسمي القطر الى قسمي ضلع المكعب الاعظم الى  
الاعظم والاقصر الى الاقصر باستبانة الشكل التاسع والعشرين من  
السادسة فنسبة قطر الكرة الى ضلع المكعب كنسبة قسم الاعظم من قطر  
الكرة الى قسم الاعظم من ضلع المكعب لكن قطر الكرة يشارك ضلع المكعب  
في القوة فالقسم الاعظم من ضلع المكعب يشارك قسم الاعظم من قطر  
الكرة بالشكل الثاني عشر من العاشرة وقطر الكرة منطوق وكل خط منطوق  
قسم على نسبة ذات وسط وطرفين فكل قسم من قسمه منفصل بالشكل  
التاسع فالقسم الاعظم من امر ضلع المكعب يشارك المنفصل في القوة  
وازوتر زاوية آخر التي هي زاوية الخمس وكل وتر زاوية الخمس قسم على  
نفسه ذات وسط وطرفين فان قسمه الاعظم يساوي ضلع الخمس بالشكل  
الرابع

الرابع عشر فضلع خمس ات ت ر خ وليكن هو آخ يشارك المنفصل في  
القوة وكل خط يشارك المنفصل في الطول او في القوة فهو منفصل بالشكل  
المائة من العاشرة فاضلاع المجسمات المحيطة بذوي اثني عشر قاعدة  
المجسمات منفصلات فالحكم ثابت  
واما ان لنا ان نرسم في اي مجسم ذي عشرين قاعدة مثلثات متساويات  
الاضلاع والزوايا ذا اثني عشر قاعدة مجسمات متساويات الاضلاع  
والزوايا فليكن ذو عشرين قاعدة مثلثات كل اب ح د هـ و ز ح ط ز ل  
ومثلثات العشرون فاقول لنا ان نرسم فيه مجسماً ذا اثني عشر قاعدة

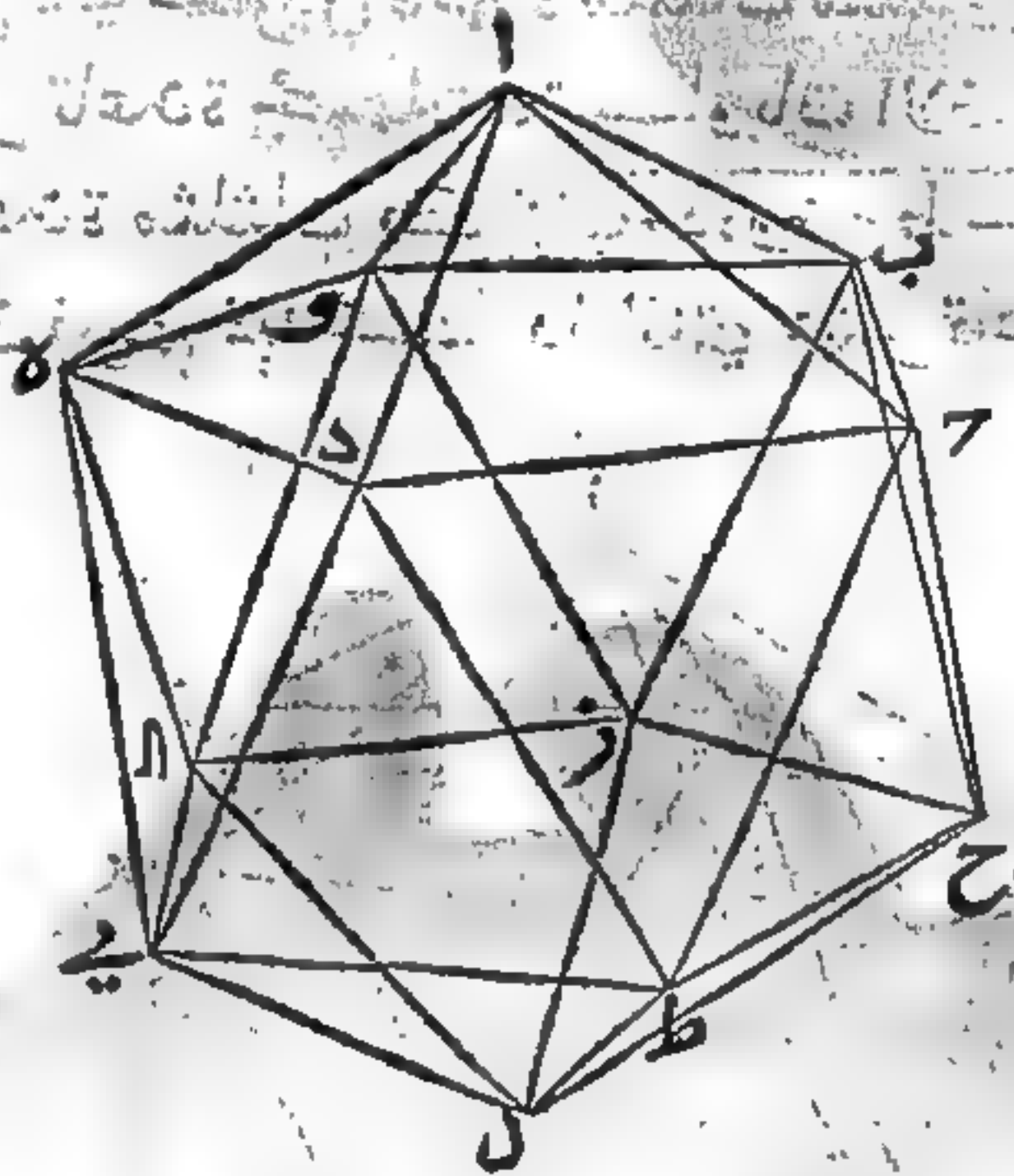


مجسمات برهانها فلان سطح  
ذوي العشرين يشتمل على  
عشرين مثلثات وكل  
مثلث على ثلث زوايا  
السطح يشتمل على ستين  
زاوية وكل خمسة من تلك  
الزوايا محيطة بزاوية مجسمة  
فالمجسم ذي العشرين يشتمل  
على اثني عشر زاوية  
مجسمة وكل ضلعين من اضلاع  
الزوايا الخمسة المحيطة  
بالزاوية المجسمة يحيطان

بزاوية خمس من المجسمات المتساوية الاضلاع والزوايا التي كل زاوية  
من الزوايا المجسمة لذوي العشرين قاعدة لواحد منها لمعي انه اذا وصل  
بين الزوايا المجسمة وبين زاوية من ثلث المجسمات بخط مستقيم واذا حثي  
المجسمات فسطحا كل مثلثين من مثلثات ذوي العشرين  
يحيطان بزاوية جميع تلك الزوايا متساوية فتجد مركز كل واحد  
العشرين من مثلثات ذوي العشرين باستبانة الشكل الرابع من  
الرابعة ونرسم على كل واحد من تلك المراكز نقطة ع ونخرج من كل  
واحد من تلك المراكز ثلاثة اعمدة على اضلاع كل مثلث من مثلثات  
ذوي العشرين بالشكل الحادي عشر من الاول فتكون الاعمدة كلها  
متساوية باستبانة الشكل الرابع من الرابعة ونصل بين مركزي كل  
مثلثين متجاورين بخط مستقيم فلان الاعمدة متساوية بالشكل  
الرابع من الاول فتحصل اثنا عشر مجسمات متساويات الاضلاع واذا  
وصلنا بين نقط الزوايا المجسمة وبين جميع مراكز مثلثات ذوي العشرين  
بخطوط مستقيمة حدث مائة وعشرين مثلثات في كل منها زاوية قائمة  
محيط بها نصف ضلع من اضلاع مثلثات ذوي العشرين وعود تلك  
الاعمدة

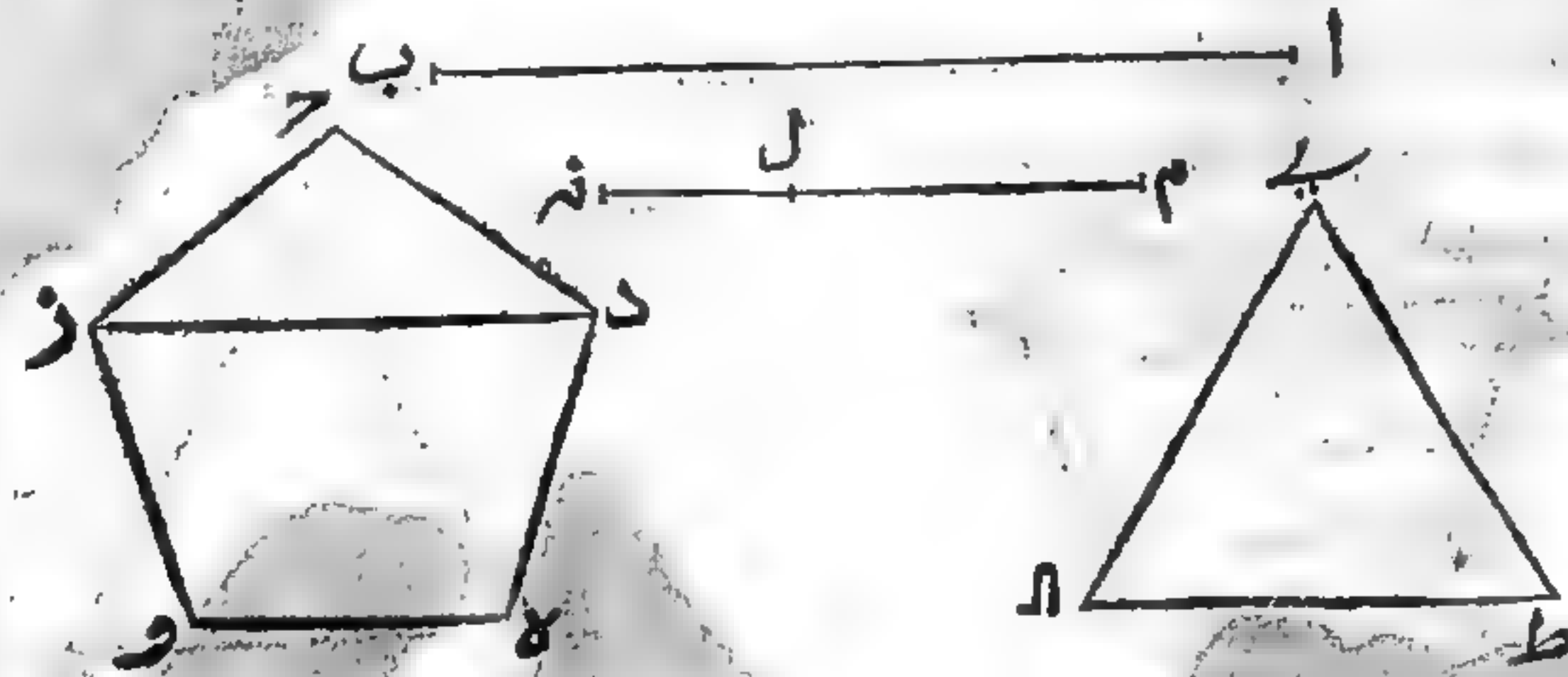


الاجمعة المتساوية وجميع الاضلاع متساوية فبالشكل الرابع من الاولي  
تكون جميع الخطوط المستقيمة الواصلة متساوية التي هي اوتار تلك  
الزوايا القوام فاذا جعلنا نقط الزوايا الخمسة مراكز وادونا بنهد  
الخطوط المستقيمة المتساوية دواير محيط كل منها على مراكز المثلثات  
فتقع اوتار كل واحد من  
الخمس في دايوتة بالشكل  
الثاني من الثالثة وتكون  
جميع تلك الدواير متساوية  
فتكون جميع المفروضة من  
محيطاتها باوتارها التي  
اضلاع الخمس متساوية  
بالشكل السابع والعشرين  
من الثالثة وكل زاوية من  
زوايا كل خمس على ثلث من  
تلك القسي فتكون المجسمات  
متساوية الزوايا فيحصل



مجسم يحيط به اثنتا عشر مجسمات متساويات الاضلاع والزوايا وكل  
مجموع يشتمل على خمس زوايا فسطح هذا المجسم يشتمل على عشرين  
زاوية كل ثلث منها يلتقي عند نقطة ع التي هي مركز من مراكز ذي  
العشرين فتحدث من اجتماعها زاوية محسنة عند تلك النقطة فتكون  
الزوايا الخمسة التي يشتمل عليها سطح ذي الاثني عشر قاعدة عشرين  
زاوية فقد رسمنا في ذي العشرين ذا اثني عشر قاعدة مجسمات  
متساوية الاضلاع والزوايا ولنا ان نرسم ايضا في ذي اثني عشر  
قاعدة مجسمات ذا العشرين قاعدة مثلثات فثل ما ذكرنا وذلك ما اردنا  
ان نبين  
استبانة قد تبين في الشكل المتقدم ان مربع قطر الكرة وليكن هو خط  
اب المستقيم اعني قطر الكرة التي تحيط بذي العشرين قاعدة وبذي  
الاثني عشر قاعدة معا خمسة امثال مربع نصف قطر دائرة ضلع  
مجسم يساوي ضلع مثلث ذي العشرين قاعدة وليكن هو خط م م  
المستقيم ولكن خمس حده وز احدي قواعد ذي العشرين قاعدة وقد تبين ايضا  
ان مثلث م م م احدي قواعد ذي العشرين قاعدة وقد تبين ايضا  
في الشكل المتقدم ان ضلع مثلث ذي العشرين اعني م م م مثالي قوي  
على ضلع المسدس والمعشر من دائرة ضلع م م م يساوي ضلع خمس  
وقد تبين ان مربع اب قطر الكرة المذكورة يساوي ثلاثة امثال مربع  
ضلع المكعب الواقع فيها وقد تبين في هذا الشكل ان وتر زاوية  
مخمس

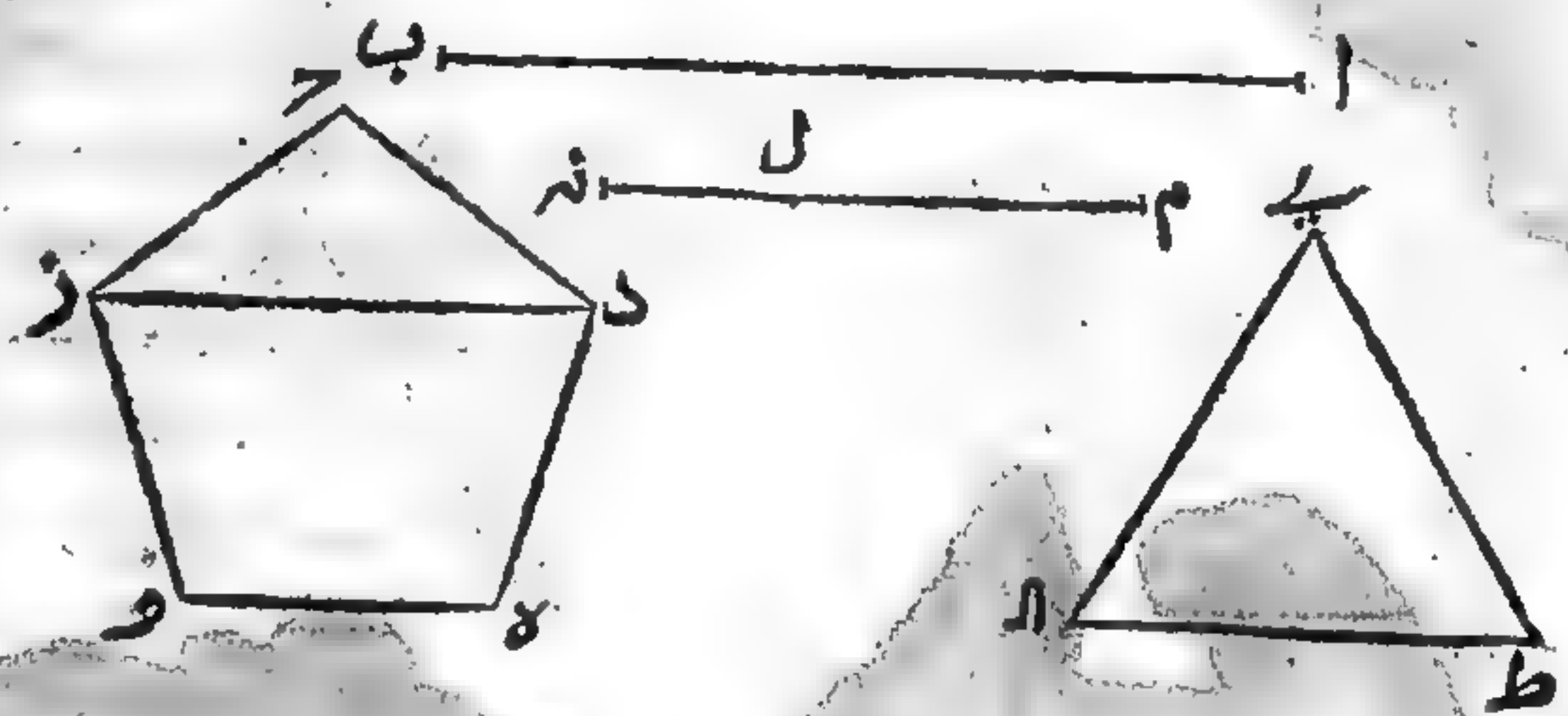
مخمس من مخمسات التي هي قواعد ذي الاثني عشر قاعدة هو ضلع المكعب  
الواقع في الكرة المذكورة فتكون ثلاثة امثال دز الذي هو وتر زاوية  
د م م مخمس حده و م م يساوي خمسة امثال مربع م م واستبان من  
الشكل الثاني عشر ان وتر المعشر اذا فصل من وتر المسدس كان وتر



المسدس مقسوما بنسبة الفصل على نسبة ذات وسط وطرفين ويكون  
قسيه الاطول وتر المعشر واستبان من الشكل الحادي عشر ان وتر زاوية  
المخمس اذا قسم على نسبة ذات وسط وطرفين كان ضلع الخمس قسيه  
الاطول وخط م م م نصف قطر دائرة ضلع مخمسها يساوي ضلع م م م فهو  
يساوي ضلع مسدس تلك الدائرة بالشكل الخامس عشر من الرابعة  
فاذا قسمنا خط م م م على نسبة ذات وسط وطرفين على ان يكون قسيه  
الاطول م م م فيكون م م م ضلع معشر دائرة ضلع م م م يساوي ضلع مخمسها  
بحكم الشكل السابع واذا قسمنا ضلع دز ايضا على نسبة ذات وسط  
وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة يكون ضلع ح د ا طول  
قسيه باستبانة الشكل الحادي عشر وقد تبين في استبانة الشكل التاسع  
والعشرين من السادسة ان نسبة اقسام الخطوط المقسومة على نسبة  
ذات وسط وطرفين الى نفس تلك الخطوط ينسب بعضها الى بعض  
النظير من النظير نسبة واحدة فنسبة ح د الى د م م كنسبة م م الى م م م  
فنسبة مربع ح د الى مربع دز كنسبة ح د الى دز مثناة بالشكل الثامن من  
السادسة ونسبة م م الى م م م مثناة كنسبة ح د الى دز مثناة فبالشكل  
الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ح د الى مربع دز كنسبة م م الى م م م  
مثناة ونسبة مربع م م الى مربع م م م كنسبة م م الى م م م مثناة بالشكل  
الثامن عشر من السادسة فنسبة مربع ح د الى مربع دز كنسبة مربع  
م م الى مربع م م م بالشكل الحادي عشر من الخامسة فبالابدال نسبة  
مربع ح د الى مربع م م م كنسبة مربع دز الى مربع م م م بالشكل السادس  
عشر من الخامسة ونسبة الاضعاف اذا كانت متساوية العدة كنسبة  
اجزائها بالشكل الخامس عشر من الخامسة وكانت ثلثة امثال مربع  
دز

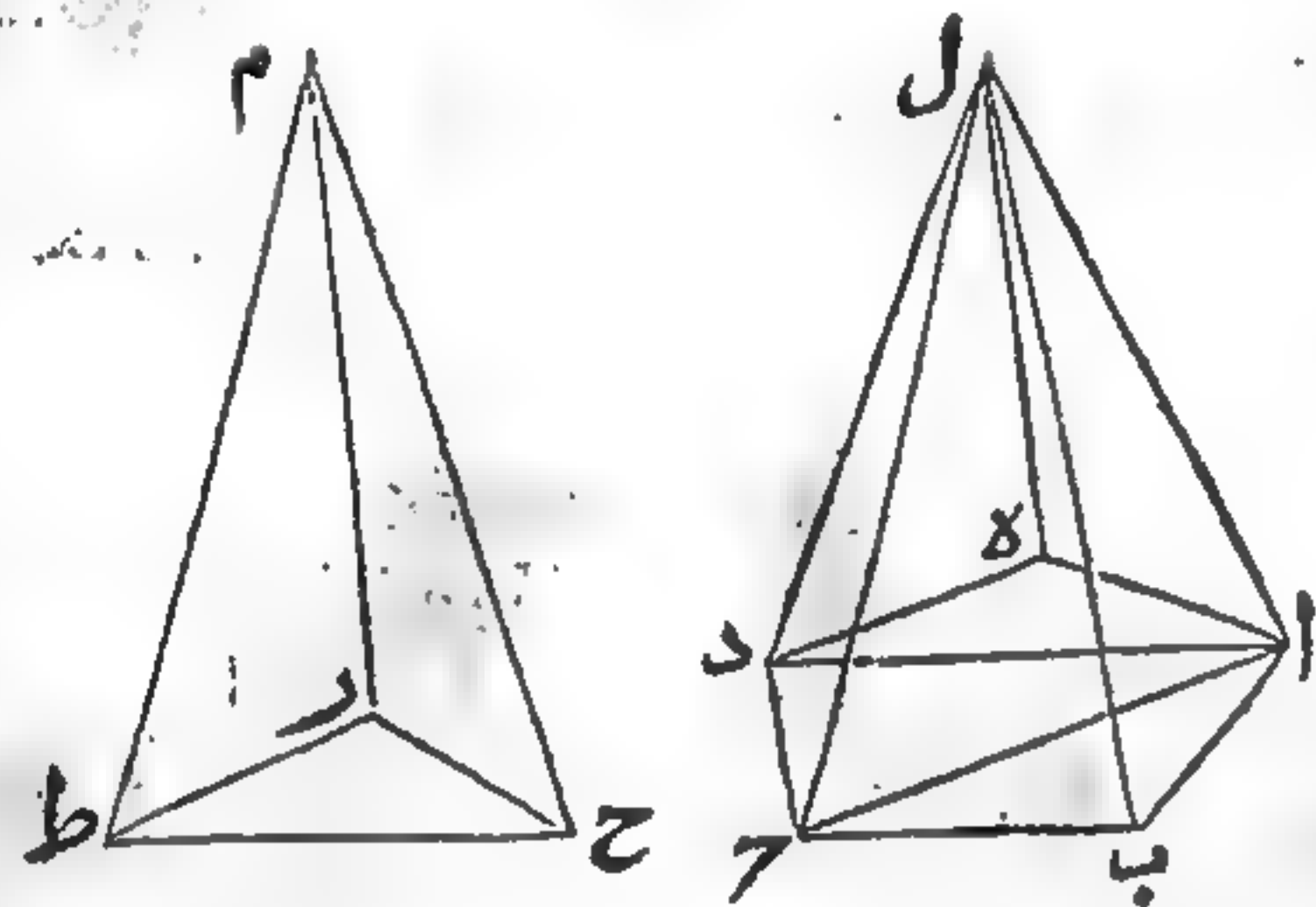


دائرة يساوي خمسة امثال مربع م نه فثلثة امثال مربع ح د يساوي خمسة  
امثال مربع م ل فثلثة امثال مربع ح د مع ثلثة امثال مربع د ز يساوي ان  
خمس امثال م ل مع خمسة امثال مربع م نه لكن مربع ضلع ح ط يساوي  
مربعي م نه م ل معا فربعا ح د د ز معا يساوي ان خمسة امثال مربع ح ط



ومربع ضلع كل مثلث متساوي الاضلاع يساوي ثلثة امثال مربع  
نصف قطر دائرة يحيط به خمسة امثال مربع ضلع ح ط يساوي خمسة  
عشر مثلاً لمربع نصف دائرة يحيط بثلث ح ط ا ومربع ضلع الخمس  
مع مربع وتر زاوية يساوي ان خمسة امثال مربع نصف قطر دائرة  
يحيط بالخمس بالاستبانة الثانية من استبانات الشكل العاشر فثلثة  
امثال مربع ضلع الخمس مع ثلثة امثال مربع وتره المساوي ان خمسة  
امثال مربع ضلع ح ط يساوي ان خمسة عشر مثلاً لمربع نصف قطر  
دائرة تحيط بالخمس والدائرة التي تحيط بخمس ذي الاثني عشر قاعدة  
تساوي الدائرة التي تحيط بثلث ذي العشرين قاعدة وهذا هو  
الشكل الثالث من المقالة الرابعة عشر من اصلي الثابت والحجج  
استبانة ثانية وهي ان نسبة خمس ذي الاثني عشر قاعدة الى مثلث  
ذي العشرين قاعدة الواقعة في كره واحدة كنسبة ضلع المكعب  
الواقع في تلك الكره الى ضلع ذي العشرين قاعدة الواقعة فيها لانه  
قد تبين في الاستبانة الاولى ان الدائرة التي تحيط بخمس ذي الاثني  
عشر قاعدة تساوي الدائرة التي تحيط بثلث ذي العشرين قاعدة  
فخرج من مركز الكره الى كل واحد من سطوح الدوائر بالخمس  
والمثلثات عموداً بالشكل الثاني عشر من الثانية عشر ونصل بين مركز  
الكره وبين كل واحدة من زوايا المثلثات والخمس بخط مستقيم ونصل  
بين مسقط الاعمدة وبين جميع زوايا المثلثات وهي ثلث زوايا من زوايا  
الخمس بخطوط مستقيمة فلان الخطوط المستقيمة الواصلة بين مركز  
الكره وبين زوايا المثلثات والخمس متساوية لانها انصاف اقطار الكره  
ومربع كل منها يساوي مربعي المجهود وخط واحد من الخطوط الواصلة  
بين

بين مسقط العمود وزوايا المثلثات والخمس بالشكل التاسع والاربعين  
من الاولى فاذا اسقطنا مربع من كل واحد من انصاف الاقطار تبقي  
مربعات الخطوط الواصلة بين مسقط الاعمدة وبين زوايا المثلثات  
والخمس متساوية وتلك الخطوط متساوية فمسقط الاعمدة مراكز  
الدوائر المحيطة بالخمس والمثلثات متساوية وجميع الدوائر المحيطة  
بالمثلثات والخمس متساوية فتكون انصاف اقطارها متساوية فالاعمدة  
كلها متساوية فيحصل

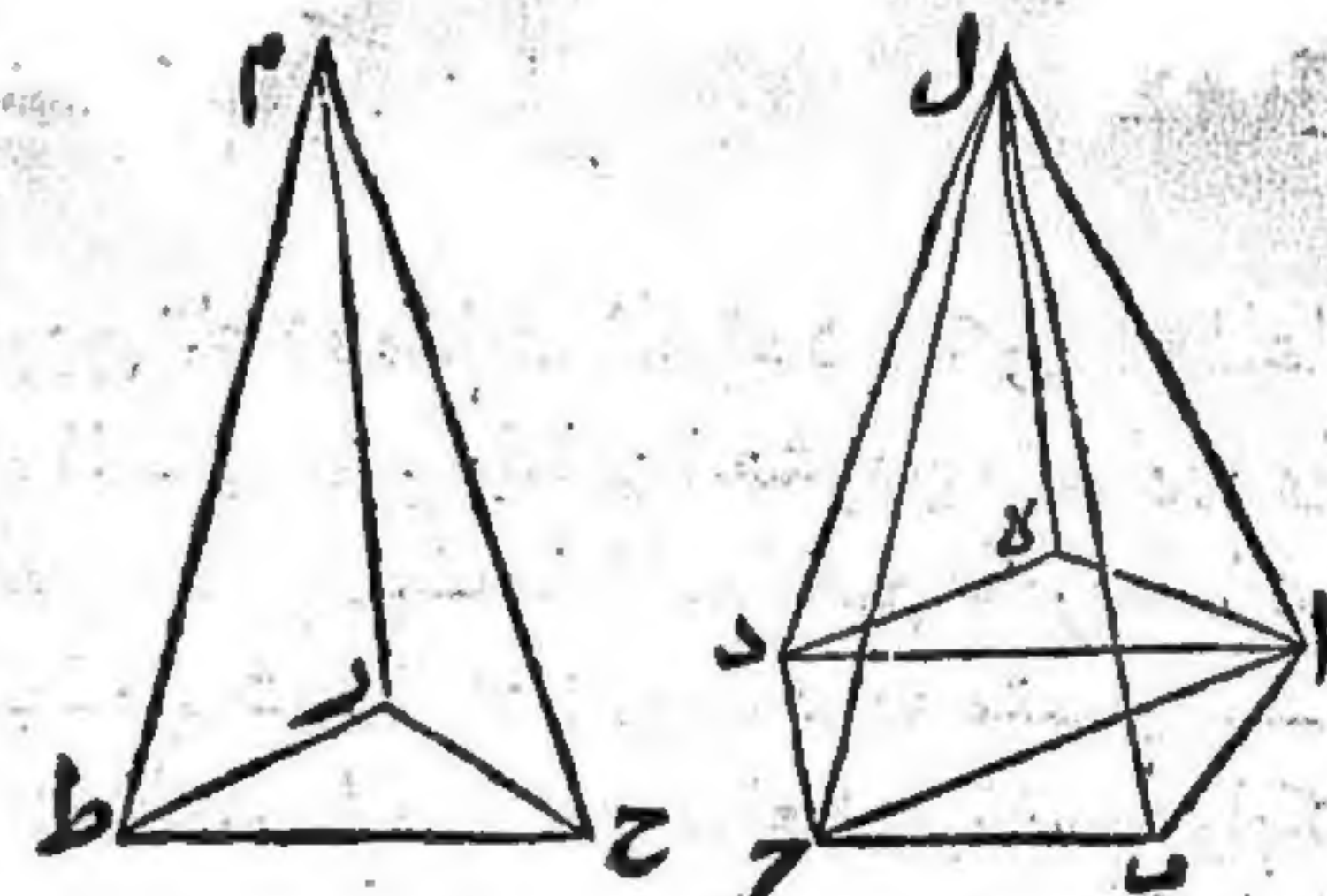


اثني عشر مخروطاً الخمس  
القواعد متساوية  
الارتفاعات متساوية  
لمجسم ذي اثني عشر  
قاعدة خمسات ويحصل  
ايضا عشرون مخروطاً  
مثلث القواعد  
متساوية الارتفاعات

متساوية لمجسم ذي عشرون قاعدة مثلث القواعد وتكون ارتفاعات  
جميع المخاريط التي لذي الاثني عشر ولذي العشرين متساوية واذا  
قسمنا الخمس من تلك القواعد الى ثلث مثلثات انقسم المخروط الخمس  
القواعد الى ثلث مخاريط مثلث القواعد ارتفاعاتها متساوية  
ومتساوية لباقى ارتفاعات المخاريط مثلث القواعد او الخمس وليكن  
المخروط المنقسم هو مخروط ا ب ح د هـ مخاريط الحادته هي مخروطات  
ا ب ج ا د هـ ا د ل وليكن مخروط ح ط م من مخاريط مثلث القواعد  
فلان ارتفاعات الجميع متساوية تكون نسبة مخروط ا ب ح د الى  
مخروط ح ط م الثاني كنسبة قاعدة ا ب ح د الثالث الى قاعدة ح ط م الرابع  
ونسبة مخروط ا ب ح د الى مخروط ح ط م الثاني كنسبة قاعدة  
ا ب ح د الى قاعدة ح ط م الرابع ونسبة مخروط ا د هـ ا د ل الرابع الى  
مخروط ح ط م الثاني كنسبة قاعدة ا د هـ ا د ل الثاني الى قاعدة ح ط م الرابع  
بالشكل الخامس من الثانية عشر فبالشكل الرابع والعشرين من  
الخامسة نسبة مخروط ا ب ح د الى المشتمل على مخاريط الاول والخامس  
الى مخروط ح ط م كنسبة قاعدة ا ب ح د الى المشتمل على قواعد الثالث  
والسادس والثامن الى قاعدة ح ط م واذا اخذ الاول والثالث اضعاف  
متساوية العدة ولتكن عدة الاضعاف اثني عشر فتكون اضعاف  
الاول لمجسم ذي الاثني عشر قاعدة واضعاف الثالث السطح المحيط  
بمجسم ذي الاثني عشر قاعدة المشتمل على اثني عشر قاعدة خمسات  
واخذ ايضا للثاني والرابع اضعاف متساوية العدة وليكن هو عدة  
الاضعاف



الاضعاف عشرين فتكون اضعاف الثاني مجسم ذي العشرين قاعدة  
واضعاف الرابع السطح المحيط بذوي عشرين قاعدة المشتمل علي عشرين  
قاعدة مثلثات كانت نسبة اضعاف الاول وهي مجسم ذي الاثنتي عشر  
قاعدة الي اضعاف الثاني وهي مجسم ذي العشرين قاعدة كنسبة اضعاف  
الثالث وهي السطح المحيط بذوي الاثنتي عشر قاعدة الي اضعاف الرابع  
وهي السطح المحيط بذوي عشرين قاعدة بالشكل الرابع من الخامسة  
فتكون نسبة مجسم ذي الاثنتي عشر قاعدة الي مجسم ذي عشرين قاعدة  
كنسبة السطح المحيط بذوي الاثنتي عشر الي السطح المحيط بذوي العشرين  
وقد تبين في الاستبانة الاولى من استبانات الشكل الحادي عشر ان نسبة  
وتر زاوية الخمس المتساوي الاضلاع والزوايا الي ضلع المثلث المتساوي  
الاضلاع والزوايا الواقعين في دايرتين متساويتين كنسبة اثنتي عشر  
مثلا لسطح الخمس الي عشرين مثلا لسطح المثلث وهي المساوي للسطح  
المحيط بمجسم ذي



المحيطه بدوي عشرين قاعدة مثلثات كنسبة السطح المحيط بمجسم ذي  
الاثنتي عشر قاعدة الي السطح المحيط بمجسم ذي عشرين قاعدة وكانت  
نسبة المجسم ذي الاثنتي عشر قاعدة الي مجسم ذي عشرين قاعدة كنسبة  
السطح المحيط بالاول الي السطح المحيط بالثاني فبالشكل الحادي عشر من  
الخامسة نسبة مجسم ذي الاثنتي عشر قاعدة الي مجسم ذي عشرين  
قاعدة كنسبة وتر زاوية مخمس من الخمسات المحيطه بدوي الاثنتي عشر  
قاعدة الي ضلع مثلث من المثلثات المحيطه بدوي عشرين قاعدة وقد  
تبين في هذا الشكل ان خط آزالذي هو وتر زاوية الخمس من الخمسات  
المحيطه بدوي الاثنتي عشر قاعدة هو ضلع المكعب الواقع في الكرة  
المحيطه بالمجسمات المذكورة فتكون نسبة مجسم ذي الاثنتي عشر قاعدة  
الي مجسم ذي العشرين قاعدة الواقعين في كرة واحدة كنسبة ضلع  
المكعب الواقع في تلك الكرة الي ضلع المثلث من المثلثات المحيطه بدوي  
عشرين قاعدة الواقعة في تلك الكرة ايضا فالحكم ثابت

استبانة

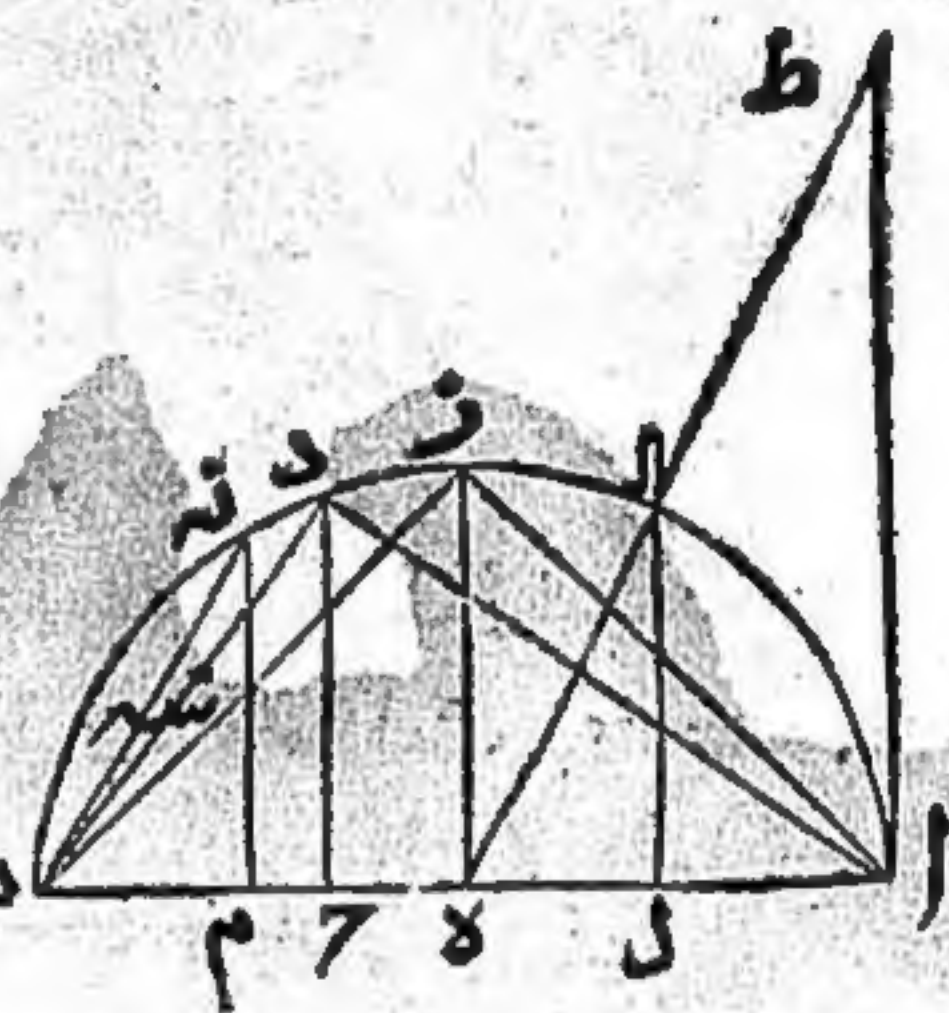
استبانة ثالثة قد تبين في استبانة الثانية من استبانات الشكل الحادي عشر ان نسبة كل خط يقوي على اي خط مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين وعلى قسمه الاعظم الى اي خط يقوي على ذلك الخط بعينه وعلى قسمه الاصغر كنسبة وتر زاوية اي محس متساوي الاضلاع واقع في اي دائرة الى ضلع اي مثلث متساوي الاضلاع الواقع في تلك الدائرة بعينها او في اي دائرة تساويها وقد تبين في هذا الشكل ان وتر زاوية اي محس من المحسات التي هي قواعد مجسم ذي اثني عشر قاعدة الواقع في كرة هو ضلع مكعب تلك الكرة وقد تبين في استبانة الاولى من هذا الشكل ان الدائرة التي تحيط بالدائرة التي تحيط بمثلث ذي عشرين قاعدة كانا واقعين في كرة واحدة فتكون نسبة اي خط يقوي على اي خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين وعلى قسمه الاعظم الى اي خط يقوي على ذلك الخط بعينه وعلى قسمه الاصغر كنسبة ضلع مكعب الكرة الى ضلع مثلث ذي عشرينها وقد تبين في استبانة الاولى والثانية من استبانات الشكل الحادي عشر ان نسبة سطح ذي الاثني عشر قاعدة الى سطح ذي عشرين قاعدة اذا كانا واقعين في كرة واحدة كنسبة ضلع مكعبها الى ضلع ذي عشرينها فتكون نسبة اي خط يقوي على اي خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين وعلى قسمه الاعظم الى اي خط يقوي على ذلك الخط بعينه وعلى قسمه الاصغر كنسبة سطح ذي اثني عشر قاعدة الواقع في كرة الى سطح ذي عشرينها بالشكل الحادي عشر من الخامسة وقد تبين في استبانة الثانية من هذا الشكل ان نسبة مجسم ذي اثني عشر قاعدة الى مجسم ذي عشرين قاعدة اذا كانا واقعين في كرة كنسبة ضلع مكعبها الى ضلع ذي عشرينها فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اي خط يقوي على اي خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين وعلى قسمه الاعظم الى اي خط يقوي على ذلك الخط بعينه وعلى قسمه الاصغر كنسبة مجسم ذي اثني عشر قاعدة الى مجسم ذي عشرين قاعدة اذا كانا واقعين في كرة واحدة

نريد ان نحصل اضلاع الاسكال الخمسة في شكل واحد ونعيسى بعضها الى بعض \*

ليكن  $AB$  قطر الكرة التي فيها محيط بالمجسمات الخمس وبمثلثة  
بالمقدمة



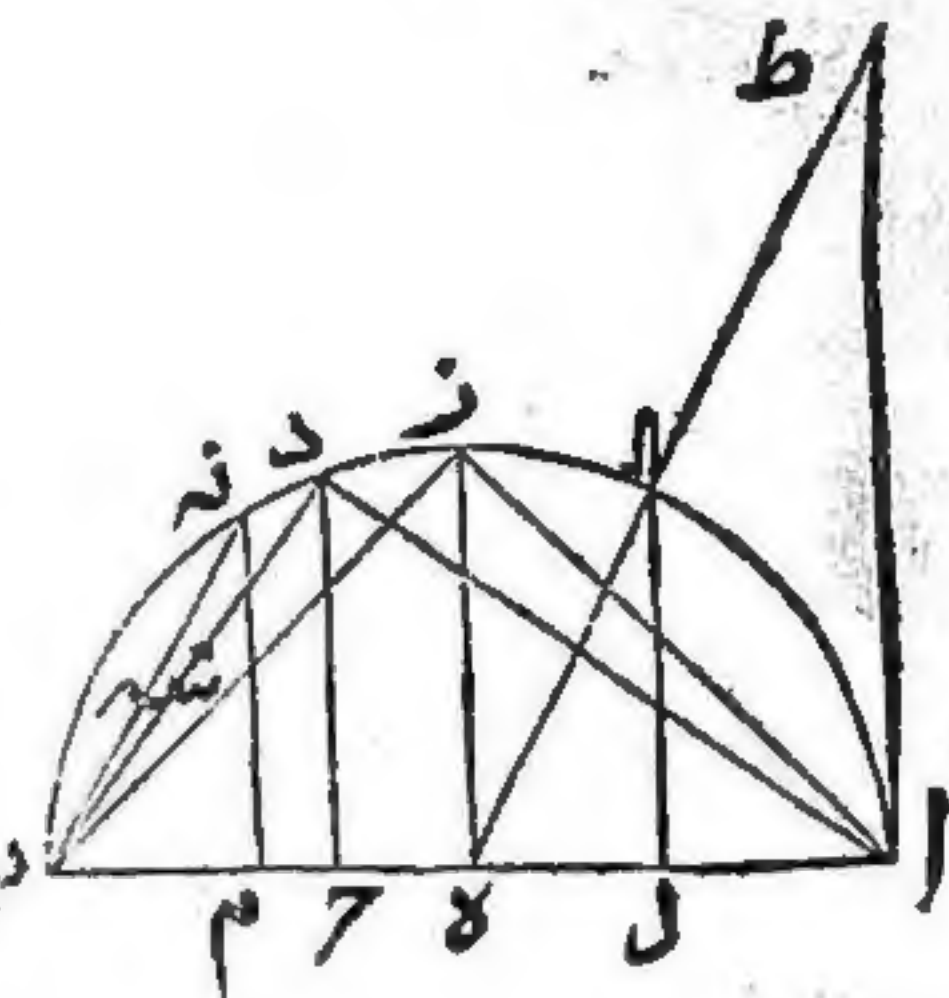
بالمقدمة المذكورة قبل شكل الحادي عشر وليكن  $\overline{ب}$  احد اقسامه  
ونصف  $\overline{أب}$  علي نقطة  $\overline{هـ}$  بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف  
دايرة  $\overline{أز}$  ونخرج من نقطتي  $\overline{هـ}$  عمودي  $\overline{هـز}$  علي قطر  $\overline{أب}$  بالشكل  
الحادي عشر من الاولي ونخرجهما علي استقامتهما الي ان ينتهيا الي المحيط  
علي نقطتي  $\overline{ز}$  ونصل بين نقطة  $\overline{ب}$  وكل واحدة من نقطتي  $\overline{ز}$  بخط  
مستقيم ونصل  $\overline{أد}$  بخط مستقيم ولان نسبة مربع  $\overline{أب}$  الي مربع  $\overline{بد}$   
كنسبة  $\overline{أب}$  الي  $\overline{ب}$  ونسبة مربع  $\overline{أب}$  الي  $\overline{أ}$  ونسبة  
مربع  $\overline{أب}$  الي مربع  $\overline{ب}$  كنسبة  $\overline{أب}$  الي  $\overline{ب}$  كنسبة  $\overline{أب}$  الي  
 $\overline{ب}$  بالشكل الثامن من السادسة لكن  
 $\overline{أب}$  ثلاثة امثال  $\overline{ب}$  فمربع  $\overline{أب}$  ثلاثة  
امثال مربع  $\overline{ب}$  و  $\overline{أب}$  مثل  $\overline{أ}$  ومثل  
نصفه فمربع  $\overline{أب}$  مثل مربع  $\overline{أد}$  ومثل  
نصفه و  $\overline{أب}$  ضعف  $\overline{ب}$  فربعه ضعف  
 $\overline{ب}$  وكان مربع قطر الكرة المفروضة  
ثلاثة امثال مربع ضلع المكعب ومثل مربع ضلع الشكل الناري  
ومثل نصفه وضعف مربع شكل ذي ثمان قواعد فخط  $\overline{بد}$  ضلع المكعب  
الواقع في الكرة المفروضة وخط  $\overline{أد}$  ضلع الشكل الناري الواقع فيها و  $\overline{بز}$   
ضلع المجسم ذي ثمان قواعد الواقع فيها ونخرج من نقطة  $\overline{أ}$  علي  $\overline{أب}$  عمود  
 $\overline{أط}$  باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولي ونفصل منه  $\overline{أط}$  مثل  $\overline{أب}$   
بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي  $\overline{هـ}$  و  $\overline{ط}$  بخط مستقيم فليقطع  
المحيط علي نقطة  $\overline{آ}$  ونخرج منها خط  $\overline{آل}$  موازيا لعمود  $\overline{أط}$  بالشكل الواحد  
والثلاثين من الاولي ونخرجه في جهة  $\overline{ل}$  الي ان ينتهي الي  $\overline{أب}$  علي نقطة  $\overline{ل}$   
فزاويتا  $\overline{آل}$  و  $\overline{ل}$  يساويان زاويتي  $\overline{أط}$  و  $\overline{ط}$  من مثلتي  $\overline{أط}$  و  $\overline{آط}$  بالشكل  
التاسع والعشرين من الاولي وزاوية  $\overline{آط}$  مشتركة بينهما فبالشكل الرابع  
من السادسة نسبة  $\overline{أط}$  الي  $\overline{آط}$  كنسبة  $\overline{آل}$  الي  $\overline{ل}$  و  $\overline{أط}$  ضعف  $\overline{آط}$  فكل ضعف  
 $\overline{ل}$  فبحكم الشكل الرابع من الثانية مربع  $\overline{آل}$  اربعة امثال مربع  $\overline{ل}$   
فربع  $\overline{آط}$  خمسة امثال مربع  $\overline{ل}$  ولان ضعف  $\overline{ب}$  واحد منه ضعف  $\overline{ب}$  يبق  $\overline{ب}$   
ضعف  $\overline{هـ}$  فخط  $\overline{هـز}$  ثلث  $\overline{ب}$  فنسبة  $\overline{هـز}$  الي  $\overline{ب}$  مثناة كنسبة الواحد  
الي التسعة ونسبة مربع  $\overline{هـز}$  الي مربع  $\overline{ب}$  كنسبة  $\overline{هـز}$  الي  $\overline{ب}$  مثناة بالشكل  
الثامن عشر من السادسة فربع  $\overline{هـز}$  تسع مربع  $\overline{ب}$  فربع  $\overline{ب}$  تسعة امثال  
مربع  $\overline{هـز}$  وكان خمسة امثال مربع  $\overline{ل}$  فله اعظم من  $\overline{هـز}$  فنصل  $\overline{ب}$  و  $\overline{هـز}$   
مثل  $\overline{ل}$  بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة  $\overline{م}$  عمود  $\overline{م}$  علي  $\overline{أب}$   
بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه الي ان ينتهي الي نقطة  $\overline{ن}$  من  
المحيط ونصل بينهما وبين نقطة  $\overline{ب}$  بخط مستقيم فلان  $\overline{ل}$  و  $\overline{م}$  متساويان  
وعمودان



وعمودان علي وتري  $\overline{آل}$   $\overline{ل}$  فبالشكل الثالث والثالث عشر من الثالثة  
يكون  $\overline{آل}$   $\overline{ل}$  متساويين ولان ضعف  $\overline{ل}$  و  $\overline{آل}$  ضعف  $\overline{ل}$  فخطوط  $\overline{آل}$  و  $\overline{ل}$   
منه متساوية ولان نسبة مربع  $\overline{ب}$  الي مربع  $\overline{هـ}$  كنسبة  $\overline{ب}$  الي  $\overline{هـ}$  مثناة  
بالشكل الثامن عشر من السادسة ونسبة الاضعاف المتساوية كنسبة  
الاجزاء بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة  $\overline{أب}$  الي  $\overline{ل}$  كنسبة  $\overline{ب}$  الي  
الي  $\overline{هـ}$  فنسبة  $\overline{أب}$  الي  $\overline{ل}$  مثناة كنسبة  $\overline{ب}$  الي  $\overline{هـ}$  مثناة فبالشكل الحادي  
عشر من الخامسة نسبة مربع  $\overline{ب}$  الي مربع  $\overline{هـ}$  كنسبة  $\overline{أب}$  الي  $\overline{ل}$  مثناة  
ونسبة مربع  $\overline{أب}$  الي مربع  $\overline{ل}$  كنسبة  $\overline{أب}$  الي  $\overline{ل}$  مثناة بالشكل الثامن  
عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع  $\overline{ب}$  الي  
مربع  $\overline{هـ}$  كنسبة مربع  $\overline{أب}$  الي مربع  $\overline{ل}$  لكن مربع  $\overline{ب}$  خمسة امثال مربع  
 $\overline{هـ}$  فربع  $\overline{أب}$  خمسة امثال مربع  $\overline{ل}$  وكان قطر الكرة المفروضة خمسة امثال  
مربع نصف قطر دايرة ضلع مجسمها يساوي ضلع مثلث ذي العشرين  
قاعدة لما تبين في الشكل التاسع عشر فخط  $\overline{ل}$  بدل كل واحد من  
خطوط  $\overline{آل}$  و  $\overline{ل}$  من يساوي نصف قطر دايرة ضلع مجسمها يساوي ضلع  
مثلث ذي العشرين قاعدة وتبين فيه ايضا ان قطر الكرة مثل نصف  
قطر دايرة ضلع مجسمها كضلع مثلث ذي العشرين قاعدة مثل ضلعي  
معشرها فكل واحد من خطي  $\overline{آل}$  و  $\overline{بم}$  ضلع معشر دايرة ضلع مجسمها  
كضلع مثلث ذي العشرين قاعدة ونصل  $\overline{ب}$  و  $\overline{ن}$  بخط مستقيم فهو يقوي  
علي  $\overline{م}$   $\overline{بم}$  بالشكل التاسع والاربعين من الاولي ف  $\overline{ب}$  هو القوي علي  
ضلع مسدس دايرة ذي العشرين قاعدة وعلي ضلع معشرها وكان  
ضلع ذي العشرين قاعدة يقوي علي ضلع مسدس دايرة ضلع مجسمها  
كضلع مثلث ذي العشرين قاعدة وضلع معشرها فخط  $\overline{ن}$  ب يساوي  
ضلع ذي العشرين قاعدة فلان قوس  $\overline{آز}$  اعظم من الرابع وقوس  $\overline{بز}$   
هو الرابع فوتر  $\overline{آز}$  اعظم من وتر  $\overline{بز}$  وهو اعظم من وتر  $\overline{ب}$  وهو اعظم من  
وتر  $\overline{ب}$  فضعف الناري اعظم من ضلع ذي ثمان قواعد وهو من ضلع  
المكعب وهو من ضلع ذي العشرين قاعدة ونقسم  $\overline{ب}$  و  $\overline{ن}$  ضلع المكعب  
علي نسبة ذات وسط وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة  
وليكن قسمه الاعظم خط  $\overline{بم}$  ف  $\overline{بم}$  يساوي ضلع ذي اثني عشر  
قاعدة بالشكل المتقدم ولان ضلع مسدس دايرة ضلع مجسمها كضلع  
مثلث ذي العشرين قاعدة و  $\overline{آل}$  ضلع معشرها فخط  $\overline{آم}$  مقسوم علي  
نقطة  $\overline{ل}$  علي نسبة ذات وسط وطرفين بالشكل الثاني عشر وقسمه  
الاعظم  $\overline{م}$  ولان مربع  $\overline{أب}$  ثلاثة امثال مربع  $\overline{ب}$  فكانت مربع  
 $\overline{آم}$  تسعة امثال مربع  $\overline{ب}$  فربع  $\overline{ب}$  ثلاثة امثال مربع  
 $\overline{ب}$  واحد ضعف  $\overline{ب}$  فربع  $\overline{آم}$  اربعة امثال مربع  $\overline{ب}$  فبحكم الشكل  
الرابع من الثانية ف  $\overline{آم}$  اعظم من  $\overline{ب}$  ف  $\overline{آم}$  اعظم كثيرا من  $\overline{ب}$  و  $\overline{آم}$  مقسوم  
بنقطة



بنقطة ل علي نسبة ذات وسط وطرفين  
وبد مقسوم لذلك بنقطة س والقسم  
الاعظم من ام لم ومن بد ب س  
فباستبانة الشكل التاسع والعشرين  
من السادسة نسبة ام الي بد كنسبة  
لم الي ب س وام اعظم من بد فلم  
اعظم من ب س وب س اعظم من لم  
فب س ضلع ذي العشرين قاعدة  
اعظم من ب س ضلع ذي اثني عشر



قاعدة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين  
تنبيه واستبانة قد تبين في الشكل الواحد والعشرين من الحادية عشر  
ان الزوايا المسطحة المحيطة بزوايا مجسمة هي اقل من اربع قوائم وقد  
ذكر في صدر المقالة الحادية عشر ان الزاويتين المسطحتين لا يحيطان  
بزوايا مجسمة باقل ما يحيط بزوايا مجسمة ثلث زوايا مسطحة واكثره  
لا تبلغ اربع قوائم فان كانت الزوايا المسطحة المحيطة بالزوايا المجسمة  
من المثلثات المتساويات الاضلاع والزوايا فاقلها ثلث زوايا واكثرها  
خمس زوايا لان خمس زوايا من المثلثات المتساوية الاضلاع والزوايا  
تساوي ثلث قوائم وثلث قائمه وست زوايا منها تساوي اربع  
قوائم فلان يمكن ان تقع في كرة واحدة مجسمات ذوات قواعد مسطحات  
متساويات الاضلاع والزوايا كلها من جنس واحد غير المجسمات الخمسة  
المذكورة برهانها فلان زوايا المثلثات المتساويات الاضلاع والزوايا  
المحيطة بالزوايا المجسمة ان كانت ثلثة فالمجسم الواقع في الكرة المجسم  
الناري الذي تحيط به مثلثات اربعة متساوية الاضلاع والزوايا  
وان كانت لربع فالمجسم الواقع في الكرة ذو ثماني قواعد مثلثات  
متساويات الاضلاع والزوايا ان كانت خمسة فالمجسم الواقع في الكرة ذو  
عشرين قاعدة مثلثات متساويات الاضلاع والزوايا ولا يمكن الزوايا  
المحيطة بالزوايا المجسمة من المثلثات المتساوية الاضلاع اكثر من خمس  
لما بيننا . وان كانت الزوايا المحيطة بالزوايا المجسمة من المربعات  
وكل زاوية منه قائمة فلا يمكن ان تكون اكبر من ثلث لان الاربعة  
منها اربع قوائم وذلك المجسم هو المكعب الواقع في الكرة وكل زاوية  
من زوايا الخمس المتساوي الاضلاع والزوايا قائمة وثلث قائمة باستبانة  
الشكل الحادي عشر من الرابعة فالزوايا المحيطة منه بالزوايا المجسمة  
تكون اقل من الرابع فهي ثلث فذلك المجسم ذو اثني عشر قاعدة  
مخمسات وكل زاوية من زوايا المسدس قائمة وثلث قائمة باستبانة الشكل  
الخامس عشر من الرابعة فثلث زوايا منه تساوي اربع قوائم فلا يمكن  
ان

ان تحيط بزوايا مجسمة ثلث زوايا من زوايا المسدس ولا مما  
حاوئ المسدس من الاشكال الكثيرة الاضلاع المتساوية الاضلاع فاما يمكن  
وقوعه في الكرة المجسمات التي هي ذوات قواعد متساويات الاضلاع  
والزوايا وتلك القواعد كلها من جنس واحد متحصري في الخمس المجسمة  
المذكورة . واما اذا لم يشترط كون قواعد المجسمات من جنس واحد  
فيجب ان لا يتجاوز زواياها من جنس واحد والا رجعت المجسمات  
عن التشابه فلا يمكن وقوعها في كرة فيكون سبب عدد الزوايا  
المحيطة بالزوايا المجسمة زوايا وهو اربعة لان لزوايتان لا يحيطان  
بزوايا مجسمة والزوايا الستة وما فوقها اكثر من اربع قوائم فان كانت  
الزوايا المحيطة بالزوايا المجسمة مولفة من المثلثات المتساويات الاضلاع  
والزوايا والمربعات يكون الشكل ذا اربع عشر قاعدة ثمانية منها مثلثات  
وستة مربعات وتالبه ان نعمل مربعا وعلي كل ضلع منه مثلثا متساوي  
الاضلاع والزوايا فتحدث علي كل زاوية من زوايا المربع زاوية من  
احاطه ضلعي مثلثين شكلا فنقم تلك الزاوية مربعا فتحدث اربع  
مربعات فبوصل زواياها المقابلة للزوايا الحادثة علي زوايا المربع بضلع  
من الاضلاع الذي يعمل منها الاشكال فيحدث مربعا مقابلا للمربع الاول  
واربع مثلثات اخر فيشتمل الكل علي ستة مربعات وثمانية مثلثات  
متساوية الاضلاع والزوايا وتحدث في الشكل ثلثة مسدسات ما يقع  
في اعظم الدوائر الواقعة في الكرة المعول فيها المجسم فيكون ضلع قواعد  
المحيطة بذلك الشكل مساويا لضلع مسدس اعظم دائرة يقع في الكرة  
المعول فيها الشكل فان كانت الزوايا المحيطة بالزوايا المجسمة مولفة من  
مثلثات والخمسات كان المجسم ذا اثني عشر وثلثين قاعدة عشرين مثلثات  
متساويات الاضلاع والزوايا واثني عشر مخمسات متساويات الاضلاع  
والزوايا وتالبه بان نعمل مخمسا متساوي الاضلاع والزوايا وعلي كل  
ضلع منه مثلثا متساوي الاضلاع والزوايا فتحدث علي كل زاوية من  
زوايا الخمس زاوية من احاطه ضلعي مثلثين منها فيقم كل زاوية مجسما  
ونقم الشكل علي هذا النسب فتحدث فيه خمسة معشرات كل منها  
شكلا مما يقع في اعظم دوائر الكرة المعول فيها الشكل فضلع قاعدة هذا  
الشكل يساوي ضلع معشر مما يقع في اعظم دوائر الكرة المعول فيها  
الشكل فتصير المجسمات الممكنة الوقوع في الكرة سبعة واذ يسر الله تعالى  
اتمام ما قصدته من تحرير هذا الكتاب





هذه صورة امر بادشاه اسلام السلطان ابن السلطان  
السلطان مراد خان

مفاخر الامراء الكرام مراجع الكبراء الفخام اولو القدر والاحترام  
المختصين بمزيد عناية الملك العلام ممالك محروسه واقع اولان سنجاق  
يكلري وقبودانلر دام عزهم ومفاخر القضاة والحكام معادن الفضائل  
والكلام ذكر اولئان يرلرده اولان قاضيلر زيد فضلهم توقع رفيع همايون  
واصل اوليجاق معلوم اولاكه ممالك محروسه تجارت ايدن افرنج  
تاجرلرندن دارندكان فرمان همايون برانتون واوراسبولد يانديني  
نام بازم كانلر درگاه معلومه كلوب ولايت فرنكستاندن تجارت ايجون  
بعض متاع وعربي وفارسي وتوركي باصها بعض معتبر كتابلر ورساله لر  
كتوزوب ممالك محروسه كندو حاللر نده بيع وشرا ايدر لر ايكن  
بعض كمسنه لر يولده وايزده واسكاه ومعتبر لرده فضولي يوكلرين ييتيوب  
دنكلرين بوزوب ايجندن بكنند وكلري اقشه وسايير امتعه قسمي اجه  
سوز وجزوي بها ايله جبرالوب وسزده عربي وفارسي كتابلر نبلر ديو  
تجارت ايجون كنوم دوكلري بجمع كتابلري اللرنندن الوب بهاسن  
ويرمبوب وكندولرك ووكبللرينك وادملرينك بيع وتجار تلرينه مانع  
اولد قلرين بلدروب من بعد امن وامان اوزره كلوب كيدوب كندو  
حاللر نده تجارت اتدوكلر نده برفرد دخل المبوب منت ومجانا  
متاعلري المبوب ويوكلري بوزلمبوب منع اولغف بابنده حكم همايونم  
طلب اتدوكلري اجلدن ببوردم كه حكم شريعه هرقنكر ك تحت  
حكومتنده داخل اولور لر ايسه يولده وايزده ومنازل ومراحله  
واسكارلر ومعتبره كندو حاللر نده امن وامان اوزره بيع وشرا وتجارت  
ايدر لر كن خارجدن برفرد متاعلرينه دخل اتدرمبوب وصاحبك  
رضاي اولددين جبرالرينسنة لر كن واول مقوله كتابلرين غصب  
اتدرمبوب هر نه الور لر ايسه حسن رضالريده بيع ايدنلردن بتمام  
دكر بها لريله الدروب اجه سوز ويا اكسوك ايله جزويدن وكبلدن  
برنسنة لر ين الدرمبوب من بعد مذكوران بازرگانلره ووكبللرينه  
وادملرينه شرم شريفه وعهد نامه همايونه مخالف اصلا وقطعا كمسنه دخل  
وتجاوز اتدرمبه سز ممنوع اولمبوب عناد ومخالفت ايلبنلري اسما  
لريله يازوب عرض ايلبه سز بو حصوص ايجون تكرار شكاييت  
اتدرمبه سز شويله بلسز وبعد اليوم بو حكم شريفي اللرنده ابقا  
ايدوب علامت شريفه اعتماد قلاسز تحريري في اوائل ذي الح سنة  
ست وتسعين وتسعين بحسب قسطنطينية

